Fundacionismo y Anti-Fundacionismo en Filosofía de las Matemáticas

Axel Arturo Barceló Aspeitia
abarcelo@filosoficas.unam.mx

Introducción

En su afán por reconciliar a la filosofía de las matemáticas con el resto de la epistemología y la filosofía de la ciencia, la gran mayoría de los filósofos de las matemáticas contemporáneos han adoptado algún tipo de falibilismo o naturalismo. Esto los ha llevado también a rechazar la existencia de la intuición matemática. Sin embargo, la intuición no es un elemento opcional dentro de la epistemología de las matemáticas, sino un ingrediente esencial de éstas. Como tal, debe ser explicado, no eliminado, de nuestras teorías filosóficas. Dada la opción entre naturalismo e intuición matemática, la elección correcta es rechazar el naturalismo e integrar a la intuición matemática dentro de una explicación racionalista del conocimiento matemático. Éste es el reto planteado por Jerrold Katz en los últimos años de su vida (1998, 2002), y que retomo en esta sección.

Al igual que Katz, considero que la intuición es un elemento indispensable en toda explicación completa del conocimiento matemático y que la única manera de integrarla en un proyecto epistemológico viable es rechazando al naturalismo a favor de un racionalismo. Sin embargo, tal y como lo han señalado varios críticos, la propuesta de Katz no logra su cometido al dejar a la intuición como una facultad misteriosa y no lograr explicar su capacidad de justificar el tipo de certeza propia de las matemáticas. El objetivo de este artículo es ofrecer una nueva manera de llevar al cabo el proyecto Katziano que resuelve los dos problemas antes mencionados.

Me parece que el problema fundamental del planteamiento de Katz es haber pensado que la única manera en que la intuición pudiera jugar un papel central en la epistemología de las matemáticas es como fuente de justificación. Sin embargo, la función epistémica que juega la intuición es otra. Dado que es una facultad epistémica meramente confiable, la intuición no es capaz de producir la certeza característica del conocimiento matemático. La única manera de evitar el inaceptable falibilismo en matemáticas es darle a la intuición otro papel epistémico distinto a la justificación, pero igualmente necesario en la constitución del conocimiento matemático: el entendimiento.

La primera parte del artículo presenta un diagnóstico del estado actual de la filosofía de las matemáticas en occidente. Particular atención se pone a las motivaciones detrás del fundacionismo, el falibilismo (como reacción contra el fundacionismo), y el naturalismo. Posteriormente, explico por qué el naturalismo rechaza la existencia de la intuición matemática y cómo dicho rechazo no está bien fundamentado. A continuación, planteo el reto epistemológico de explicar el papel de la intuición matemática en el conocimiento matemático, dentro de un marco racionalista. Finalmente, en las dos últimas secciones del artículo, desarrollo mi teoría de la intuición matemática, presentando a la intuición matemática como la facultad epistémicamente confiable de convicción racional proveniente de la familiaridad con los conceptos matemáticos, cuyo papel esencial en la producción del conocimiento matemático no es el de justificar verdades matemáticas, sino ayudarnos a entenderla.

I. Fundacionismo y Filosofía de las Matemáticas

Si hemos de caracterizar la era moderna que se fundó en Occidente después de la crisis de rigor en el renacimiento, una de sus características definitorias es el desarrollo conjunto de las matemáticas con el resto de la ciencia, su metodología y epistemología. A partir del trabajo de Descartes, Viète y otros, las matemáticas se desarrollaron al mismo paso del resto de las ciencias. Entre los padres de la nueva ciencia – como Descartes, Leibniz o Newton – se encuentran también los responsables de muchas de la revoluciones epistemológicas de la era moderna. En los primer años de la nueva era, la reflexión sobre los métodos de la ciencia, tanto empírica como matemática, venía aunada a la aplicación del fruto de tales reflexiones en mejora del mismo método científico.

