Capítulo 1
La abstracción

En un libro sobre la estructura y el análisis de los conceptos tiene sentido empezar diciendo un poco sobre porqué pensamos que los conceptos tienen estructura, y ese es el objetivo central de este capítulo. Tal vez llame la atención, por lo tanto, que esta sección tenga como título y tema central la abstracción. Espero que al terminar de leer este capítulo y el siguiente le quede claro al lector que las mismas razones por las cuales pensamos que los conceptos son un tipo de representación abstracta son las razones por las que pensamos que están estructurados. En otras palabras, para que los conceptos sirvan su función epistemológica —a saber, la de ayudarnos a pensar y conocer el mundo en términos generales—, los conceptos deben poder ser abstraídos de nuestras experiencias concretas. Para que esto sea posible, su contenido, así como el de la experiencia, debe tener algún tipo de estructura.

Para poder explicar la manera en que la abstracción constriñe nuestro entendimiento de los conceptos, introduciré dos maneras generales de concebir la abstracción en filosofía (y otras ciencias; en especial en la psicología). En la primera (la más tradicional) abstraer es representar algo no con todas sus características o aspectos, sino seleccionando sólo algunos y eliminando o ignorando el resto. Esto hace a las representaciones abstractas más simples y también más generales que las concretas, las cuales son más complejas y particulares. Sin embargo, existe también una segunda tradición, según la cual las representaciones abstractas no son más simples sino más complejas y generales. Desde esta perspectiva y contrario a lo que sucedía en la anterior, la abstracción no involucra una reducción de características o atributos, sino una adición lógica de características o atributos. Por ello, llamo a la primera la perspectiva *substractiva* y a la segunda, *aditiva*. Prefiero usar estos términos a los más conocidos de *intensional* y *extensional* (con los cuales son casi equivalentes) para enfatizar el hecho de que, como veremos a más detalle en el siguiente capítulo, ambas se basan en la figura *parte/todo* que las emparenta con una cierta concepción tradicional de la estructura y el análisis de las representaciones abstractas. Juntas, ambas perspectivas forman lo que en el resto del libro llamaré "la concepción clásica del análisis y la abstracción." En los tres últimos capítulos señalaré algunas de sus limitaciones apuntando también a las maneras en que éstas pueden superarse.

I. ¿Para qué la abstracción?

1. El reto epistemológico del empirismo: conocimiento general y experiencia particular

No es exagerado decir que uno de los problemas fundamentales de la epistemología occidental ha sido conciliar la aparente tensión entre un conocimiento científico objetivo y general y una experiencia subjetiva y particular. ¿Cómo es posible que el humano presuma tener conocimiento objetivo sobre, digamos, todos los objetos físicos, o todos los miembros de una especie animal, o todos los hígados humanos, etc., cuando nuestra experiencia es sólo de objetos físicos particulares, miembros particulares de especies, hígados particulares de seres humanos particulares, etc.?

En este momento puedo afirmar con confianza que la playera que traigo puesta es naranja. Si me preguntan cómo puedo estar tan seguro, bien podría responder que lo sé y que lo sé porque en este momento puedo voltear hacia abajo y ver claramente que es así. No se necesita ser un empirista para estar satisfecho con esta respuesta tan simple y reconocer que la experiencia nos da conocimiento del mundo de este tipo. Sin embargo, con la misma confianza y seguridad puedo afirmar también que el naranja es un color, que las playeras no tienen mangas y que el fenotipo de pelaje naranja asociado al gen-X en el gato doméstico es único dentro de los mamíferos, pues su *locus* sufre inactivación-X (R. A. Grahn et. al. 2005).

Ahora bien, si se me volviera a preguntar cómo puedo estar tan seguro de estas afirmaciones, aunque puedo seguir apelando a mi conocimiento de dichas verdades, la respuesta no puede ser tan simple. No hay ningún lugar al que pueda voltear para ver el carácter único el fenotipo de pelaje naranja asociado al gen-X en el gato doméstico, ni la falta de mangas en las playeras. Puedo ver objetos de color naranja, playeras sin manga y gatos de pelaje naranja, pero al verlos no veo que el naranja es un color, que las playeras no tienen mangas, etc., pues estas verdades no atañen únicamente a esos objetos particulares sino a algo más general y abstracto. El que el naranja es un color no parece ser algo que descanse en ningún objeto particular por mas naranja que éste sea, sino que parece tratar sobre *el color naranja* o, tal vez, sobre todos los objetos naranjas posibles, pero estos no parecen ser el tipo de cosas que uno pueda ver o de alguna manera tener presentes en la experiencia. La pregunta sigue siendo, pues, cómo puedo saber sobre estas cosas (abstractas) si mi experiencia es de otras (concretas).

En la filosofía occidental, suelen darse dos tipos de respuesta a este problema: el racionalismo —desde la teoría de la reminiscencia de Platón (Ozmanczik 1986) hasta las teorías contemporáneas sobre lo innato (Bonjour 1998)— ha tratado de resolver esta tensión apelando a ideas, capacidades y conocimientos generales previos o independientes de la experiencia; mientras que el empirismo ha tenido que buscar otro tipo de salida que no recurra a estos recursos racionalistas, pues le parecen misteriosos o inexistentes (Boghossian 1997, Ayer 1946). El reto epistemológico del empirismo puede resumirse, por lo tanto, en explicar y fundamentar el conocimiento objetivo y general en una experiencia particular y subjetiva (Fernández de Castro 2004).[1]

La solución tradicional del empirista ha sido apelar a *representaciones abstractas*: entidades que se perciben o se captan de manera subjetiva y particular pero cuyo contenido es general y objetivo: conceptos, modelos mentales, teorías, expresiones generales, etc.[2] Así, aunque no podemos tener presente en la experiencia al color naranja *qua* color, sí

---

1. En realidad, existe también una tercera opción, de la cual, sin embargo, diré muy poco: rechazar que el contenido de nuestro conocimiento sea general. En *The Reenchantment of the Concrete* (1992), por ejemplo, Francisco J. Varela sostiene que " las unidades propias del conocimiento son principalmente concretas [...] y este conocimiento concreto no es [...] un primer paso hacia algo más [sino] que es la forma en que llegamos al conocimiento y donde nos quedamos."

2. Por lo general, cuando hablo de representaciones lingüísticas, me refiero a cualquier sistema de representaciones extra-mentales: diagramas, señales, mapas, etc. (Barwise y Allwein 1993, Lynch & Woolgar 1990). Notable excepción son las secciones del cuarto y quinto capítulos en las que trato a las representaciones pictóricas de manera explícita. Sobre las diferencias, similitudes y relaciones entre representaciones lingüísticas e imágenes, véase Barceló (2012).

podemos tener en la mente o en el lenguaje un concepto general del naranja; no el naranja de este u otro objeto, sino el naranja en abstracto. La idea básica detrás de esta solución es argumentar que aunque no podemos percibir nada *realmente* general, podemos tener representaciones de extensión más general que el contenido de nuestra experiencia, y a través de ellas podemos condensar muchas experiencias, de muchas personas, desde muchas subjetividades y de esta manera por lo menos acercarnos un poco al ideal de conocimiento objetivo y general.

Pero postular la existencia de este tipo de representaciones no es suficiente. Para que una estrategia de este tipo funcione, es necesario resolver tres cuestiones fundamentales: primero, determinar cuál es el contenido y comportamiento lógico de estas representaciones abstractas;[3] segundo, explicar su papel y relación con nuestro

---

[3]. A lo largo del artículo, cuando hablo de 'lo abstracto' y 'lo concreto' me refiero, en primer lugar, a representaciones abstractas (conceptos) y concretas, y sólo de manera derivada a los putativos hechos, objetos o propiedades, abstractas o concretas, a los que éstos hacen referencia. A fin de cuentas creo que poco se puede decir de la distinción ontológica concreto/abstracto que no sea por extensión de lo que se puede saber de las representaciones abstractas y concretas, y que la discusión filosófica perdió mucho de su curso cuando dio el giro ontológico a finales del siglo XIX y cambió la discusión de las representaciones abstractas por la de los objetos abstractos. Es por ello que mucha de la discusión actual sobre los fundamentos de las ciencias formales se gasta en el debate entre platonistas y nominalistas; es decir, en la pregunta de si los presuntos hechos y objetos abstractos de los que tratan las ciencias formales existen realmente. Tal parece que si pudieran expulsarse los objetos abstractos de la realidad, nos habríamos deshecho del problema de la abstracción. Sin embargo, independientemente de que pueda o no ponerse en cuestión la existencia de los objetos abstractos, es un hecho cotidiano, tanto dentro como fuera de la ciencia, que muchas de nuestras representaciones son abstractas en algún sentido sustancial que, en parte, este libro trata de elucidar. Dicho de otro modo, que aun si los objetos abstractos no existieran, las representaciones abstractas indudablemente sí existen y se usan de manera regular y eficaz en muchos sectores de nuestra vida. Este es el verdadero problema de la abstracción: un problema epistemológico, lógico y semántico, antes que ontológico o metafísico.

conocimiento de lo particular y concreto; y finalmente, explicar la naturaleza misma del conocimiento abstracto, no solamente como medio de conocimiento de lo concreto, sino como campo disciplinario autónomo. En otras palabras, es necesario determinar ¿cómo es posible que el uso de representaciones abstractas nos ayude a conocer y, en general, a vivir en el mundo concreto al que pertenecemos? (Esta pregunta es especialmente importante para el proyecto de fundamentar a las así llamadas *ciencias abstractas* —la lógica y las matemáticas— cuyas verdades y objetos de estudio no sólo son abstractos, sino que su validez y existencia parecen ser independientes de todo hecho u objeto particular o concreto).

No nos debe sorprender el que los filósofos de las ciencias naturales se hayan concentrado en responder a la segunda cuestión (¿qué papel juega la abstracción en la construcción de nuestro conocimiento de lo concreto?), mientras que los filósofos de la lógica y las matemáticas se hayan concentrado en la tercera (¿cómo es posible tener conocimiento objetivo de lo abstracto?), al tiempo que la filosofía del lenguaje, la filosofía de la mente, las ciencias cognitivas y la lógica han tratado de arrojar luz sobre la primera de ellas. Es precisamente en esta primera pregunta en la que concentraré mi atención a lo largo de este libro, apenas tocando algunos aspectos de las otras dos.

La clasificación de concepciones de la abstracción que ofrezco a continuación no pretende ser exhaustiva, ni abarcar todas las concepciones de lo abstracto que se han ofrecido en la historia de la filosofía occidental. Asimismo, el análisis que sigue tampoco debe tomarse como un intento de determinar cuál es la concepción *correcta* de la abstracción. Lo más probable es que cada una capture algunos casos e intuiciones generales de lo que llamamos abstracción, sin que ninguna logre capturarlas a todas. Mi interés principal, mas bien, es hacer un mapa de las diferentes concepciones de la abstracción para, luego, concentrarme en las concepciones del análisis y la estructura que les subyacen.

2. Las estrategias clásicas: Locke y Hume

Las distintas estrategias que el empirismo ha adoptado para explicar el papel de la representación en la construcción del conocimiento científico pueden encontrarse en los orígenes mismos del empirismo moderno. En el debate epistemológico entre Locke y Hume, podemos ver ilustradas dos tendencias generales que ha tomado el empirismo para resolver la tensión entre conocimiento general y experiencia particular. No me interesa aquí reconstruir el debate entre estos dos pensadores con absoluta fidelidad o precisión histórica, sino usarlos para identificar dos tendencias epistemológicas generales al interior del empirismo.

