1ER ENCUENTRO ESTATAL DE PROFESORES DE LÓGICA
Morelia, Michoacán

http://www.filosoficas.unam.mx/~Modus/AML.htm

En homenaje a

JOSE ALFREDO AMOR Y MONTAÑO

18 al 20 de mayo de 2010

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO

Academia Mexicana de Lógica	Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo	Consejo Estatal de Ciencia y Tecnología	Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UMSNH	Universidad Interamericana Para el Desarrollo	Preuniversitaria

Directorio de la UMSNH

Rector de la UMSNH: Dr. Salvador Jara Guerrero
Secretario General de la UMSNH: Dr. Egberto Bedolla Becerril
Secretario Académico de la UMSNH: Dr. Gerardo Tinoco Ruiz
Coordinación General de Bachillerato: Lic. Manuel Álvarez Barrientos

Directiva de la AML
Mtra. Virginia Sánchez - Presidente
Mtra. Gabriela Guevara - Vicepresidenta
Lic. César López- Secretario
Mtra. Maricarmen Cadena Roa - Tesorera

Directorio del COECYT
Director: Mtro. Pedro Mata Vázquez
Subdirección de Difusión: DG. Lilia Vázquez
Subdirección de Planeación y Fomento: Lic. Romeo Amaurí López Calderón
Subdirección de Vinculación y Desarrollo Tecnológico: M.C. Rubén Salazar Jasso

Directorio de la UNID.
Director: Mtra. Paulina Adalid Fernández
Subdirector: Lic. Cesar González
Coordinador Académico: Dr. Carlos Guizar
Coordinación de Administración de Empresas y Contabilidad: Mtra. Yesica Calvo
Coordinación de Comunicaciones: Lic. Marco Antonio Muñoz

Directorio de Preuniversitaria
Director: Mtro. Mario Mendoza
Dirección Académica: Lic. Susana de la Jara
Subdirección Académica: Lic. Lorena Carranza

Comité Organizador
Mtro. Jesús Castañeda R., Dr. Federico Marulanda Rey
Mtro. Luis Ignacio Flores B., Lic. Edgardo Olmedo S.
Lic. Sandra Larios V., Lic. Paulo García
Mtra. Gina Villanueva, M. A. Vianey Baltazar
Lic. Manuel Vázquez, Lic. Zharaska Calderón

Bienvenidos al 1er Encuentro de Profesores de Lógica
Morelia, Michoacán

Con la finalidad de promover y difundir la investigación y formación en lógica, la Academia Mexicana de Lógica a través del grupo de Lógica y Matemáticas de Morelia, la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, el Consejo Estatal de Ciencia y Tecnología, Preuniversitaria y la Universidad Interamericana Para el Desarrollo organizan el 1er Encuentro Estatal de Profesores de Lógica. Este encuentro promueve los estudios en ciencias y filosofía, además de fortalecer la capacitación del profesorado de las instituciones de educación media superior y superior del estado de Michoacán.

Este año dedicamos este encuentro a la memoria del lógico mexicano **“José Alfredo Amor y Montaño”**, quien impulso el estudio y la investigación de la lógica y teoría de conjuntos en el país. El Dr. Amor organizo el XIII Encuentro Internacional de Didáctica de la Lógica en nuestra ciudad.

Agradecemos el apoyo para la realización de este evento al Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UMSNH y al Consejo Estatal de Ciencia y Tecnología.

Mtro. Jesús Castañeda Rivera
Comité Organizador

Premio Universidad Nacional - 2008
Docencia en Ciencias Exactas

Doctor José Alfredo Amor Montaño

El doctor José Alfredo Amor es un profesor respetado en el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias, quien no sólo se distingue por su capacidad intelectual, sino por su generosidad y calidad humana. Como profesional, sobresale por su habilidad para abstraer problemas y encontrar soluciones, con su peculiar manera de pensar las matemáticas, de escudriñarlas y deleitarse con ellas. Es admirable su sentido del deber ser, su disposición de ánimo, su sentido ético, y su constante preocupación por los alumnos, los cuales abarrotan sus cursos y las conferencias que imparte. Cursó la licenciatura en matemáticas en la Facultad de Ciencias, sus estudios de maestría en filosofía de la ciencia (matemáticas) en la Universidad Autónoma Metropolitana, y los de doctorado en filosofía de la ciencia en el Instituto de Investigaciones Filosóficas y la Facultad de Filosofía y Letras, por los cuales recibió la medalla "Alfonso Caso", obtuvo además mención honorífica, y el premio "Norman Sverdlin" a la mejor tesis doctoral en 2001. Sus estudios sirvieron de preámbulo para alcanzar el nivel de excelencia que posee actualmente y que lo distinguen como un profesor universitario en toda la extensión de la palabra. Su carrera docente se ha desarrollado en gran cercanía con su *alma mater*, la UNAM; se inició como ayudante de profesor en la Facultad de Ciencias en 1974 y, actualmente, es profesor titular "B" de tiempo completo del Departamento de Matemáticas, cuenta con el nivel "C" del Programa de Primas al Desempeño del Personal Académico de Tiempo Completo y es investigador nacional nivel I.