En la mente de los primeros filósofos modernos, conocimiento, ciencia y matemática no eran categorías separadas, sino íntimamente ligadas. Para bien o para mal, muchos de los primeros filósofos de la era moderna creaban sus teorías epistemológicas con el conocimiento científico como paradigma y, dentro de éste, al conocimiento matemático como su ejemplo más acabado. El resultado fue una verdadera *mitificación* (y mistificación) del conocimiento matemático. En palabras de Paul Ernest,

> For over two thousand years thinkers have regarded mathematics as the only self-subsistent area of thought that provides certainty, necessity and absolute universal truth. So mathematics might be said to have, in addition to a mundane utilitarian role, an epistemological role, and ideological role, and even a mystical role in human culture. (Ernest 1998, p. xii)

Sin embargo, conforme el conocimiento filosófico de la ciencia fue creciendo en sofisticación, la especialización se volvió necesaria. Esto resultó, en primer lugar, en una separación entre la filosofía de la ciencia y la epistemología tradicional y, luego, entre la filosofía de las matemáticas y la de las ciencias naturales. Fue en las matemáticas donde primero se noto cómo cada ciencia presenta problemas particulares para la teorización y fundamentación filosófica.

La reflexión sobre los fundamentos de las matemáticas de principios del siglo veinte surgió como un área híbrida de filosofía y matemáticas separada del resto de la filosofía de la ciencia. La filosofía de las matemáticas se especializó hasta el punto de confundirse con propio objeto. La búsqueda de fundamentos se convirtió ella misma en una rama de las matemáticas. Dejó de ser provincia exclusiva del filósofo de las matemáticas para convertirse en parte del quehacer matemático mismo.

Al mismo tiempo, y en sentido inverso a esta *matematización* de la filosofía, este fundacionismo produjo también una *filosofización* de las matemáticas. La filosofía de las matemáticas se fue haciendo cada vez más matemática (en su método), y menos *sobre* matemática. Conforme más se matematizaban sus métodos, más se filosofaba su objeto. Hasta el momento en que dejó de preocuparse por el quehacer matemático mismo y, en un giro completamente narcisista se convirtió a sí misma en objeto de su propia reflexión. La filosofía de las matemáticas dejó de dedicarse al estudio filosófico de las matemáticas, para convertirse en un estudio continuo de su propio pasado monumental.

En los últimos años, no han sido pocos los filósofos que han reconocido lo que David McCarty ha llamado “el fracaso de la filosofía de las matemáticas” (McCarty 1993, pp. 255-291). En su breve ensayo del mismo título, McCarty presentó no sólo lo que tal vez haya sido la crítica más fuerte (mas no por eso menos inteligente) a la filosofía de las matemáticas contemporánea. Hablando explícitamente de los libros de Maddy (1990) y Chihara (1990) – aunque su crítica bien puede extenderse al grueso de lo escrito en el área durante las últimas décadas –, denunció el excesivo espacio dedicado a la discusión de los proyectos filosóficos de fundamentación y las distorsionadas imágenes de las matemáticas en la que éstos están basados:

> [Maddy and Chihara] devote a large amount of time and space to matters of 'isms' and their own ismic status with respect to others . . . However, the fact that philosophers devote masses of time and attention to their own images of mathematics and to the attendant intramural feuding among various isms, instead of to the subject itself, need be no great disaster . . . were it not for the fact that philosophy's images so little resemble their subject. (McCarty 1993, p.261)

Y un poco antes:

> I feel that what is on the page is so little connected with mathematics' concerns that it might well be about something else – and not about mathematics. (McCarty 1993, 257)

Cualquier que haya tomado un curso de filosofía de las matemáticas recientemente servirá de testigo a esta tendencia a estudiar a la filosofía de las matemáticas al margen de la práctica matemática real. En vez de matemática, lo que se estudia en estos cursos son los diferentes -*ismos* creados alrededor de los fundamentos de la matemática: platonismo, logicismo, empirismo, formalismo e intuicionismo (y, algunas veces, corrientes mas recientes como el nominalismo, el estructuralismo y el neo-logicismo). Además, como señala McCarty, los nuevos libros que se escriben en esta área se dedican primordialmente a esgrimir argumentos a favor y en contra de estas posiciones, en vez de tratar de demostrar directamente su capacidad de explicar las matemáticas.