Locke retoma del racionalismo platónico la necesidad de postular ideas generales para explicar la naturaleza del conocimiento científico. Para él, el conocimiento propio de la ciencia tiene como objeto y materia las ideas generales, que a diferencia de las planteadas por la teoría de la reminiscencia de Platón, no son innatas sino que surgen de la experiencia. Es necesario, por lo tanto, explicar qué significa decir que las ideas generales surgen de la experiencia cuando el contenido de ésta es, como ya hemos mencionado al principio de este capítulo, particular. En otras palabras, es necesario postular un mecanismo psicológico de *abstracción* para producir ideas generales —también conocidas como abstractas— a partir del contenido particular de nuestra experiencia. Según Locke, una vez obtenidas estas ideas, el conocimiento general surge del estudio de las propiedades y relaciones generales entre ellas (1980, Libro III, cap. 3, §6).

Hume (1978, Libro I, secc. 7), en cambio, rechaza la existencia de ideas generales y propone explicar el conocimiento general a partir de los mecanismos cognitivos que permiten *tratar* lo particular *de manera general*. Por eso para él no existen representaciones que sean generales en sí mismas. Todas las representaciones son particulares y lo abstracto se da sólo por el uso de ciertas representaciones de casos particulares que tomamos como *ejemplares* para nuestra investigación científica. Idealizaciones como los dibujos anatómicos del siglo XVII, o los modelos físicos o materiales como la mosca *drozoophila* en la investigación de la herencia, son ejemplos de representaciones científicas abstractas en el sentido humeano, es decir, particulares en sí mismas pero generales en su uso.

Figura 1. Ejemplo de representación abstracta de tipo humeano. Ejemplar botánico.[4]

---

[4] Espécimen de *Holotype* of *Erigeron grandiflorus subsp. arcticus Porsild Plant*, recogida en Victoria Island, Holman Island trading post, A.E. Porsild, 17342, Agosto 8, 1949. CAN 226845. Artic Island Distribution. S.G. Aiken, M.J. Dallwitz, L.L. Consaul, C.L. McJannet, L.J. Gillespie, R.L. Boles, G.W. Argus, J.M. Gillett, P.J. Scott, R. Elven, M.C. LeBlanc, A.K. Brysting and H. Solstad. 1999, en adelante. Flora of the Canadian Arctic Archipelago: Descriptions, Illustrations, Identification, and Information Retrieval. Versión del 29 de Abril, 2003. http://www.mun.ca/biology/delta/arcticf/'

En la vida diaria nos encontramos continuamente con representaciones abstractas de tipo humeano. Cada vez que compramos por catálogo las utilizamos:[5] Cuando ordenamos un par de zapatos por catálogo, por ejemplo, no esperamos recibir a vuelta de correo el mismo par de zapatos que aparecen fotografiados en el catálogo, sino uno *del mismo tipo*. En sentido estricto, lo que aparece en el catálogo es un *ejemplar* del *tipo* de zapatos en venta. La fotografía de dicho par de zapatos representa de manera humeana el tipo de zapato al que dicho par de ejemplares pertenecen. Aunque el par de zapatos que estamos comprando no es precisamente ése que ha sido fotografiado, es *similar* para los fines relevantes de compra-venta. Esta similitud es la que permite que la abstracción humeana funcione y que el ejemplar sirva de *representante* del tipo.

Para extraer conocimiento general de estos ejemplares, es necesaria la postulación de mecanismos inferenciales *inductivos* en un sentido muy amplio que incluye, no solo a la inducción propiamente dicha, sino también a las inferencias analógicas, y otras capaces de producir conocimiento general a partir del estudio de casos particulares. Así podemos obtener conocimiento general sobre, por ejemplo, todos los miembros de una especie biológica tras haber observado sólo algunos ejemplares particulares.

Actualmente, la perspectiva humeana ha sido adoptada en varias áreas de la filosofía para tratar de dar cuenta de una gran variedad de fenómenos. En psicología cognitiva, como el caso de la teoría de ejemplares (Nosofsky & Johansen 2000; Ross & Makin 1999, Smith

---

[5] En este ejemplo, por supuesto, no está en juego solamente el mecanismo humeano que caracterizo, sino también la representación fotográfica, pero podemos ignorar este elemento del ejemplo para concentrarnos en su componente humeano.

y Medin 1981, 1999), basada en el concepto Kuhniano de paradigma (Khun 1971) es heredera directa de la concepción humeana. Según esta teoría, nuestros conceptos psicológicos no son en realidad representaciones abstractas sino un conjunto de representaciones particulares de objetos específicos que sirven de ejemplares del tipo y que guardamos en la memoria. Cuando pensamos en un tipo de objeto, ej. 'mueble', no traemos a la mente ningún mueble abstracto, sino un mueble particular (comúnmente una silla) y aunque reflexivamente sabemos que no todo mueble es una silla, tratamos a la silla como representativa de dicho tipo.

Esta manera de entender los conceptos parece poder explicar varios fenómenos psicológicos: por ejemplo, porqué nos cuesta menos trabajo determinar que un pastor alemán es un perro que un pekinés, o porque nos cuesta tanto trabajo definir aún los conceptos que intuitivamente nos parecen más claros (Murphy 2002, Carey 2009). En teoría de la argumentación, para mencionar un área completamente distinta de la filosofía, también se ha apelado a esta perspectiva sobre la abstracción para dar cuento de algunos tipos de fenómenos. Por citar alguno, Christopher Tindale (2006) ha adoptado la perspectiva humeana para tratar de explicar la importancia de la racionalidad para la argumentación desde una perspectiva retórica. Según Tindale, para que una estrategia argumentativa sea razonable no debe dirigirse a una audiencia racional abstracta, sino a su audiencia real, tratándola como si fuera universal. De esta manera, podemos conciliar la concepción retórica de la argumentación (donde ésta siempre ha de estar dirigida a una audiencia en particular) con el ideal de racionalidad (que presumiblemente es universal), sin tener que postular una audiencia ideal abstracta.

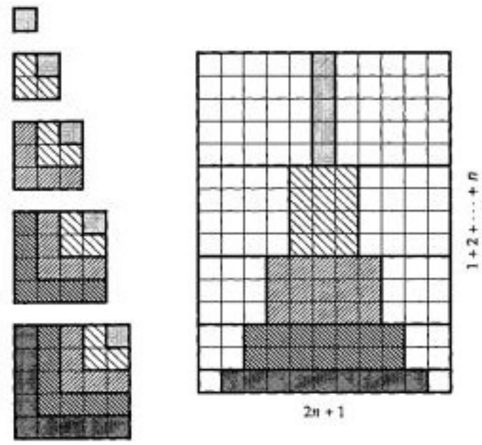


Figura 2. Representación Humeana en Matemáticas

Continuando con los ejemplos, en filosofía de las matemáticas, James Robert Brown (2008) ha defendido la tesis de que los diagramas matemáticos (en particular, los diagramas de las pruebas visuales en aritmética, *cf.* Nelsen 1993) son representaciones humeanas, a saber, imágenes que en sentido estricto representan un solo caso, pero que al mismo tiempo nos permiten de alguna manera *ver* en ellos (en un sentido cognitivo no sensorial) cierta generalidad que se puede extender a un número infinito de casos similares. Para Brown, esto significa que, en sentido estricto, "no son realmente representaciones", sino más bien "instrumentos" o "ventanas" que nos permiten asomarnos al espacio abstracto dónde viven los objetos matemáticos (Brown 2008, 40-44 Traducción mía). Aun si uno no acepta la ontología platonista de Brown, no es difícil darse cuenta de las matemáticas están llenas de estrategias humeanas de representación. Antes del uso extendido de variables, ej. los primeros algebristas presentaban sus teoremas y técnicas usando ejemplos particulares, y aún después de que las matemáticas adoptaran el tipo de lenguaje formal con el que las asociamos actualmente, los diagramas de casos particulares siguen usándose para ilustrar, enseñar y hasta probar resultados generales.

Nótese cómo el debate no está planteado en términos ontológicos. La discusión entre Locke y Hume no versaba sobre la existencia o inexistencia de *objetos* abstractos, sino sobre la existencia o inexistencia de *ideas* abstractas (*i.e.*, representaciones mentales generales o conceptos). Para Locke, "la universalidad no pertenece a las cosas mismas, todas las cuales son particulares en su existencia" (1980, Libro III, Cap. 3, §11, p. 623). En otras palabras, Locke y Hume eran lo que hoy consideramos *nominalistas*, sólo creían en la existencia de lo concreto. Pero, pese a que no creían en la existencia de objetos abstractos, sí reconocían la existencia y la eficacia del uso de representaciones abstractas.[6] En el *Ensayo*, Locke señala que mediante la abstracción, "se habilita a las ideas para representar a más de un individuo (*ibid.* p. 618)", mientras que para Hume, en vez de ideas abstractas, lo que tenemos son ideas "particulares en su naturaleza, pero generales en su representación

---

[6] A decir verdad, como señalan los mismos Burgess y Rosen (1997), aun desde antes del S. XVII la distinción concreto/abstracto no se concebía como una distinción ontológica, sino gramática (semántica). No es sino hasta el siglo XVII que la discusión sobre la representación lingüística de lo abstracto da pie a la discusión sobre la representación mental de lo abstracto.

(*ibid.* p. 22)". En ambos casos lo abstracto no es una categoría ontológica sino semántica. Lo que es abstracto son las representaciones (mentales o lingüísticas), no los objetos.[7]

3. Hacía una epistemología de las representaciones abstractas

Para construir una teoría epistemológica de lo abstracto que apele a representaciones como la que proponían Hume o Locke, es necesario responder a tres preguntas fundamentales: (i) ¿cómo accedemos a las representaciones abstractas?, (ii) ¿qué determina su contenido? y (iii) ¿cómo las usamos para obtener conocimiento? En otras palabras, el problema es explicar la adquisición, posesión y manejo de conceptos generales.[8]

---

[7] La transición del debate de ideas a un debate de objetos se debe al anti-psicologismo de finales del siglo XIX (aunque Burgess y Rosen (1997) ubican sus raíces en la dualidad mente/cuerpo introducida del pensamiento medieval al moderno por el trabajo de Descartes). Para los anti-psicologistas (especialmente Frege 1884), lo mental era subjetivo y como tal, insuficiente para servir como fundamento para el conocimiento genuino. De tal manera que aunque se explicara la capacidad de representar mentalmente lo abstracto, aún era necesario que dichas representaciones y el conocimiento obtenido mediante ellas fuera efectivamente objetivo. Para ello, pensaba Frege, era necesario que existieran también los objetos y hechos abstractos representados por dichas ideas. En el caso de las matemáticas, esto significaba que independientemente de la existencia y uso de conceptos y símbolos matemáticos, era necesario garantizar la existencia de los referentes de dichos conceptos y símbolos.

Por lo menos desde el *Cratilo* y el *Teeteto* de Platón, la filosofía occidental ha mantenido la idea de que el conocimiento objetivo y general es posible sólo si su objeto propio es también objetivo y general. Parece ser que para que el conocimiento sea objetivo y general, es necesario que sus objetos sean también generales y objetivos; es decir, que existan de manera objetiva, independiente de nuestras mentes y convenciones. De esta manera, la cuestión epistemológica de la objetividad y generalidad del conocimiento ha dado pie a la postulación de los llamados objetos abstractos.

[8]. Excepto cuando indique lo contrario, de ahora en adelante, al hablar de conceptos, excluyo a los conceptos individuales.

Lockeanos y humeanos suelen responder a estas preguntas de manera distinta. A grandes rasgos, los lockeanos apelarán a algún proceso lógico o psicológico de abstracción para explicar la adquisición y el contenido de nuestras representaciones abstractas. En cambio, los humeanos contarán una historia distinta sobre cómo no se requiere ninguna facultad o mecanismo de acceso especial a las representaciones abstractas. Para ilustrar esta diferencia, en la siguiente sección tomaré como ejemplo la manera en que estas preguntas se han resuelto en la filosofía de las matemáticas.

