Ulianov Montaño y la Belleza en Matemáticas

Dr. Axel Arturo Barceló Aspeitia
abarcelo@filosoficas.unam.mx

Apuntes para la sesión del 12 de marzo de 2020

Se ha documentado que a lo largo de la historia, las apreciaciones estéticas han influido en el desarrollo de la ciencia en general, y de la matemática en particular.

Esto es un tema de relvancia para la filosofía porque *prima facie* parece estar en tensión con la objetividad y racionalidad de la matemática (y de la ciencia): si se deja guíar por apreciaciones estéticas – que comúnmente se consideran subjetivas y no racionales – entonces la matemática como práctica, no es totalmente objetiva y racional. Hay lo que Juliet Floyd (2013) llama un "residuo" subjetivo y no racional.

La belleza no tiene una función justificadora: el que algo sea bello no te dice mucho acerca de si es verdadero o si es racional aceptarlo.

¿Qué otra función juega la belleza en la matemática, entonces?

Ejemplo: $e^{i\pi} + 1 = 0$

Este ejemplo sugiere una hipótesis sobre qué tiene de bella esta ecuación: El que esta ecuación muestra una armonía muy simple entre elementos importantes (*e, i, π, 1* y *0*) que de otra manera parecerían pertenecer a áreas distintas de la realidad (matemática) (cálculo, números irracionales, geometría de las curvas y los fundamentos de los números naturales).

Otra hipótesis: esta belleza es la que **realmente** buscamos en matemáticas. No nos interesa descrubir cualquier verdad, sino verdades *como ésta;* no nos interesa cualquier prueba o cualquier métodos, sino que buscamos pruebas como la de Cantor, métodos como el de diagonalización. Pero ¿qué significa que una verdad, prueba o método sean *como éstas*, es decir, ¿qué queremos decir con belleza mas allá de los ejemplos?

Hay evidencia de que aspectos comunes de la práctica matemática no pueden explicarse bajo la hipótesis de que su objetivo es descubrir verdades, por ejemplo, el hecho de que se sigan buscando nuevas pruebas para teoremas ya probados.

Otra hipótesis que sugieren estos ejemplos: belleza es simplicidad.

Pero la prueba diagonal de Cantor no es nada simple y sin embargo se considera muy bella.

Otra hipótesis que sugieren estos ejemplos: belleza es inevatibilidad

Otra hipótesis que sugieren estos ejemplos: lo bello te sorprende

La estrategia de Montaño no es partir de los ejemplos paradigmáticos y tratar de abstraer de ahí qué tienen en común las verdades, priuebas, etc. de las que los matemáticos dicen que son bellas, sino partir de lo que queremos decir con belleza *en general* y de ahí explicar la belleza matemática como un caso particular.

La teoría de Montaño también busca recuperar la idea de sentido común de que si algo es bello, te va a gustar – que la belleza superviene sobre la experiencia estética. Entonces la belleza matemática sobreviene sobre las experiencias estéticas de los matemáticos.

En la experiencia estética el objeto propio de la experiencia no es el objeto (no necesariamente matemático) mismo, sino la manera en la que nos lo representamos. Esto explica, por un lado, porque podemos tener una apreciación estética de entidades abstractas y, por el otro, porqué parecen haber condiciones subjetivas para la apreciación estética: parece que el sujeto necesita saber ciertas cosas, tener ciertas habilidades (de percatarte de ciertas cosas, de poner atención a ciertos aspectos del fenómeno e ignorar otros) para poder tener la experiencia estética adecuada frente al objeto bello. Según esta teoría, lo que se necesita es que el sujeto se forme una representación adecuada del objeto. En algunos casos, debe enriquecerlo; en otro, simplificarla, etc.