II. ¿Qué es el Falibilismo?

Es imposible caracterizar el estado actual de la epistemología sin apelar a la así-llamada *crisis del fundacionismo* que, se supone, ha puesto en jaque cierta visión del conocimiento y su relación con la reflexión filosófica. Esta crisis, a su vez, no puede entenderse sin conocer antes que significa este 'fundacionismo' y qué visión de la epistemología y del conocimiento se han puesto en crisis junto con él.

Una manera sencilla de entender la concepción fundacionista de conocimiento es modelarla en términos de un juego. El juego empieza con la aparición de una proposición *p* cuya creencia se busca justificar. De ahí en adelante, dos participantes –llamémoslos 'el escéptico' y 'el justificador' – toman turnos. El escéptico empieza poniendo en duda (racional) la proposición dada *p*. El justificador, en turno, debe ofrecer una buena razón *p'* para sostener *p* en cara a la duda del escéptico. Al siguiente turno, el escéptico debe ofrecer una nueva duda racional respecto a *p* o cualquiera de las razones sobre que ella está basada, incluyendo *p*'. Otro par de participantes juegan el papel de jueces. El primero –llamémoslo 'el epistemólogo del razonamiento'– debe garantizar que las razones o dudas dadas por el fundacionista y el escéptico sean racionales. El segundo juez –llamémoslo 'el lógico'– debe juzgar su relevancia respecto a *p*. Finalmente, el juego termina cuando el justificador o el escéptico no pueden responder al reto de su contrincante. Sólo en el caso de que el justificador gane el juego es que podemos hablar de un *conocimiento de p*. Si el escéptico gana, por el contrario, debemos rechazar a *p* y reconocer que no la conocemos.

Por supuesto, es posible que el juego termine no porque no exista duda o razón suficiente para aceptar o rechazar la proposición dada, sino porque el jugador en turno no sea capaz de encontrarla. Es por ello importante poner el máximo esfuerzo intelectual en dotar tanto al escéptico como al justificador de las mejores respuestas posibles. De ahí que, de Descartes a la fecha, los epistemólogos hayan empleado gran parte de sus capacidades intelectuales a la búsqueda de cada vez mejores y mas sofisticadas dudas escépticas y razones justificadores para el conocimiento. La historia de la epistemología moderna puede leerse muy bien como la incesante búsqueda de nuevas razones para justificar o poner en duda hasta la más inocua de nuestras creencias. Desde que Descartes empezó hablar del 'genio maligno', hemos visto pasar por las páginas de la filosofía cerebros en cubetas, zombies que parecen tener vida consciente, universos gemelos y esmeraldas color *verzúl*.

Sin embargo, cinco siglos después de empezado el juego, el marcador no es nada alentador para el equipo de los justificadores. Mientras que las dudas escépticas se apilan en búsqueda de respuesta, los putativos fundamentos del conocimiento humano parecen cada vez más endebles. De ahí que no nos debe sorprender la fatiga que algunos epistemólogos han empezado a sentir en los últimos años. No dispuestos a seguir jugando el mismo juego, estos epistemólogos reconocen la falta de buenas razones para responder al escéptico y así fundamentar el conocimiento humano.