4. Lockeanos y humeanos en filosofía de las matemáticas

No es necesario repetir que uno de los problemas fundamentales en filosofía de las matemáticas es conciliar dos intuiciones muy fuertes acerca del conocimiento matemático: por un lado, el hecho de que las matemáticas no parecen tratar sobre objetos y hechos concretos, dicho de otro modo, que objetos como números, grupos algebraicos, espacios topológicos, etc., no parecen ser objetos concretos y que las propiedades que nos interesan de ellos parecen ser propiedades *objeticas* que tienen independiente de nosotros, nuestros deseos, convenciones, etc., y por el otro, la fuerte intuición de que los matemáticos no tienen ningún tipo de capacidad epistémica extraordinaria, sino que cuando hacen matemáticas, trabajan con lo mismo a lo que tenemos acceso todos los seres humanos: la experiencia de objetos y situaciones concretas y particulares en el mundo. En otras palabras, el problema es explicar cómo es posible que, atendiendo sólo a cálculos en lápiz y papel, observando sólo hechos contingentes, concretos y particulares, podemos obtener conocimiento matemático presumiblemente necesario, abstracto y universal.

Este problema es conocido como el reto de Benaceraff por la famosa formulación que le dio el filósofo estadounidense Paul Benacerraf en su capítulo "Verdad en matemáticas" de 1973, aunque en el fondo no es sino el mismo problema al que enfrenta todo empirismo para fundamentar el conocimiento de lo abstracto del cual hemos hablado a lo largo de este capítulo. No es de sorprender, por lo tanto, que las estrategias que han surgido para enfrentar el reto de Benacerraf hayan sido del mismo corte como las que la tradición empirista ha dado al problema de fundamentar el conocimiento objetivo y general en la experiencia particular y concreta, es decir, no es de sorprender que las epistemologías empiristas, le den un lugar central en su explicación del conocimiento matemático a las representaciones abstractas.

De manera análoga a lo que sucedía en el caso no-matemático, una epistemología empirista de las matemáticas debe explicar, entre otras cosas, (i) la adquisición de conceptos matemáticos, (ii) la fijación del contenido de los mismos y (iii) su papel en la construcción del conocimiento matemático. En general hay que explicar cómo entidades concretas representan hechos y objetos matemáticos. ¿Cómo es posible, por ejemplo, que un numeral (un objeto concreto) represente un número (un objeto abstracto) o que manipulando los primeros (v.gr., realizando cálculos aritméticos básicos) podamos obtener conocimiento sobre los segundos? ¿Cómo es posible que un diagrama, que muestra una configuración geométrica particular, represente y nos permita obtener conocimiento de una situación geométrica general que involucra propiedades y relaciones entre objetos abstractos? En consecuencia, el reto del empirismo es fundamentar, a partir de una experiencia que sólo tiene acceso a los fenómenos particulares y concretos, el conocimiento matemático que por lo menos *prima facie* parece ser radicalmente general y abstracto. No es sorprendente en este caso que las propuestas epistemológicas que ha ofrecido el empirismo se agrupen también dentro de las tendencias generales lockeana y humena ya identificadas.

Las propuestas lockeanas generalmente parten de aceptar la existencia de conceptos (y, en algunos casos, objetos) propiamente matemáticos que dan contenido a nuestro conocimiento matemático. Al igual que en el caso de Locke, estas propuestas requieren plantear algún tipo de mecanismo de abstracción que permita acceder epistemológicamente a dichos conceptos (u objetos) a partir de la experiencia y de una lógica deductiva que posibilite estudiar las propiedades y relaciones entre ellos. El espécimen tal vez más conocido de una epistemología de corte lockeano para las matemáticas —o, por lo menos, para la aritmética— es el logicismo de Gottlöb Frege, quien intenta fundamentar el conocimiento matemático en una capacidad de abstracción capaz de darnos acceso al tipo de conceptos lógicos que para él son los conceptos matemáticos. Sin embargo, en manos de Frege este proceso de abstracción pasa de ser un mecanismo psicológico (como lo fue en Locke) a ser un mecanismo lógico.[9] Esta misma idea de abstracción lógica está presente en autores contemporáneos neo-fregeanos del estilo de Dummett (1991) o del de Crispin Wright (1983) y Robert Hale (1987), además de en estructuralistas como Stewart Shapiro

[9] En sentido estricto, el logicismo de Frege no es un empirismo, en tanto que los objetos de los que parte su abstracción no son objetos empíricos sino objetos lógicos primitivos. Sin embargo esto solamente mueve el problema del acceso epistémico al nivel de estos objetos lógicos primitivos (*cf.* Resnik 1980, 175). Lo incluyo en este campo porque, por lo demás, su propuesta epistemológica encaja perfectamente dentro del esquema lockeano. Además, ha servido de inspiración a las propuestas neo-fregeanas eminentemente empiristas.

(1997, c.4).[10] En consonancia con su lockeanismo, estos filósofos contemporáneos favorecen una lógica deductiva para las matemáticas, ya que para ellos, una vez que se tiene acceso a los conceptos abstractos de la matemática, es posible manipularlos lógicamente de una manera puramente deductiva (*cf*. Bonjour, 1998; Katz 2004, 1998).

El empirismo humeano, en cambio, requiere fundamentar el conocimiento matemático en experiencias y objetos particulares, sin mediación alguna de conceptos u objetos universales. El inductivismo radical de Stuart Mill (1843, libro II, caps. 5 y 6) es tal vez el ejemplo más conocido de una epistemología de las matemáticas de corte humeano, pero no el único. La amplia tradición *sintética* en la geometría (*cf*. Torretti 1978 y Nagel 1979)[11], ejemplificada claramente en la epistemología de la geometría de Immanuel Kant (*cf*. Young, 1982, y Friedman, 1990) pertenece también a la corriente humeana. Para Kant, el método diagramático de la geometría constructiva deja claro cómo podemos obtener conocimiento matemático general a partir de nuestra experiencia y manejo de objetos particulares: los diagramas. Para el filósofo alemán, el método de la geometría consiste en explotar las características generalizables de figuras geométricas particulares, a partir del

---

[10] En el caso de Stewart Shapiro (1997), la abstracción lógica se complementa con una abstracción psicológica para el reconocimiento de patrones simples.

[11] En este sentido, el debate entre las tradiciones analíticas y sintéticas en geometría moderna puede verse como una disputa entre una concepción lockeana de la geometría —la de la tradición analítica, en la cual la formalización garantizaba la pureza de las representaciones abstractas— y una humeana —la sintética. (Barceló, en prensa) Igualmente, la formalización del álgebra y el análisis en los albores de la era moderna debe verse como el paso de un álgebra humeana, donde operaciones concretas eran usadas como 'ejemplares' a un álgebra abstracta en el sentido lockeano (Barceló 2004).

reconocimiento y la consideración de casos exhaustivos, para obtener pruebas y construcciones generales sin la mediación de universales geométricos. Esta misma idea está presente en la aritmética finita de rayas de Hilbert (1926) y en el constructivismo de Markov (1972), ambas de inspiración claramente kantiana; además de teorías más recientes como la de Michael Resnik (1997),[12] ninguna de las cuales apela a ningún tipo de abstracción para dar cuenta del conocimiento matemático.

En décadas recientes, el empirismo en filosofía de las matemáticas ha recibido un nuevo ímpetu como parte del nuevo paradigma naturalista dentro de la filosofía. No es extraño que en su interior podamos hacer también una distinción entre un enfoque lockeano y otro humeano, la cual se alinea bastante bien con la distinción entre realistas y anti-realistas. El naturalismo original de Quine (1981) y su variante desarrollada por Maddy (1990)[13] son ejemplos de naturalistas realistas de corte lockeano. En cambio, el naturalismo eleático de los nominalistas es más bien un empirismo humeano. El paralelismo entre ambas distinciones no debe sorprendernos, basta recordar que detrás del debate epistemológico entre Locke y Hume descansaba una preocupación ontológica: la existencia de las ideas abstractas. La propuesta humeana surgió como un intento de dar sentido al conocimiento general y objetivo sin postular la existencia de ideas abstractas. No es motivo de sorpresa, por lo tanto, que su estrategia epistemológica haya sido adaptada por los

---

12. En (1997), Michael Resnik desarrolla una epistemología que "no se funda en transacciones causales o generadoras de información entre seres humanos y objetos matemáticos (Resnik, 1997, p. 175, mi traducción)", sino en nuestra capacidad de obtener información matemática confiable a partir de cálculos y "marcas sobre papel" (Resnik, 1987, pp. 86-7).

13 *Cf*. (1997), la cual no es empirista sino racionalista.

nominalistas para dar sentido al conocimiento matemático evitando la postulación de objetos matemáticos abstractos. Después de todo, si se puede explicar la matemática sin conceptos abstractos, es superfluo postular objetos abstractos.

Como ya he señalado, una epistemología de las matemáticas de corte lockeano necesita explicar, entre otras cosas, nuestro acceso epistémico a conceptos matemáticos, es decir, nuestra capacidad de tener pensamientos matemáticos. Esto se logra generalmente postulando un mecanismo de *abstracción,* ya sea lógico (como el propuesto por logicistas y neo-logicistas), psicológico (como el propuesto por los intuicionistas), o ambos (como aparece, por ejemplo, en el estructuralismo de Shapiro 1997). Una vez postulado el mecanismo, es necesario, además, garantizar que dicho mecanismo nos dé acceso epistémico a conceptos matemáticos genuinos. En otras palabras, una vez que hemos postulado un mecanismo de abstracción, es necesario garantizar que lo abstraído en dicho proceso tenga contenido matemático (en lugar de contenido físico o lingüístico, entre otros). Para muchos esto significa que también es necesario demostrar que dichos conceptos se refieren a entes matemáticos reales y existentes.

Tanto para intuicionistas (como Brouwer (1975), para quien los objetos matemáticos son creaciones del pensamiento), como para neo-logicistas (como Wright (1983) o Azzouni (1994), para quienes los objetos matemáticos son creados por un proceso lógico de abstracción), el proceso de abstracción *crea* sus propios objetos, garantizando así, al mismo tiempo, su existencia y accesibilidad epistémica. Lockeanos de corte más radicalmente realista demandan además una garantía extra de la existencia objetiva *e independiente*[14] de

[14] Es decir, independiente del proceso lógico o psicológico de abstracción.

los referentes de dichos conceptos.[15] Esta era la posición original de Frege en sus *Grundlagen* (1884) y es el motivo de las críticas recientes de autores como Agustín Rayo (2003) y Marco Panza (*en prensa a*) al neo-logicismo.

Finalmente, necesitamos también una metodología y una lógica que nos permitan obtener conocimiento matemático a partir del acceso epistémico logrado a través de la abstracción. Una vez que tenemos acceso epistémico a conceptos matemáticos y hemos garantizado su contenido, es fácil apelar a una metodología racionalista y a una lógica puramente deductiva para redondear nuestra teoría epistemológica. Este es el punto de menor contención dentro de la discusión epistemológica en filosofía de las matemáticas, pues la respuesta de los lockeanos a este reto lógico-metodológico es la misma de los racionalistas (y parece ser empíricamente adecuada; *i.e.* recupera el hecho de que efectivamente hacemos matemáticas usando una metodología racionalista y una lógica deductiva), aunque también hay fuertes intuiciones del lado de los empiristas humeanos quienes, como he mencionado, reconocen que, de hecho, el conocimiento matemático se construye a través de la manipulación de objetos concretos como fórmulas y diagramas.