Pero no toda experiencia placentera causada por un objeto es realmente estética en el sentido de denotar belleza. Por ejemplo, si me gusta algo porque me desata un recuerdo placentero, en esos casos no es la belleza la que desata la experiencia placentera. Parte de una teoría de la belleza de este tipo, es decir, una en la que la belleza sobreviene sobre la experiencia estética, requiere decirnos qué caracteriza a la experiencia estética propiamente dicha de otras experiencias placenteras con las que podría confundirse. No puede decir simplemente que una experiencia es genuinamente estética si está apropiadamente ligada a la belleza del objeto de apreciación porque esta explicación sería viciosamente circular.

Además, la teoría de Montaño es consistente tanto con un realismo como un anti-realismo respecto a los objetos de apreciación estética; en este caso, los objetos matemáticos porque el obejto primario de apreciación es la representación y ésta puede ser vacía o no. En otras palabras, una representación nos puede generar una experiencia estética aun si no existe aquello que representa.

También es consistente con una realismo y un anti-realismo respecto a las propiedades estéticas. Para el realista, aunque el objeto primario de apreciación estética es la representación que nos hacemos de él y este es fuertemente dependiente de cosas como mi conocimiento previo del objeto, a qué le doy importancia, etc. esto no implica que la apreciación estética no revela algo que está realmente en el objeto – su belleza objetiva. No cualquier representación del objeto es apropiada, sino que hay ciertas representaciones que, por poner de relieve los aspectos responsables por la belleza del objeto, le relevan al sujeto dicha propiedad estética objetiva. Para el anti-realista, en contraste, no necesitamos postular esta propiedad objetiva para dar cuenta del fenómeno de la apreciación estética, ya que el objeto intensional puede generar una experiencia estética sin que halla algo en el objeto (el cual ni siquiere tiene que existir) que sea responsable por tal experiencia.

Sin embargo, la teoría de Montaño parece exagerar la similitud entre la manera en que hablamos de belleza en matemáticas y la manera en que hablamos de belleza en arte, por ejemplo.

Por un lado, es cierto que, en matemáticas, si yo no creo que algo es verdadero, no puedo encontrarlo bello, mientras que en otros campos, no me importa si algo es verdadero para apreciar su belleza. Por ejemplo, no tengo que creer en los dioses griegos para apreciar la belleza del Apolo de Praxiteles, pero si me enterara de que la ecuación de Euler es falsa, dejaría de encontrarla bella.

Pero la respuesta de Montaño es que tampoco la encontrarías fea, sino que ya no la considerarías como un hecho matemático y por lo tanto, algo propio de evaluación estética-matemática.

¿Significa esto que es necesario saber matemática para detectar la belleza matemática? No sé. Del hecho de que la matemática busque, de manera sistemática la belleza (matemática) no se sigue que sea la única manera de develar/generar dicha belleza.

Entonces, ¿qué función termina jugando la belleza en matemáticas o, en general, en ciencia? Según Montaño, la función de la belleza en ciencia es motivarnos a generar nuevas perspectivas de acercamiento teórico a los fenómenos. La búsqueda de belleza teórica motiva al científico a buscar nuevos paradigmas. Cuando una prueba es fea, por ejemplo, esto nos motiva a buscar una prueba *radicalmente* diferente, no una variación o una prueba similar, sino una prueba compeltamente nueva (o lo mas completamente nueva posible). Nos motiva a buscar nuevas conexiones teóricas o nuevas estrategias de prueba, etc.

Lo que se busca es una teoría de la belleza matemática en la que ésta armoniza, es decir, da cuenta de manera unificada de los valores centrales de las matemáticas – algunas subjetivas y otras objetivas: verdad, explicación, consistencia, simplicidad, unificación, fecundidad y aplicabilidad, etc. – que parecen estar en tensión, pero que, sin embargo, son definitorias de la práctica matemática. En otras palabras, detectamos belleza cuando (por lo menos algunos de) estos valores se conjuntan de una manera armónica.

Referencias:

Ulianov Montaño (2014) *Explaining Beauty in Mathematics: An Aesthetic Theory of Mathematics,* Springer.

Juliet Floyd (2013) “The varieties of rigorous experience”, *The Oxford Handbook of the History of Analytic Philosophy*, ed. Michael Beaney, Oxford University Press, 2013.