Sin embargo, lejos de declarar victorioso al escéptico, algunos de estos epistemólogos han optado por proclamar el *impasse* fundacionista como clara prueba de lo absurdo de su juego. Es en este momento que debemos recordar que el propósito del juego era **definir** el conocimiento y, de esta manera, ofrecernos un punto de vista desde el cual podríamos mejorar nuestras prácticas epistémicas. En otras palabras, lo que pretendía ofrecernos la epistemología fundacionista era una mejor manera de reconocer al verdadero conocimiento, para así también reconocer la mejor manera de obtenerlo. Ahora bien, si la definición que se nos ha ofrecido tiene como consecuencia que mucho de lo que de hecho llamamos conocimiento en realidad no lo es, entonces debemos rechazar la definición como deficiente. Debemos reconocer que la definición fundacional del conocimiento –basada en el juego conjunto del justificador contra el escéptico, bajo el arbitraje del epistemólogo y el lógico– es errada, es decir, no recoge el verdadero significado de la palabra 'conocimiento'.

En este sentido, el trabajo del epistemólogo debe entenderse como la búsqueda de una teoría del conocimiento que responda de la mejor manera a nuestras intuiciones, no sólo respecto al conocimiento, sino también conceptos aledaños, como racionalidad, certeza, objetividad, etc. Su trabajo es la búsqueda de un *equilibrio reflexivo* entre las diferentes intuiciones que, a distintos niveles de generalidad, tenemos de lo que es conocimiento, justificación, verdad, etc. De esta manera, podemos ver que lo que se ha roto dentro de la epistemología fundacionista es precisamente el *equilibrio*. Se le ha dado demasiado peso a la intuiciones que relacionan conocimiento con certeza y justificación con fundamentación, y muy poco a otras intuiciones que, muchas veces son igual de fuertes, pero que apuntan en dirección contraria. En este sentido, el énfasis de la nueva epistemología es darle peso a estas otras intuiciones para restablecer el equilibrio intuitivo dentro de la epistemología.

Por otro lado, y para ser justos con la epistemología fundacionista, es apropiado reconocer que, pese a las deficiencias que ha empezado a mostrar, la definición de conocimiento ofrecida por los epistemólogos fundacionista sirvió su cometido de manera impresionante durante un tiempo considerable. Sin ella, la revolución científica moderna nunca hubiera sucedido. No debemos olvidar que, desde Descartes hasta Gödel, muchos de los participantes en la discusión epistemológica fueron también algunos de los mayores artífices de la ciencia moderna, y ésta se encuentra lejos de considerarse un fracaso.

Es por ello que no es aún tiempo de echar por tierra el dialéctico juego escepticismo/fundamentación, para instaurar una nueva teoría del conocimiento completamente independiente de los logros y desarrollos de la tradición epistemológica moderna. Por otro lado, sin embargo, hay que reconocer que la incorporación de algunos preceptos de la epistemología confiabilista bien podrían ofrecernos una imagen más completa (y compleja) del conocimiento matemático que el viejo paradigma fundacionista puede ofrecer por sí solo. Es por ello que veo el trabajo epistemológico precisamente en términos de la búsqueda de un equilibrio reflexivo. Las teorías del conocimiento fundacionistas han hecho un excelente trabajo desarrollando de una manera sistemática algunas de nuestras intuiciones mas fuertes sobre lo que es el conocimiento. Ningún proyecto epistemológico podría ser exitoso sin tratar, por lo menos, de integrar estos logros y avances teóricos en su propia visión del conocimiento. Es por ello que el falibilismo, en vez de un *anti-fundacionismo*, o un *rechazo* a la epistemología fundacionista, debe verse como una *crítica* que busca *enriquecer* nuestro entendimiento del conocimiento humano en general, y el matemático en particular.

III. Naturalismo en Filosofía de las Matemáticas

Más de cien años después de que Frege inaugurara una nueva era en la filosofía de las matemáticas, nuestra disciplina se encuentra en un estado de narcisista fascinación con el trabajo y los problemas de aquellos años. En contraste, este nuevo siglo, al igual que la segunda mitad del pasado, ha visto crecer entre epistemólogos un desencanto del proyecto fundacionista y la búsqueda de una nueva agenda para el estudio filosófico del conocimiento. Como he señalado en la sección anterior, el falibilismo y otras epistemologías *ligeras* se han abierto un espacio dentro de la discusión filosófica contemporánea. Sin embargo, la filosofía de las matemáticas aún no ha logrado sacudirse del todo la larga sombra del fundacionismo. Si bien la *crisis del fundacionismo* se hizo sentir tan o más fuerte dentro de las matemáticas que dentro de cualquier otra área del conocimiento humano, en vez de servir de catalizador de nuevas propuestas dentro de su filosofía, ésta ha tenido como resultado una grave crisis en la disciplina.