[15] Es importante no confundir la existencia objetiva de los objetos matemáticos con la objetividad del conocimiento matemático. Los retos son distintos. Es necesario demostrar que el acceso epistémico a través de la abstracción captura la suficiente información matemática como para dar lugar a conocimiento objetivo. Es necesario, ej., que la manera en que se nos presente el objeto matemático sea tal que podamos reconocer en él sus propiedades matemáticas relevantes. En otras palabras, debe garantizarse la confiabilidad de nuestro acceso epistémico a los objetos matemáticos. Establecer el puente entre la existencia objetiva de los referentes de nuestros conceptos matemáticos y la objetividad del conocimiento obtenido de ellos no es un asunto trivial.

II. Abstracción y Análisis

Hasta aquí he explorado las diferencias entre los enfoques Lockeano y Humeano de entender la representación abstracta. Como el lector es capaz ya atisbar, aunque las diferencias son importantes, en realidad, hay muchos presupuestos en común de fondo y a ellos dedicaré las siguientes secciones. En particular, me interesa mostrar cómo detrás de ambos enfoques descansa una concepción analítico-composicional del contenido de las representaciones, tanto concretas como abstractas; es decir, descansa la idea de que (por lo menos algunas de) nuestras representaciones no son atómicas sino que están compuestas unas de otras de manera tal que podemos elucidar (por lo menos parte de) su contenido a partir de nuestro conocimiento del contenido de los conceptos las componen. En otras palabras, las representación tienen estructura lógica, y descubrir esta estructura es el trabajo del análisis conceptual.

5. Substracción y análisis

En su formulación original, John Locke veía la abstracción como la separación y eliminación posterior de aspectos particulares de lo concreto (1980, Libro III, cap. 3, §6). Por ejemplo, podemos obtener la representación abstracta de una esfera a partir de la experiencia de una esfera concreta si suprimimos de esta toda otra característica fuera de la de ser una esfera. Si empezamos con una representación concreta de la esfera de ónix que tengo en mi estudio, y eliminamos de ella la característica de que está en mi estudio, la de que es negra, la de ónix, etc., eventualmente llegaremos a tener sólo una representación de una esfera en abstracto. Así, gracias a la magia de la abstracción podemos par de una experiencia de lo concreto a una representación abstracta.

Pese a que esta noción de abstracción sigue siendo la más común y familiar tanto dentro como fuera de la filosofía, no es la única. Ya Hume —y Berkeley— había criticado a Locke por presuponer que todo aspecto de lo concreto podría existir separado de su sustrato concreto (Hume *1978*; Berkeley 1710, §7-19) y ofrecido su propia concepción de la abstracción, no como un proceso de *generación* de un nuevo tipo de representación (abstracta), sino como un proceso de *uso* de las representaciones que ya tenemos (las concretas). Para él la abstracción no requería eliminar o separar aspectos particulares de lo concreto, sino simplemente *ignorarlos* (Husserl (1891) concibe la abstracción de la misma manera).[16] Para Hume, lo que hago al abstraer lo esférico de mi percepción de la esfera de ónix en mi estudio no es producir una nueva representación abstracta, sino tomar la misma experiencia concreta que estoy teniendo y cambiar mi actitud hacia su objeto: concentrándome en su carácter esférico e ignorando otras características, como su color, tamaño, locación, etc. Según Hume, el resultado tiene las mismas ventajas que la propuesta de Locke pero sin la necesidad de postular un nuevo tipo de representaciones (ni, mucho menos, un nuevo tipo de entidades para sus referentes).

Nótese cómo ambas estas concepciones descansan en una visión analítica-composicional de lo concreto en tanto dependen de que en el contenido de nuestra

[16] Una variación contemporánea de la estrategia humeana consiste en neutralizar mediante idealizaciones elementos de lo concreto, para formar lo abstracto. No trato de recuperar en mi caracterización todos los sentidos en los cuales el término ‘idealización’ es usado en la literatura filosófica contemporánea, especialmente en filosofía de la ciencia. Sin embargo, sí creo que mi caracterización captura muchos fenómenos de la ciencia que han sido llamados ‘idealizaciones’. Ofrezco un análisis más detallado de la idealización en ciencia y su relación con la abstracción al final de este capítulo.

experiencia (y, en general en nuestras representaciones) haya elementos que se puedan ignorar (en el caso de las estrategias humeanas)[17] o separar y eliminar (en el caso de las lockeanas); en ambos casos, la abstracción opera sobre los *componentes* de un *todo* concreto. En consecuencia, sólo lo concreto es completo, mientras que lo abstracto es en sí mismo incompleto (en el caso lockeano,[18] o no es considerado completamente en el caso humeano). Por esta razón, ambos procesos de *abstracción* requieren un paso previo de *análisis*: sólo cuando ya hemos identificado los componentes de lo concreto y el papel que juegan dentro del todo podemos separarlas, eliminarlas, combinarlas, neutralizarlas o ignorarlas. En este sentido, toda abstracción presupone un análisis.

Ambas concepciones, asimismo, presuponen dos cosas más: por un lado, conciben al proceso de abstracción como un proceso de *substracción* pues requiere ya sea que se ignoren o se supriman elementos presentes en nuestras representaciones concretas. Debido a lo anterior, llamaré a estas concepciones "substractivas" de la abstracción, para contrastarlas de las concepciones "aditivas" que introduciré en la próxima sección. Por otro lado, ambas presuponen también que estos elementos son lógico-semánticos, a saber, determinan (por lo menos en parte) el contenido de las representaciones en las que ocurren. Cuando hablamos de ignorar o eliminar la locación de la esfera que tenemos frente de nosotros en la experiencia, lo que estamos eliminando de nuestra representación es un elemento del contenido de dicha experiencia. En este ejemplo, la locación no sólo es una propiedad del objeto que percibimos, sino una propiedad que le viene adscrita en nuestra

[17] O neutralizables en el caso de la idealización.

[18] Una vez más, la teoría fregeana de la abstracción es un ejemplo evidente de esta visión de las representaciones abstractas como incompletas.

experiencia. Podemos suprimir la locación de la esfera en nuestra experiencia de ella precisamente porque percibimos a la esfera en una locación. En las siguientes secciones abordaré ambos de estos presupuestos en orden. Primero, introduciré otras maneras de concebir la abstracción que no comparten el presupuesto substractivo con las propuestas Lockeana y Humeana y luego hablaré sobre cómo el análisis relevante para las concepciones substractivas y aditivas de la abstracción debe ser lógico-semántico.

6. Concepciones aditivas de la abstracción

En contraste con las estrategias substractivas, desde el medioevo han existido toda una serie de concepciones de lo abstracto que no se basan en la substracción de aspectos de lo concreto (Beuchot 1991), sino en la adición *lógica* de concretos particulares. Su concepción del contenido de nuestras representaciones, por lo tanto, es inversa a la de las propuestas substractivas de las que hablamos en las secciones anteriores. Para ellas, el contenido de nuestras representaciones abstractas es la suma o adición lógica de cada uno de los particulares de los que se predican. Un caso, el término 'verde' no significa sino la adición lógica de todas las representaciones referidas a objetos verdes concretos. Según estas teorías escolásticas, cuando predicamos de algo que es verde, lo identificamos con *algún* objeto verde. En otras palabras, cuando decimos que algo es verde, afirmamos que ese algo es idéntico a un objeto verde o a otro, o a algún otro. En consecuencia, detrás de la predicación de todo término abstracto descansa una cuantificación existencial, es decir, una adición lógica. Decir de un objeto que es verde, por continuar con nuestro ejemplo, significa decir que hay un objeto verde idéntico a ese objeto.

En tiempos más recientes esta tradición aditiva continua viva dentro de lo que hoy se llaman las semánticas "extensionales", nacidas de la tradición algebraica inglesa (Boole, DeMorgan, Jevons *et al.*) pero desarrolladas principalmente por la escuela polaca (Łukasiewicz, Tarski *et al.*), así como por Carnap, Kripke, Lewis, Dunn, Barwise, Stalnaker y otros (Mancosu et. al. 2004). En ellas, el comportamiento lógico y contenido de nuestras representaciones abstractas se explica apelando al conjunto de entidades (no solo reales, sino también meramente posibles) a las que se aplican con verdad. A este conjunto de entidades suele llamarse la *extensión* o rango de aplicación del concepto.

Dentro de las concepciones aditivas de la abstracción hay también versiones nominalistas y platonistas. Para los nominalistas aditivos las representaciones abstractas no se refieren a ningún objeto abstracto sino a todos los objetos concretos de los que se predica de manera distribuida o *plural* (Boolos 1984). Para el platonista aditivo, en cambio, las representaciones abstractas sí se refieren a objetos abstractos —conjuntos o clases— producidos mediante adición lógica. En matemáticas, por citar un ejemplo, la abstracción se entiende exactamente así, en esencia, como la formación de clases de equivalencia (clases de objetos equivalentes en algún respecto especificado) que son un nuevo tipo *más abstracto* de objetos. En otras palabras, para el platonista aditivo, además de los concretos particulares, existen también los conjuntos o clases de concretos (y los conjuntos y clases de esos conjuntos y clases, y así en adelante). Son a estos conjuntos o clases a las que se refieren las representaciones abstractas y, por lo tanto, pueden llamarse legítimamente objetos abstractos.[19]

Las perspectivas aditivas enfrentan los mismos retos epistemológicos y ontológicos que las substractivas. Sin embargo, sus respuestas a estos retos son muy distintas, ya que, como conciben el contenido de las representaciones abstractas como compuesto por representaciones concretas, pueden decir que acceder epistémicamente a algo concreto es también acceder a por lo menos una parte de algo abstracto. Si el rojo es la adición lógica de todo lo rojo, al ver un objeto rojo no sólo vemos ese objeto rojo concreto, sino también lo rojo que hay en él, ya que él mismo es parte (aditiva) de lo rojo, por citar un caso. Accedemos así a lo abstracto a través de sus instancias concretas.[20] En otras palabras, las propuestas aditivas pueden resolver el problema del acceso epistémico a las representaciones abstractas apelando al carácter concreto de (por lo menos algunas de) sus componentes aditivos. Si damos por sentado nuestro acceso epistémico a lo concreto —como hacen los empiristas—, tenemos entonces resuelto también el problema del acceso epistémico a lo abstracto a través de sus componentes concretos. Como los componentes aditivos de un abstracto son concretos, el acceso epistémico a lo concreto *es* también acceso

[19] Para facilitar la exposición, he ignorado la discusión de si el nominalista debe aceptar en su ontología concretos posibles, además de los de hecho existentes. A lo largo del libro, ignoraré todo problema asociado a la metafísica y epistemología de lo meramente posible.

[20] La idea general es hacer una analogía entre los objetos concretos complejos y lo abstracto: ambos tienen componentes concretos —aunque la manera en que se compongan de ellos sea diferente. Así como podemos decir que hemos visto a alguien cuando, en realidad, sólo le hemos visto la cara, de igual manera podemos decir que hemos visto el color rojo cuando en realidad no hemos visto todo lo rojo, sino solamente algunos objetos rojos. En ambos casos, el haber visto parte del objeto nos justifica para decir que lo hemos visto.

epistémico a lo abstracto a través de sus componentes. Este acceso garantiza además que dichos abstractos existan realmente. Si, por ejemplo, vemos un objeto de cierto color, no podemos dudar racionalmente que el color exista. Si lo abstracto es la suma lógica de sus instancias, entonces saber que existen las instancias es lo mismo que saber que existe el abstracto correspondiente.

