ZERMELO 2018
Resúmenes de las pláticas

"De Cantor a Zermelo, origen y destino de dos teoremas fundamentales"
Carlos Álvarez Jiménez (Facultad de Ciencias, UNAM)

En esta charla haremos primero un breve recorrido por las memorias de Cantor en las que se enuncia la hipótesis del continuo, en ello reconoceremos esencialmente dos formulaciones diferentes. De igual modo, veremos cómo Cantor enuncia, en un contexto problemático en el que la segunda formulación de la hipótesis del continuo tiene un papel central, la primera versión que él formula del principio del buen orden.
En un segundo momento de esta charla revisaremos de manera muy breve las dos demostraciones de Zermelo para el teorema del bueno orden y veremos cómo es que la segunda de ellas se da en el marco de su axiomatización para la teoría de los conjuntos. Esto nos llevará a revisar con cuidado si es que Zermelo se proponía encontrar con su axiomatización una demostración para estas dos proposiciones "fundamentales". No hay duda de que este propósito es claro con respecto al teorema del buen orden, pero debemos preguntarnos si algún lugar de importancia ocupa para Zermelo la prueba de la proposición que permita determinar qué número cardinal (transfinito) corresponde al continuo lineal (R).

"El Axioma de Zermelo y su lugar en la matemática de inicios del siglo XX"
Carmen Martínez-Adame Isais (Facultad de Ciencias, UNAM)

En esta charla estudiaremos la relación que guardan el axioma de elección y la matemática de inicios del siglo XX. En particular analizaremos la relación que guarda dicho axioma con la teoría de la medida puesto que consideramos que esta teoría jugo un papel clave para la introducción del axioma de Zermelo en la matemática más allá de la teoría de conjuntos. Analizaremos también el papel que tiene el axioma para una comprensión plena de las matemáticas.
El análisis que llevaremos a cabo permitirá estudiar esta relación en la misma línea en la que en 1943 Stanislaw Ulam afirmaba lo siguiente: "La creación de Cantor de la teoría de conjuntos en la que la noción de figura geométrica se generalizó a la de un subconjunto arbitrario de puntos de un espacio dado, también introdujo la necesidad de una investigación axiomática del problema de la medida de conjuntos y, al mismo tiempo, hizo posible un análisis lógico de la noción de medida en general." (Ulam 1943, "What is Measure?" p. 597)
Para poder llevar a cabo este análisis es necesario estudiar el surgimiento del axioma de elección, su aceptación y su uso, así como el surgimiento de las teorías de la medida y de conjuntos y su desarrollo dentro de las matemáticas.
Creemos que es importante señalar que el objetivo de la charla es estudiar el papel que el axioma juega en la comprensión de las teorías matemáticas y en particular estudiaremos su función en la evolución de varios aspectos particulares como el del problema de la medida. Con respecto a esto ´ultimo pretendemos mostrar que aunque se puede argumentar que es

precisamente el resultado de Solovay en 1970 el que muestra de manera sistemática la conexión que existe entre el axioma de elección y la medida, esta relación era ya evidente para 1930.

"La concepción logicista de conjunto"

Max Fernández de Castro (Departamento de Filosofía, UAM-Iztapalapa)

En esta charla se revisarán las concepciones que Dedekind, Frege y Russell tuvieron de "conjunto" (o equivalentes) antes de 1908, la evolución de sus ideas al respecto, sus reacciones ante las paradojas que emergieron en esos años. El objetivo será mostrar en qué estas concepciones eran diferentes entre sí y de la que surge con ZFC y la teoría simple de tipos.

"Zermelo y la jerarquía inacabada"

Cristian Alejandro Gutiérrez Ramírez (Facultad de Filosofía y Letras, UNAM)

En 1930, Zermelo publicó un artículo en el que ofrecía un estudio detallado de los modelos de la teoría de conjuntos, además de presentar la última versión de su teoría axiomática de conjuntos. Esta última versión incluye los axiomas más conocidos de la teoría de conjuntos ZFC expresados en lógica de segundo orden, pero no incluye como axiomas de la teoría de conjuntos el axioma de infinito y el axioma de elección. Además, incluye un metaprincipio que es equivalente al axioma de los universos de Grothendieck. A continuación, haré una comparación entre esta axiomatización, la axiomatización propuesta por Zermelo en 1908 y la axiomatización estándar de ZFC. Como resultado de la comparación espero poder probar que la última presentación de la teoría de conjuntos ofrecida por Zermelo nos ofrece una visión del universo conjuntista como una jerarquía inacabada de modelos, incompatible con la existencia de un único modelo la teoría de conjuntos.

"El concepto de cardinal de Cantor y el axioma de elección"

Ivonne Victoria Pallares Vega (Facultad de Humanidades, UAEMor)

De acuerdo a Lawvere, Zermelo critica el concepto de cardinal de Cantor por considerarlo inconsistente. Entre las muchas cosas que la axiomatización de Lawvere y Rosebrugh captura o pretende capturar está precisamente la noción de cardinal de Cantor. Tanto en esta axiomatización como en la de Zermelo de 1908, el axioma de elección es fundamental. Este axioma en *Sets for Mathematics* es el que principalmente captura el carácter abstracto de los cardinales de Cantor. Además del axioma de elección, hay otras similitudes entre la axiomatización de Lawvere y Rosebrugh y la de Zermelo de 1908, por lo que examinaré hasta qué punto, y a pesar de sus supuestas críticas a Cantor, Zermelo axiomatiza (con las acotaciones históricas pertinentes) la noción de lo que Lawvere llama 'conjunto abstracto'.