Ya he mencionado una de las razones por las cuales el fundacionismo en matemáticas ha dejado una herencia tan fuerte dentro de las matemáticas. A todo lo largo de la edad moderna, para bien o para mal, la matemática ha jugado un papel singular dentro de la ciencia y, aun más, la filosofía de la ciencia. Esto ha obstaculizado el flujo anti-fundacionista hacia las matemáticas de dos maneras: en primer lugar, porque muchos de los argumentos fundacionistas fueron creados con las matemáticas como modelo y por lo tanto han echado raíces mas profundas ahí, y en segundo lugar, porque la misma diferencia en métodos, objetos, etc. ha hecho difícil la adaptación de teorías epistemológicas creadas sobre el pensamiento científico natural al pensamiento matemático.

El fundacionismo había construido dentro de la definición misma de conocimiento científico valores epistémicos –como certeza, universalidad, estructura deductiva, etc.– inspirados en las matemáticas modernas. Estos valores habían entronado a la matemática dentro de las ciencias, siglos atrás. Con el rechazo de estos valores epistémicos como condiciones *necesarias* para el conocimiento en general, y el científico en particular, las matemáticas perdieron de manera definitiva su rol paradigmático dentro de éstas.

El resultado es que la filosofía de las matemáticas, tras un período dorado de gloria intelectual a mediados del siglo pasado, se encuentra hoy en día aislado tanto de la teoría del conocimiento como la filosofía de la ciencia. No es de sorprender, por lo tanto, que hoy en día, los filósofos de las matemáticas seamos considerados 'bestias raras' dentro de la filosofía.

Tal parece, entonces, que la filosofía de las matemáticas se encuentra en una difícil encrucijada. Por un lado, puede afianzar su condición excepcional como el estudio de la única rama del conocimiento donde los viejos valores –la certeza, la universalidad, la estructura deductiva, etc.– aún reinan, separándose cada vez más del resto de la reflexión filosófica sobre otros tipos de conocimiento. Por el otro, puede tratar de actualizar su epistemología, ofreciendo una imagen de la matemática *integrada* al resto de la ciencia natural. Cada cuerno del dilema tiene sus costos y sus beneficios. La primera opción tiene la ventaja de respetar tanto la tradición epistemológica en matemáticas, como las intuiciones básicas de sus propios practicantes. El precio que debe pagar por ello es la alienación del resto de la epistemología y la filosofía de la ciencia. La segunda opción, por su parte, tiene la ventaja de ofrecer una imagen unificada del conocimiento humano. Sin embargo, lo logra al costo de negar algunos aspectos fundamentales del conocimiento matemático, como su certeza y a-priorismo.

En los últimos tiempos, la dirección que ha tomado la filosofía de las matemáticas ha sido esta última. De una manera u otra, los diferentes tipos de naturalismos que han dominado la discusión filosófica sobre las matemáticas han optado por el segundo cuerno del dilema, tratando de dar una explicación del conocimiento matemático a la par con el resto del conocimiento científico. Pocos han sido los que se han levantado contra el dominio naturalista. Tan solo en sus últimos años de su vida, Jerrold Katz (1998, 2002) se lanzó al rescate del carácter excepcional del conocimiento matemático. Rechazando la necesidad de explicar el conocimiento matemático en los mismos términos que el conocimiento empírico, Katz trató de ofrecer una alternativa racionalista al planteamiento naturalista predominante.