7. Abstracción, simplicidad y deducción

Un contraste fundamental entre las concepciones lockeanas y las aditivas es la manera en que ambas conciben la relación entre lo concreto y lo abstracto. Mientras que para los lockeanos lo abstracto está constituido por *componentes* de lo concreto, para los aditivos lo abstracto está formado por la suma de concretos; esto es, que los concretos se vuelven *miembros* de lo abstracto.[21] En la concepción lockeana lo abstracto se concibe como incompleto en relación con lo concreto (esto no quiere decir que cada representación abstracta esté incompleta *qua*-representación abstracta, sino que cada una de ellas no representa por completo a ningún particular en concreto). En algunos casos, de varios abstractos se podría formar un concreto (si no hay nada más en un individuo concreto que sus propiedades abstraíbles). En la concepción aditiva, en contraste, lo abstracto se compone de varios concretos; cada uno de ellos es parte de la extensión de la representación. Por ello las concepciones aditivas ponen el acento en la *extensión* de las

[21] Abundaré de manera más precisa sobre la relación de “ser miembro de” en el capítulo tres.

representaciones abstractas y concretas, mientras las concepciones Lockeanas lo ponen en la *intención*.[22]

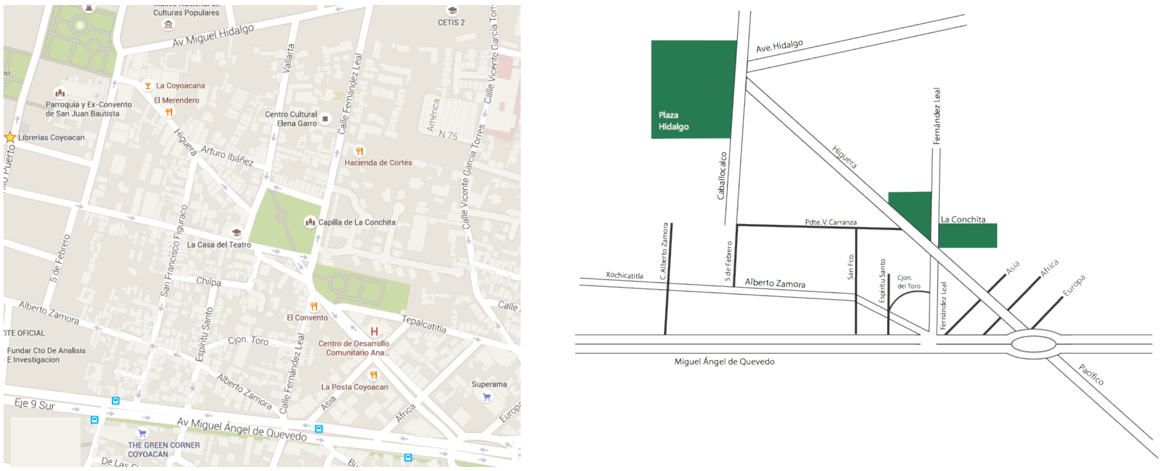


Figura 3. Dos mapas del centro de Coyoacán de diferentes niveles de abstracción y simplicidad.

[22] De esta manera es posible concebir la discusión contemporánea en semántica filosófica entre russellianos y neo-fregeanos como una disputa entre diferentes concepciones de la abstracción. Para los russellianos, a grandes rasgos, el contenido de una representación —abstracta o concreta— está dado por su extensión. De esta manera, para los russelleanos platonistas, si el significado es un objeto abstracto, éste debe ser concebido de manera aditiva; es decir, compuesto por la adición lógica de los objetos a los que refiere. Para los russellianos nominalistas, en cambio, no existen tales objetos abstractos llamados significados, sino solamente los concretos que conforman la extensión de nuestras representaciones abstractas y concretas. Para los neo-fregeanos, este aspecto extensional del significado debe complementarse por lo menos con un aspecto intencional. Frege mismo (1996), quien en este aspecto era fregeano y platonista, concebía por ejemplo, el sentido —responsable del aspecto intencional del significado— como un objeto abstracto lockeano, en otras palabras, un objeto incompleto. No todos los neo-fregeanos, sin embargo, han seguido a Frege en este punto. Un caso claro son autores como Carnap (1956), Lewis (1970), Gamut (1991), Kaplan (1989) y bidimensionalistas como Stalnaker (1987, 1988), *et al.*, quienes conciben el aspecto intencional de nuestras representaciones lingüísticas de manera aditiva: como la adición lógica de las diferentes extensiones que puede tomar una representación relativas a un contexto o mundo posible de evaluación (*cf*. Katz, 1992).

Dada esta oposición simétrica entre las concepciones lockeanas y aditivas, no podemos decir de manera general que lo abstracto sea más o menos complejo que lo concreto. Desde el punto de vista lockeano, lo concreto es, comunmente, más complejo que lo abstracto, pues lo abstracto surge de la eliminación de aspectos o componentes de lo concreto. En cambio, desde el punto de vista aditivo, lo abstracto es más complejo que lo concreto pues su extensión es mayor, a saber, contiene más miembros. Para evitar confusiones, en lo que resta del capítulo adoptaré la convención de usar "componentes" o "componentes substractivos" para referirme a los conceptos que componen un concepto o representación abstracta bajo una concepción lockeana o intencional, y de 'miembros' para referirme a los elementos extensionales concretos de un concepto bajo una concepción aditiva. De esta manera, podemos concluir que lo abstracto es intencionalmente más simple que lo concreto porque tiene menos *componentes*, pero extensionalmente más complejo porque tiene más *miembros* (Beaney 2003). En consecuencia, no siempre es fácil juzgar, a partir de la complejidad sintáctica o, a fin de cuentas, a partir de la cantidad de elementos que componen una representación, si es más abstracta o concreta que otra. Es necesario determinar si dicha complejidad es substractiva o aditiva, en otras palabras, es necesario saber si dichos elementos componentes corresponden a componentes substractivos o a miembros. En el caso de representaciones pictóricas como mapas, fotografías, dibujos, etc., la complejidad sintáctica suele corresponder a una complejidad substractiva (Westerhoff

2005).[23] Es claro que un mapa con más elementos visuales que representen aspectos de una región es más concreto que un mapa más sencillo (figura 3). En este caso, la complejidad del mapa es substractiva y sus elementos son componentes substractivos. Esto se debe a que es mucho más difícil, si no imposible, representar adiciones lógicas en este tipo de representaciones (Barwise 1993). Esta es una de las ventajas principales de los lenguajes (tanto naturales como artificiales) y de otros sistemas simbólicos sobre las representaciones pictóricas. En la mayoría de los lenguajes es igualmente fácil representar componentes substractivos que aditivos. Por ello, su complejidad sintáctica no suele corresponder directamente a su grado de abstracción o concreción.

Para ilustrar la manera en que la sintaxis de las representaciones lingüísticas o matemáticas puede confundirnos respecto a la complejidad substractiva o aditiva de una representación, considérense las siguientes fórmulas lógicas:

1. Pa
2. $\forall x\ Px$
3. $\exists x\ Px$

---

[23] A esto es a lo que Stenning (2002) llama tener una interpretación localizada. La interpretación de un sistema de representaciones es localizada si y sólo si toda representación del sistema implica lógicamente a sus sub-representaciones. Esta propiedad es claramente falsa de los lenguajes formales y naturales. El enunciado “Saldré de vacaciones.”, en este caso, es parte componente del enunciado “Saldré de vacaciones si me gano la lotería.”, y sin embargo éste no la implica. La interpretación de representaciones pictóricas, en contraste, sí es localizada (Westerhoff 2005, Sober 1976). Supongamos que parto la foto de un frutero que contiene, entre otras frutas, unas manzanas, en varios trozos de manera tal que en uno de ellos aún se pueda ver una de las manzanas dentro del frutero. De la información contenida en esa parte de la foto se puede inferir válidamente que una de las frutas en el frutero que aparecía en la foto original era una manzana.

4. Pa & Pb
5. Pa v Pc
6. Pc ⇒ Pa

Sintácticamente, (1) es más simple que el resto de las fórmulas. Sin embargo, de ello no podemos concluir ni que sea la más concreta, ni la más abstracta. En realidad, (1) es más abstracta que (3), (5) y (6) pero menos que (2) y (4). Esto se debe a que la cuantificación existencial y la disyunción son operaciones de adición lógica (infinita en el caso de la cuantificación y finita en el caso de la operación diádica).[24] La cuantificación universal y la conjunción, son en cambio operaciones de lo que se ha llamado *producto lógico*. La adición lógica forma representaciones aditivamente más complejas, mientras que el producto lógico forma representaciones substractivamente más complejas. En este sentido, los elementos de una disyunción lógica son componentes aditivos,[25] mientras que los factores de un producto lógico, son componentes substractivos. La mera complejidad sintáctica, por lo tanto, puede esconder tanto complejidad substractiva como aditiva. Para determinar la complejidad substractiva o aditiva y, por lo tanto, el carácter abstracto o concreto de una fórmula, es necesario hacer un análisis lógico más profundo.

En cierto sentido, el objetivo mismo de la lógica deductiva formal ha sido proveer las herramientas para este tipo de análisis lógico; es decir, para poder distinguir las

[24]. Además, (11) es equivalente a ~Pc ∨ Pa.

[25] En sentido estricto, en lógica contemporánea se distinguen dos tipos de adición lógica y por lo tanto, dos tipos de componentes aditivos: miembros y disyuntos. Sin embargo, dicha distinción no forma parte de la concepción clásica, ya que no aparecerá sino hasta el siglo XX, como veremos en el capítulo 3. De cualquier manera, los miembros pueden ser agrupados bajo el esquema general de la disyunción si los modelamos por su predicado unitario λx (x=a).

representaciones abstractas de las concretas (Russell 1919).[26] Por eso, en lógica formal ha sido muy importante distinguir operaciones aditivas como la disyunción y la cuantificación existencial, de las substractivas como la conjunción y la cuantificación universal.[27]

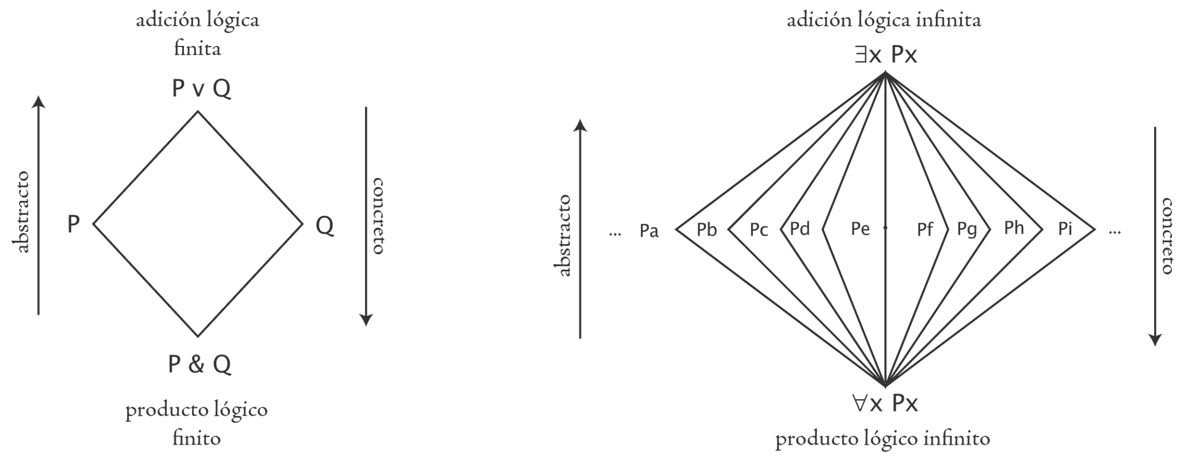


Figura 4

Como puede verse en la figura 4 hay una relación directa entre abstracción y consecuencia deductivamente válida. Lo concreto implica deductivamente a lo abstracto. Por esta razón logicistas del siglo pasado como Frege (1884) y Russell (1919) concluyeron que las verdades lógicas tenían el grado máximo de abstracción, pues se seguían deductivamente de cualquier otra proposición, incluyendo las falsas y las contradictorias.

