ESTRUCTURALISMO

Dr. Axel Arturo Barceló Aspeitia
abarcelo@filosoficas.unam.mx

Apuntes del 22 de Abril de 2020

Desafortunadamente, "estructuralismo" es uno de los términos técnicos más equívocos de la filosofía ya que hay muchas doctrinas que se hacen llamar con el mismo término. En esta clase, por supuesto, nos interesa el estructuralismo en filosofía de las matemáticas, tal y como lo defienden autores como Benacerraff, Hellmann, Resnik, Chihara y especialmente Shapiro. En esta acepción, el estructuralismo es la tesis de que las entidades matemáticas son lugares en estructuras. Como tal, el estructuralismo es una tesis sobre la naturaleza de las entidades matemáticas, y no tanto una tesis sobre la estructura de la realidad.

Dentro del estructuralismo suele distinguirse entre dos sub-tipos. El primero, eliminativista, representada por Putnam, Hellmann y Chihara, es una posición reduccionista nominalista, muy cercana al ficcionalismo hermeneútico no instrumentalista que recien vimos y por ello no nos detendremos mucho en él. Hellman, por ejemplo, propone reinterpretar "…una oración como "2 + 3 = 5" de la siguiente manera:

> Necesariamente, para todos los sistemas relacionales M, si M es un modelo de los axiomas Dedekind-Peano, entonces $2M + 3M = 5M$.
>
> [Bajo la] suposición [de que es posible que haya por lo menos] un modelo de los axiomas Dedekind-Peano." (Reck 2020)

El estructuralismo que nos interesa – el de Benacerraff, Resnik, Shapiro, Parsons, etc. – en contraste, es una posición realista respecto a las entidades matemáticas: sostiene que existen y que son tan reales como cualquier otra entidad real. El estructuralismo de Shapiro, además, es un platonismomo, en tanto trata de recuperar la tesis de sentido común de que las entidades matemáticas son asbtractas. Sin embargo, como han señalado Burgues y Rosen, la noción de "entidad abstracta" es demasiado 'negativa' como para servir de mucho metafísicamente – es decir, nos dice qué **no** son las entidades abstractas – que no participan en relaciones causales, que no tienen ubicación espacio-temporal, etc. –, pero muy poco sobre lo que sí son. La teoría de Shapiro trata de cubrir este vacío, precisamente para poder resolver el problema central de los platonismos: ¿cómo se relacionan las entidades matemáticas con las no-matemáticas? y más en particular, ¿cómo son posibles el conocimiento y la aplicación de las matemáticas?

Podemos resumir el estructuralismo matemático en las siguientes tesis:

1. Por lo menos algunos sistemas están estructurados, es decir, además de componentes poseen estructuras (las cuales no son otro componente más).
2. Diferentes sistemas pueden compartir la misma estructura, es decir, las estructuras son una-para-muchos, como los universales.
3. Los componentes de un sistema ocupan lugares dentro de la estructura y, por lo tanto,
   A. la estructura está compuesta de lugares que ocupan los componentes del sistema del que son la estructura
   B. Los lugares de la estructura no deben confundirse con los objetos que los ocupan
4. Objetos matemáticos como los números reales son lugares en estructuras.

Por ejemplo, los números reales son los lugares que ocupan los componentes de los campos ordenados completos (Shapiro 1998). En mas detalle:

- Los campos ordenados completos están estructurados.
- La estructura común de los campos ordenados completos es la estructura de los números reales.
- Los números reales son los lugares de la estructura de números reales.

Además de estas cuatro tesis, algunos estructuralistas adoptan alguna de las siguientes dos tesis (ver Shapiro (1997), Capítulo 3):

1. Estructuralismo *Ante Rem*: Las estructuras existen independientemente de cualquier sistema que pueda ejemplificarlas.
2. Estructuralismo *In Rem*: Las estructuras existen en cualquier sistema que pueda ejemplificarlas.

Referencias

Barceló, Axel, 2018, "Estructura", *Enciclopedia de la Sociedad Española de Filosofía Analítica*, ISSN 2605-5449

Chihara, Charles S., 2004, A *Structural Account of Mathematics*, Oxford: Oxford University Press

Hellman, Geoffrey, 1989, *Mathematics without Numbers: Towards a Modal-Structural Interpretation*, Oxford: Oxford University Press. doi:10.1093/0198240341.001.0001

Parsons, Charles, 2008, Mathematical Thought and Its Objects, Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511498534

Reck, Erich and Schiemer, Georg, 2020, "Structuralism in the Philosophy of Mathematics", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2020 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/spr2020/entries/structuralism-mathematics/>.

Resnik, Michael D. 1997, *Mathematics as a Science of Patterns*, Oxford: Oxford University Press. doi:10.1093/0198250142.001.0001

Shapiro, Stewart 1997, *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology,* Oxford: Oxford University Press. doi:10.1093/0195139305.001.0001

Shapiro, Stewart 1998, "Book Review: John P. Burgess and Gideon Rose. A Subject with No Object: Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics" *Notre Dame J. Formal Logic* 39, no. 4, 600--612. doi:10.1305/ndjfl/1039118873. https://projecteuclid.org/euclid.ndjfl/1039118873