Un caso completamente aparte es el de los humeanos, para quienes las representaciones abstractas no corresponden a concretos incompletos o a componentes de representaciones concretas (como para los lockeanos), ni a la suma lógica de varios concretos (como en la concepción aditiva), sino a representaciones concretas de un tipo

[26] O, para ser más precisos, para determinar el grado de abstracción de una representación.

[27] Vale la pena mencionar aquí el peculiar caso de la negación, la cual no es una operación aditiva ni sustractiva.

especial, paradigmático o límite que nos permite usarlas fácilmente de manera abstracta.[28] Recordemos que para los humeanos, la distinción entre abstracto y concreto se da sólo en el uso de las representaciones, no en las representaciones mismas. En otras palabras, no hay representaciones concretas y representaciones abstractas, sino que las mismas representaciones pueden *usarse* de manera concreta o de manera abstracta. En consecuencia, preguntarse por la relativa simplicidad o complejidad de las representaciones concretas en comparación con las abstractas no tiene mucho sentido, pues son en realidad las mismas representaciones.

Como la abstracción Lockeana requieren que se hagan explícitos los aspectos que van a ser ignorados, las representaciones lockeanas necesitan tener una estructura muy clara. En contraste, para usar un ejemplar como representante de un tipo de objetos, no es necesario especificar exacta ni explícitamente, cuáles de sus aspectos son generalizables y cuáles no. Cuando hacemos una compra por catálogo, para regresar a nuestro ejemplo del capítulo uno, no se nos tiene que decir explícitamente en qué se parecerá el zapato que recibiremos por correo, al que aparece fotografiado en el catálogo. Basta saber que serán similares o del mismo tipo. Dichas restricciones no necesitan darse de manera previa al uso de la representación, sino que son producto de su uso.

---

[28] Aunque, en algunos casos, inexistentes o naturalmente imposibles como veremos en más detalle más adelante.

8. Grados de abstracción vs dualidad concreto/abstracto

Pese a que la distinción abstracto/concreto se presenta comúnmente como una dualidad, una vez que vemos con más detalle las propuestas aditivas y substractivas de la abstracción, podemos ver en ellas una gradación, o mejor dicho, un orden parcial dentro de lo abstracto. En otras palabras, más que una distinción entre lo abstracto y lo concreto lo que hay son niveles de abstracción: entre las representaciones abstractas hay unas más abstractas que otras.

En las visiones substractivas, por citar un caso, podemos graduar los niveles de abstracción según los aspectos separados o ignorados de lo concreto. *V. gr.*, si empezamos con una representación concreta de la esfera de ónix que tengo en mi estudio, y eliminamos una de sus características: la de que está en mi estudio, tendremos una representación de una esfera de ónix. Esta representación ya no es concreta sino abstracta. Mientras toda esfera de ónix concreta está en algún lado, la esfera de ónix abstracta no está en ningún lado. Su ubicación ha sido abstraída, eliminada. Ahora, podemos eliminar otra propiedad, a saber, la de ser de ónix y quedarnos con una representación aún más abstracta: la de una esfera negra. Una vez más, si eliminamos su color, nos queda tan sólo un objeto esférico que es aún más abstracto, y si eliminamos su materialidad, nos queda una esfera. Podríamos seguir así obteniendo mayores grados de abstracción hasta llegar al que sería presumiblemente el grado máximo de abstracción que correspondería al ser.[29]

[29]. Nótese además que no hay un orden necesario en el que deben suceder estas abstracciones. Tan bien como abstraímos la locación y luego el color, pudimos haberlo hecho al revés: abstrayendo primero el color y luego la locación.

En las versiones aditivas podemos identificar igualmente mayores o menores grados de abstracción según la extensión de las representaciones. Si la extensión de una representación contiene a la de otra, entonces la primera es más concreta y la segunda más abstracta. Así como de cada substracción de la concepción abstractiva resulta una representación más abstracta, de cada adición de la concepción aditiva resulta una representación más abstracta. La disyunción de dos representaciones siempre da por resultado una representación por lo menos tan abstracta como la más abstracta de las representaciones originales. Así hasta llegar a la suma total, de extensión universal, en el grado máximo de abstracción.

En sentido inverso, el proceso de concretización en las concepciones substractivas lleva en su caso límite a la consideración de la totalidad de la realidad —la teoría total unificada del todo, con todas sus relaciones y propiedades—[30] como lo único completamente concreto. En cambio, en las concepciones aditivas es necesario que lo concreto sea múltiple. Para poder empezar a formar grupos o pluralidades de concretos, es necesario contar con por lo menos algún concreto básico o *un elemento* identificable.[31] No es sorprendente entonces que las concepciones aditivas favorezcan una concepción atomista de lo concreto.

---

[30] A fin de cuentas, si contamos a las relaciones y propiedades secundarias como aspectos de la realidad, incluso la consideración de un objeto abstracto aislado de sus relaciones con el resto de la realidad implica ya algún tipo de abstracción (Ramsey 1925).

[31] Podría argumentarse que las concepciones aditivas no escapan de la necesidad de requerir un paso previo de análisis de la realidad que nos permita identificar a los concretos de manera discreta.

Como había señalado, la distinción concreto/abstracto (y análogamente, distinciones derivadas como universal/particular, objeto/propiedad, sujeto/predicado, etc.) se presenta tradicionalmente como una dualidad completamente excluyente y, en muchos casos, también exhaustiva (Ramsey 1925). Esta concepción es compartida por (i) aquellos como Braithwaite (1926) y Strawson (1959) que creen que la distinción se puede hacer en términos del carácter espacio-temporal de lo concreto (donde lo concreto y sólo lo concreto es espacio-temporal); (ii) por quienes como Wisdom (1934) las distinguen porque en lo abstracto se cumple el principio de identidad de los indiscernibles (y, presumiblemente, no en lo concreto), (iii) por quienes como Geach (1950, 1975), Anscombe (1959) y Dummett (1973) piensan que las representaciones abstractas (los predicados) pueden negarse, mientras que las concretas no, y (iv) finalmente por autores como Russell (1919) que buscan en la distinción abstracto-concreto una manera de dibujar la línea divisoria entre lo lógico (que correspondería con lo abstracto) y lo no-lógico (que correspondería con lo concreto).

Dadas las críticas devastadoras de Burges y Rosen (1997) entre otros, es difícil sostener que además de la gradación antes expuesta, haya una distinción fundamental entre concreto y abstracto. "Abstracto" y "concreto" deben, entonces, concebirse mejor como términos relativos. Así, una representación será concreta tan sólo en relación con otra que juegue el papel de abstracta en relación con ella. De esta manera, y en general, una representación será más abstracta que otra si su extensión es más general y/o es consecuencia lógica de ella.

Resumiendo, como se ha dicho algunas páginas atrás, las representaciones más abstractas son más generales que las más concretas, pues comprenden más casos.[32] Todo proceso de abstracción aumenta la extensión de la representación y todo proceso de concretización la reduce. En otras palabras, toda abstracción implica una generalización y toda concretización, una especificación.

En el caso de los predicados, los más generales se aplican a más objetos; las fórmulas abiertas más abstractas son satisfechas por más secuencias. En el caso de las proposiciones, las más abstractas son verdaderas en más circunstancias, situaciones o mundos posibles. Por lo tanto, las proposiciones abstractas son consecuencia lógica de las concretas. De este modo se mantiene una armonía entre predicados y proposiciones: dados

[32] Esta regla se cumple tanto en el caso de predicados como proposiciones.

dos predicados con diferentes grados de abstracción, la clausura (mediante cuantificadores) del más abstracto sigue siendo más general que la clausura del predicado menos general.[33]

Concebir la abstracción en términos de generalidad y consecuencia lógica, ya no en los términos metafóricos de substraer o añadir rasgos o elementos constitutivos, tiene la ventaja de darnos un criterio claro y bien definido de cuándo una representación o modelo es más abstracta que otra. Este criterio resulta muy útil en casos en los que nuestras intuiciones sobre qué es más simple o complejo no resultan confiables. Un caso muy claro e importante es lo que se ha venido llamando la "abstracción por idealización". En años recientes este tipo de abstracción ha cobrado mucha importancia en los estudios de la ciencia, entre otras razones, porque no parece encajar fácilmente en nuestra concepción tradicional (*i.e.* substractiva) de la abstracción. Sin embargo, como espero mostrar en lo que queda de este capítulo, una vez que entendemos que la noción de simplicidad relevante para

---

[33] Por razones de simplicidad ignoraré cierta tradición lógica donde las proposiciones son más generales mientras más información contienen; es decir, mientras más condiciones imponen al mundo para ser verdaderas. Por citar un caso, decir que todos los perros ladran es hacer una afirmación más general que la de que mi perro ladra, pues la primera impone más condiciones al mundo para ser verdadera. Bajo esta interpretación, un enunciado universal (un enunciado cuya forma lógica quedará expresada por una fórmula cuantificada universalmente) es más general que uno particular que a su vez, es más general que uno existencial. Sólo en este sentido se puede decir que la deducción va de lo general a lo particular. Igualmente, si digo que mi perro ladra, pero no muerde, he dicho algo más general que si simplemente digo que ladra o que muerde, ya que la conjunción contiene más información sobre el mundo que cada uno de sus conyuntos. En general, el producto lógico nos da proposiciones de mayor generalidad, y la adición lógica proposiciones de menor generalidad, invirtiendo el orden de generalidad de predicados en proposiciones. Es claro que esta manera de entender la generalidad de las proposiciones es completamente inversa a la que presento aquí. Todo lo dicho sobre la generalidad de proposiciones en el resto del texto debe interpretarse de manera inversa si a uno le interesa este tipo de generalidad. Sin embargo, prefiero la otra manera de entender la generalidad porque mantiene la armonía entre predicados y proposiciones.

hablar de abstracción es lógico-semántica y no sintáctica ni morfológica, podemos encasillar mejor a la abstracción por idealización dentro de una teoría unificada de la abstracción como la que he ofrecido hasta ahora en este capítulo.

10. Idealización por Neutralización en Representaciones Polinomiales

Al principio de este capítulo introduje un tipo de humeanismo que llamé "abstracción por idealización". Ahí he dicho que una idealización tiene lugar cuando en vez de ignorar elementos peculiares del fenómeno que se estudia, estos los *neutralizamos* para contar con una representación más simple y abstracta. Ahora bien, ¿qué significa neutralizar algo en este contexto y cómo se relaciona con la substracción lockeana y el ignorar humeano del que ya hemos hablado? La respuesta no es simple pero aparece de manera más clara cuando se trata de modelos matemáticos, en particular cuando estos modelos son fórmulas polinomiales. Recordemos que un polinomio es la suma finita de términos, es decir, de fórmulas algebraicas formadas de operaciones aritméticas básicas (multiplicación, división, suma y resta) sobre variables y constantes numéricas. En los modelos polinomiales estas variables y constantes sirven de parámetros para la representación de factores cuantificables. En otras palabras, cuando una variable o constante ocurre en una representación pronominal, ésta representa algún aspecto o dimensión del fenómeno representado. Por ejemplo, cuando modelamos el movimiento uniformemente acelerado con la fórmula $a=v/t$, cada una de las variables que ocurren en la fórmula representan un aspecto relevante del fenómeno en cuestión. En este caso, la a representa la aceleración del móvil, la v la velocidad del mismo móvil y t el transcurso de tiempo en el que ocurre el movimiento. De esta manera se puede decir que la representación contiene estos aspectos. Pero es claro que cada caso concreto de movimiento acelerado contiene muchos más aspectos. Si, en alguna porción de mi trayecto matutino a la oficina, mi movimiento es uniformemente acelerado, este fenómeno concreto tendrá muchas más características que las que contiene la fórmula. Mi movimiento tendrá una velocidad, una aceleración y un tiempo, sí, pero también tendrá una localización espacio-temporal, un propósito y muchas otras propiedades que no aparecen en la fórmula.

Naturalmente, uno pudiera pensar que la razón por la cual a estos aspectos del fenómeno no les corresponde una variable en la fórmula es porque son irrelevantes y que, por lo tanto, la representación formal los ha abstraído (y es por eso que a este de representaciones polinomiales se les considera abstractas). Sin embargo, la cuestión no es tan sencilla, ya que, aunque me parece correcto hablar aquí de algún tipo de abstracción, no es obvio que esta abstracción sea del mismo tipo que las abstracciones de las que hemos estado hablando a lo largo del capítulo. Lo anterior porque, como veremos a continuación, esta abstracción a veces involucra la *neutralización* de aspectos del fenómeno.

Habíamos mencionado ya que toda representación polinomial consiste de la suma finita de fórmulas algebraicas formadas de operaciones aritméticas básicas sobre variables y constantes numéricas. Como también se sabe, cada una de estas operaciones aritméticas básicas cuenta con un valor *neutro*. En el caso de la adición, por ejemplo, el valor neutro es el cero, pues cualquier cantidad se mantiene constante si le sumamos cero. De lo anterior se sigue que cualquier miembro del polinomio puede neutralizarse si adquiere el valor cero.

La eliminación de términos de un polinomio, se reduce, por lo tanto, a la resolución del término para el valor cero.

Ilustremos con un ejemplo. Considérese el siguiente polinomio:

$$x = ab^2 + c/d + e$$

Cada término del polinomio puede eliminarse de manera sencilla asignándole algún valor neutro a alguno de sus parámetros. En el caso del primer término, ab^2, éste puede neutralizarse si adquiere el valor cero (neutro aditivo), y reducir así la fórmula original al polinomio más simple $x = c/d + e$. En otras palabras, si $ab^2 = 0$, entonces $x = ab^2 + c/d + e = c/d + e$. Resolviendo la ecuación $ab^2 = 0$, tenemos dos soluciones: $a = 0$ y $b = 0$. De tal manera que si $a = 0$ o $b = 0$, entonces $ab^2 = 0$ y, por lo tanto, $x = c/d + e$.

1. $x = ab^2 + c/d + e$
2. $x = c/d + e$
3. $ab^2 = 0$
4. $a = 0$
5. $b = 0$

Esta idealización se puede ver como la resolución del sistema de ecuaciones formado por el polinomio original (1) y el polinomio al que queremos reducirlo (2). Este sistema de ecuaciones se reduce, a su vez, a la ecuación (3), cuyas soluciones (4) y (5) nos dan los valores que podemos asignar a dichos parámetros para reducir (1) a (2). Siguiendo a Xavier de Donato (2005), llamaré a estas soluciones las *idealizaciones* detrás de la abstracción. Una vez identificado el proceso de idealización, es fácil eliminar también el término c/d resolviendo la ecuación $c/d = 0$; esto es, asignando los valores 0 a c o infinito a d. Ambas idealizaciones reducen la ecuación original a $x = ab^2 + e$. Igualmente con la idealización $e = 0$, podemos reducir el polinomio original a la ecuación $x = ab^2 + c/d$.

Los términos del polinomio no sólo pueden neutralizarse y eliminarse así de la ecuación. Casi todos los parámetros de un término pueden neutralizarse si se les asigna el valor neutro adecuado. En el término ab^2, por ejemplo, la a y la b pueden eliminarse resolviendo las ecuaciones $ab^2 = b$ y $ab^2 = a$, para cada uno. En consecuencia, con la idealización $a = 1$, podemos reducir el segundo término del polinomio de ab^2 a b^2, y el polinomio original de $x = ab^2 + c + e$ a $x = b^2 + c/d + e$; y con la idealización $b = 1$, podemos reducir el segundo término del polinomio de ab^2 a a, y el polinomio original a $x = a + c/d + e$. También con la idealización $d = 1$, podemos reducir el polinomio original a $x = ab^2 + c + e$. Sin embargo, no hay una manera similar de eliminar la variable d del polinomio, pues no hay valores definidos que resuelvan la ecuación $c/d = d$. En otras palabras, no es posible reducir $x = ab^2 + c/d + e$ a $x = ab^2 + d + e$ con ninguna idealización simple.

Esta situación nos deja dos opciones: por un lado, podemos aceptar que no es posible eliminar el parámetro d; por otro, podemos ampliar nuestro concepto de idealización para abarcar también la solución de ecuaciones como $c/d = d$, que no determinan ningún valor específico, sino que definen una familia de ellos. De esta manera, en vez de asumir algún valor determinado para un parámetro, asumimos la satisfacción de una relación matemática entre los parámetros relevantes. En nuestro ejemplo, la idealización es que $c/d = d$ (o que $c = d^2$). Adoptar esta segunda convención tiene la ventaja de permitir la eliminación de cualquier parámetro al interior de un polinomio.[34]

Este tipo de abstracción tiene la ventaja de poder capturar de manera más natural el carácter contrafáctico de muchas idealizaciones, aunque vale la pena señalar que no de cualquier término que se elimine de un modelo polinomial, resultará una idealización. También es necesario que los resultados ofrecidos por la nueva fórmula no diverjan demasiado de los de la fórmula original (por lo menos dentro de cierto dominio normal de aplicación). En otras palabras, los resultados obtenidos por la nueva ley no sólo deben aplicarse de manera estricta en los casos ideales,[35] sino que también deben dar resultados adecuadamente aproximados a los ofrecidos por la ley original. Dicha aproximación debe ser proporcional a la desviación del valor del parámetro idealizado. En otras palabras, mientras más nos acerquemos al caso ideal, menor debe ser la distorsión introducida por la idealización (DeDonato 2005).

11. Idealización, distorsión y generalidad

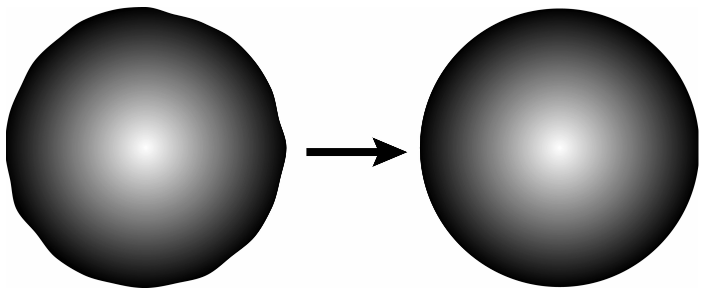
Como hemos mencionado con anterioridad, muchas veces no resulta claro si una representación es más simple o más compleja que otra, ni cómo han de identificarse sus

---

[34] Siguiendo en esta dirección, podríamos también agrupar las diferentes soluciones a una reducción, no como diferentes idealizaciones simples (que resultan en la misma abstracción), sino como formando disyuntivamente una única idealización compleja. De esta manera, podemos decir que la idealización compleja ($c = 0$ *v* $d = \mathit{infinito}$) está detrás de la reducción de $x = ab^2 + c/d + e$ a $x = ab^2 + e$. De esta manera, detrás de cada abstracción descansa una única idealización y nuestro concepto de idealización adquiere máxima generalidad y simplicidad.

[35] Llamo “casos ideales” a aquellos que satisfacen las idealizaciones.

componentes constitutivos. Consideremos el siguiente ejemplo sencillo. Supongamos que usamos la figura de la derecha para representar la de la izquierda:



(a) (b)

Figura 5

Es tentador afirmar que la esfera perfecta de la derecha es una *idealización* o *simplificación* de la figura cuasi-esférica de la izquierda. Sin embargo, no es tan sencillo determinar si dicha transformación es una abstracción. En el marco de las teorías de la abstracción estudiadas en este capítulo, depende de qué rasgos hayan aparecido o desaparecido en el paso de una figura a otra. Si concebimos el paso de (a) a (b) como la eliminación de las imperfecciones de (a), la transformación es una abstracción. Si por el contrario, concebimos la transformación como la aparición de una perfección que no existía anteriormente, entonces (b) es más concreta que (a). Ambas opciones son por supuesto incompletas. Lo que sucede en este tipo de idealizaciones es que desaparecen ciertas características que son sustituidas por otras nuevas. El modelo idealizado es más simple, pero su simplicidad se obtiene por sustitución, no por eliminación de características. La idealización, más que una abstracción es una *distorsión*.

Este mismo tipo de distorsión ocurre en los casos de idealización que presentamos en la sección anterior. Suele decirse que en ellos la relación entre simplicidad y abstracción se invierte: las representaciones más complejas son más generales en su extensión y por lo tanto, más abstractas que las más simples. La razón de este extraño fenómeno radica en la naturaleza misma de la idealización. Como vimos anteriormente, la idealización suele involucrar la reducción de valores de un parámetro. A modo de ejemplo, cuando se asigna el valor neutral cero al parámetro *a* en la idealización de la sección pasada, se reducen los valores que puede tomar dicho parámetro a sólo uno. Como tal, parece que la idealización restringe el rango de aplicación de la representación resultante. Es por ello que se dice que las representaciones abstractas idealizadas son menos generales que las más complejas de las que surgen. Sin embargo, dicha conclusión es apresurada y a fin de cuentas, parcial.

Comúnmente se asume que existe una relación lógica entre leyes generales y leyes específicas, de tal manera que las segundas se pueden deducir válidamente de las primeras, si se específica la restricción de domino requerida (Winther *manuscrito*). Es tentador usar este tipo de argumento para concluir que las leyes simples que surgen de la idealización son más específicas y por lo tanto, más concretas que aquellas de las cuales se derivan. Considérese una deducción como la siguiente:

A. (1) Ley compleja original: $x = ab^2 + c/d + e$ (más general)

(4) Idealización: $a = 0$ (restricción)

Por lo tanto, (2) ley simple derivada: $x = c/d + e$ (más particular)

Donde (2) no es consecuencia lógica ni de (1) ni de (4) por sí solas.

Compárese ahora esta manera de presentar la idealización con la manera en que lo hicimos en la sección anterior; es decir, en forma de un sistema de ecuaciones:

B. (1) Ley compleja original: $x = ab^2 + c/d + e$

(2) Ley simple derivada: $x = c/d + e$

Soluciones: (4) Idealización: $a = 0$ (restricción)

(5) Idealización: $b = 0$ (restricción)

Presentar la idealización como una deducción del tipo **A** tiene la desventaja de sugerir una asimetría deductiva entre la ley compleja (1) y la simple (2) que no existe. La falta de dicha asimetría se hace evidente si nos damos cuenta de que uno puede cambiar las leyes de lugares y obtener una nueva deducción igualmente válida:

C. (2) Ley simple: $x = c/d + e$ (más general)

(4) Idealización: $a = 0$ (particularización)

Por lo tanto, (1) ley compleja: $x = ab^2 + c/d + e$ (más particular)

Donde ni (2) ni (4) implican deductivamente a (1) de manera aislada.

Aún más, el mismo sistema de ecuaciones **B** también determina una relación deductiva válida:

D. (1) Ley compleja: $x = ab^2 + c/d + e$

(2) Ley simple: $x = c/d + e$

Por lo tanto, (4 ∨ 5) idealizaciones: $(a = 0) \vee (b = 0)$

Donde ni (1) ni (2) implican deductivamente a (4 ∨ 5) de manera aislada.

Recapitulando los resultados de esta sección, las relaciones deductivas entre leyes e idealizaciones pueden resumirse de la siguiente manera:

(a) De la ley Simple y la Idealización se sigue deductivamente la ley Compleja [(1 & (4 ∨ 5)) implica deductivamente a (2)]

(b) De la ley Compleja y la Idealización se sigue deductivamente la ley Simple [(2 & (4 ∨ 5)) implica deductivamente a (1)]

(c) De la ley Compleja y la ley Simple se sigue deductivamente la Idealización [(1 & 2) implica deductivamente a (4 ∨ 5)]

Por supuesto, no hay nada paradójico en este fenómeno. Todo sistema de ecuaciones determina con su solución estas relaciones deductivas. Cualquier perplejidad que pueda surgir de esta observación queda completamente disuelta si ponemos un poco más de atención en la extensión de las leyes e idealizaciones. Así veremos que no es correcto considerar las leyes idealizadas ni más generales ni menos generales que las leyes de las que se abstrajeron; mucho menos es correcto pensar que las idealizaciones son menos o más generales que las leyes. A decir verdad, no tenemos manera de comparar la generalidad de una idealización con la de las leyes que relaciona.[36] Por ejemplo, pese a lo que podría parecer superficialmente, las ecuaciones $a = 0$, $x = ab^2 + c/d + e$ y $x = c/d + e$ no son ni menos ni más generales las unas respecto a las otras. Como he insistido con anterioridad, la complejidad sintáctica de una fórmula es una pésima guía de su generalidad. Esto se nota aún más si presentamos las ecuaciones en forma de fórmulas abiertas:

(1) $x_1 = x_2 \cdot x_3^2 + x_4/x_5 + x_6$

(2) $x_1 = x_4/x_5 + x_6$

(4) $x_1 = 0$

(5) $x_2 = 0$

No toda secuencia que satisface (2) satisface también a (1), ni viceversa. Esto se debe a que no cualquier asignación de valores a las variables x_1, x_4, x_5 y x_6 que hace a (2) verdadera, hace también a (1) verdadera, *independientemente de qué valores tomen x_2 y x_3.* Solamente en los casos en que $x_1 = 0$ o $x_2 = 0$, las asignación de valores a las variables x_1, x_4, x_5 y x_6 que hacen a (1) y (2) verdaderas, son las mismas. En consecuencia:

(a1) Toda secuencia que satisface tanto a (1) como a (4) satisface también a (2).

[36] Después de todo, el orden de generalidad —como el de abstracción— es parcial y no lineal.

(a2) Toda secuencia que satisface tanto a (1) como a (5) satisface también a (2).

(b1) Toda secuencia que satisface tanto a (2) como a (4) satisface también a (1).

(b2) Toda secuencia que satisface tanto a (2) como a (5) satisface también a (1).

(c) Toda secuencia que satisface tanto a (1) como a (2), o bien satisface (4), o bien satisface (5).

Por lo tanto, no es posible argumentar que las leyes idealizadas sean más particulares ni más generales que las no idealizadas, ni viceversa. Tampoco hay manera de argumentar, desde el punto de vista deductivo o por su extensión, que las idealizaciones mismas sean menos o más generales, que las leyes idealizadas o no idealizadas. Por ello, así concebida, la idealización no es una abstracción.

12. Rescatando la armonía

Afortunadamente, existe una manera en que se podría rescatar la idea de que hay una asimetría deductiva entre las leyes simples y complejas y así re-insertar a la idealización dentro de nuestra teoría general de la abstracción donde las representaciones más abstractas (incluyendo las que resultan de idealizaciones) son más generales que las más concretas: considerar las idealizaciones como contenidas dentro de la ley abstracta. Continuemos con el mismo ejemplo. El reto era explicar la relación entre las ecuaciones;

(1) Ley original: $x = ab^2 + c/d + e$

(2) Ley resultante: $x = c/d + e$

(4) Restricción: $a = 0$

(5) Restricción: $b = 0$

de manera tal que detrás de la idealización hubiera una abstracción en el sentido defendido en este capítulo, es decir, de manera tal que podamos rescatar alguna relación deductiva entre las leyes abstracta y concreta. La propuesta es combinar la ley (2) con las restricciones (4) y (5) en una sólo idealización, ya sea a través de (i) una conjunción o (ii) en forma de un condicional. Bajo la primera opción (i), si tomamos como ley abstracta, no a la ecuación (2) en sí misma, sino su conjunción con la idealización (4 ∨ 5), tendremos que la ley concreta (1) se seguiría de manera deductivamente válida de la ley abstracta [2&(4 ∨ 5)], pero no viceversa (por (a), arriba). En el segundo caso (ii), si pensamos en la ley abstracta como la ecuación (2) bajo la condición de idealización (4 ∨ 5), entonces la idealización efectivamente implica una restricción, pero condicional. La ecuación más simple se cumple bajo la condición de que se cumpla también la idealización. De esta manera, se invierte la relación deductiva arriba mencionada: la ley abstracta se sigue de la ley concreta, y no viceversa (una vez más, por (a)).

Desde el punto de vista lógico, qué relación deductiva se dé entre leyes abstractas y concretas depende de cómo incorporemos la idealización dentro de la abstracción. Sin embargo, incluir la idealización como parte de la ley abstracta suprime nuestra intuición original de que dicha ley es efectivamente más simple. Después de todo, las leyes expresadas en ecuaciones del tipo (2) suelen concebirse como más abstractas que las expresadas en ecuaciones del tipo (1), por su mayor simplicidad sintáctica. En este sentido, la diferencia sintáctica son dos parámetros —*a* y *b*— que aparecen en (1), pero no en (2). Sin embargo, si incluimos la idealización (4 ∨ 5) dentro de la ley abstracta, entonces ya no podemos decir que los parámetros *a* y *b* se han eliminado. Por lo dicho a lo largo del capítulo, la pregunta de si una representación más compleja sintácticamente es más o menos abstracta que otra más simple, depende de si dicha complejidad es substractiva (como en (i)) o aditiva (como en (ii)). En el primer caso, la representación es más concreta; en el segundo, más abstracta.

En conclusión, si aislamos al modelo simple idealizado de la idealización, esto es, si lo consideramos independientemente de la idealización que lo produjo, entonces no hay manera de determinar si es más o menos general que el modelo original del que se derivó. Si, por el contrario, queremos considerar la idealización como parte del modelo idealizado, entonces dependerá de qué tipo de *parte* sea ésta. Si consideramos a la ley idealizada como la conjunción de la ecuación simple con la idealización, dicha ley será menos general que la ley original. Sin embargo, si consideramos la ley como la ecuación simple condicionada por la idealización, ella será más general que la ley original. Esta segunda manera de identificar las leyes abstractas mantiene la armonía con el resto de nuestra teoría de la abstracción (lo abstracto es más general que lo concreto, lo abstracto se sigue deductivamente de lo concreto, lo abstracto es aditivamente más complejo, etc.), y por eso la adoptaremos aquí.

13. Conclusión

Uno de los objetivos centrales de este capítulo ha sido arrojar luz sobre la idea de que nuestros conceptos (y, en general, lo que en este capítulo he llamado "representaciones abstractas") contienen o están compuestos de otros conceptos.[37] Si mi diagnóstico es correcto, la metáfora está asociada a ciertas concepciones de la abstracción como proceso de adquisición de concepto. De acuerdo a la más conocida de éstas, nuestras

[37] Aunque no sea lo único que contengan o de lo que estén compuestos.

representaciones abstractas o conceptos surgen de eliminar, neutralizar o ignorar ciertos aspectos de lo concreto. La substracción de estos elementos hace que la nueva representación abstracta sea más general que la concreta. Mientras más elementos se substraigan, la representación es más general en su contenido y, en este sentido, más abstracta. Para que estos aspectos puedan substraerse de un concepto, deben estar en algún sentido *contenidos* en él. Por lo tanto, y dado que a cada aspecto que ha de ser sustraído le corresponde también un concepto, podemos concluir que todo conceptos (no-atómico) está compuesto de otros conceptos más abstractos, de manera tal que si un concepto está contenido en otro, el primero se sigue lógicamente del segundo.

Esta concepción de la abstracción, que por obvias razones he llamado aquí "substractiva", tiene su análogo dual en lo que he llamado la concepción "aditiva" para la cual las representaciones abstractas no surgen de la substracción de aspectos de lo concreto, sino en la adición lógica (o disyunción) de elementos concretos. En esta concepción, los conceptos también están compuestos de otros conceptos, pero su composición es inversa: los componentes de un concepto no son más abstractos y generales, sino menos; y si un concepto está contenido en otro, el segundo se sigue lógicamente del primero.

En ambos casos, la estructura de los conceptos es sumamente simple: unos conceptos contienen a otros conceptos, y no hay más que decir sobre su estructura interna. Aunque simple y primitiva, esta concepción clásica de la abstracción y la estructura de los conceptos ha dado pie a una concepción de la analíticidad y el análisis conceptual que, pese a ser también muy simple y primitiva, es muy poderosa. En el próximo capítulo desarrollo está noción clásica del análisis y la analíticidad, tratando de dejar claro, no sólo cómo se engrana con la concepción clásica de la estructura de los conceptos aquí desarrollada, sino también sus alcances explicativos. Dedico el resto del libro a señalar algunas de sus limitaciones y maneras para superarlas.

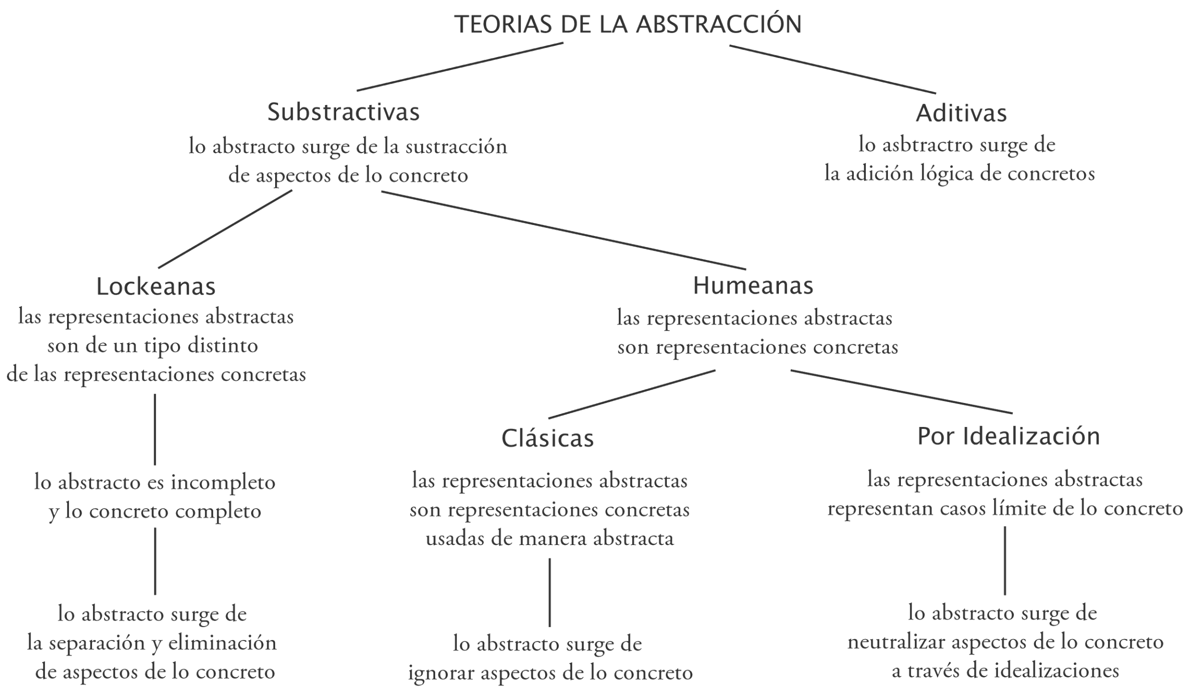


Figura 6.