José Alfredo Amor es un académico con un estilo propio de hacer matemáticas y de impulsarlas; como profesor siempre invita a sus alumnos a adentrarse a ellas en una actitud creadora. Sus clases están llenas de momentos de rica improvisación, sólo posible cuando se tienen profundos conocimientos y gusto por trasmitirlos. Él está convencido de que las preguntas son la mejor manera de lograr el objetivo del fascinante y extraordinario proceso de enseñanza aprendizaje. El núcleo central de la labor docente del doctor Amor son las matemáticas, principalmente lógica matemática, teoría de conjuntos, didáctica de la lógica, lógica y computación y, dentro de esta última: programación lógica, demostración automática de teoremas y lógica en inteligencia artificial. Estas disciplinas son una parte muy importante del trasfondo de las matemáticas modernas, las cuales han estado ligadas a su avance desde comienzos del siglo XX.

Como formador de recursos humanos, el doctor Amor y Montaño ha impartido 150 cursos tanto en licenciatura como en el posgrado, entre los cuales se encuentran: Álgebra superior, Lógica matemática y Temas selectos de posgrado. Pero la aportación de José Alfredo Amor va más allá de la impartición de cátedras; también ha introducido innovaciones en la forma de impartir clases en la Facultad de Ciencias, ha elaborado novedosas propuestas para modificar planes de estudio de la licenciatura de matemáticas y, en la década de los noventa, colaboró activamente en la integración y el diseño de la licenciatura en ciencias de la computación. Ha dirigido 22 tesis de licenciatura y cuatro de maestría y ha sido jurado en 65 exámenes de licenciatura o de grado.

En cuanto a su esfuerzo por impulsar la investigación, José Alfredo Amor formó el Grupo de Lógica Matemática, considerado como uno de los grupos más importantes del Departamento de Matemáticas. Este grupo ha impulsado las áreas de lógica matemática, teoría de conjuntos y lógica computacional y ha logrado formar y apoyar a muchos estudiantes que realizan sus estudios de doctorado en matemáticas.

Su producción académica incluye 19 artículos de investigación en revistas arbitradas, entre ellos, los más recientes: "El lema del conjunto libre y definibilidad" y "La teoría de modelos de la teoría de conjuntos, un concepto delicado"; cinco capítulos en libros, destaca: El problema del continuo y las pruebas de independencia, en *La continuidad en las ciencias*; 12 trabajos de divulgación y, en particular, dos libros: *Teoría de conjuntos para estudiantes de ciencias* y *Compacidad en la lógica de primer orden y su relación con el teorema de completud*. Estos textos han sido utilizados en los cursos de Teoría de cojuntos en la Facultad de Ciencias y son ejemplo de que el rigor y la accesibilidad pueden compartirse en un mismo espacio.

Sin duda, una de las grandes personalidades a las que se debe el desarrollo de las matemáticas en la UNAM es José Alfredo Amor quien a lo largo de los últimos años ha legado una invaluable contribución en este campo

Una pérdida dolorosa la del Maestro José Alfredo

"Ya me cansé de llevarte asiduamente conmigo como mortal enemigo que mi existencia comparte. Como no puedo apartarte, mi venganza enardecida hasta que la fin me decida a luchar hasta vencerte. Porque he de matarte, muerte, aunque me cueste la vida" Elías Nandino

Como un mazazo recibí la noticia de la muerte de José Alfredo Amor Montaño. Tuve que leer varias veces esas líneas para darme cuenta de que era verdad. Hace ya varios meses que lo vi, aquí en Morelia, tan vital, amable e inteligente como siempre, presto al abrazo fraternal que nos hace patente que somos queridos sinceramente, para de inmediato sentirnos escuchados con atención y aprecio. Cuando se tenía la suerte de contar con su cariño y amistad, estos no desaparecían ni disminuían nunca, a pesar de las distancias y los largos silencios. Estoy verdaderamente afectado por su muerte, era demasiado joven y demasiado bueno para dejarnos, tanto que siento una especie de reprobable coraje por abandonarnos a nuestra suerte en este mundo cada vez más necesitado de personas como él. Lo conocí hace ya más de dos décadas, en 1985, en el Departamento de Filosofía de la UAM-Iztapalapa, donde era profesor del programa de posgrado en Filosofía de la Ciencia, que estaba dividido por áreas. A mí se me había dispensado de hacer el curso propedéutico y, confiado, me presenté hasta la segunda semana de haber dado inicio el curso. Recuerdo que el primer día que me presenté a clases se había formado una especie de motín entre los compañeros, quienes reclamaban que no entendían nada las clases de Lógica, aduciendo que el nivel que recibieron durante el propedéutico no tenía nada que ver con el nivel exigido por el profesor de este primer curso del posgrado. El jefe del posgrado les indicó que ese curso de lógica pertenecía al área de Ciencias Formales, que estaba pensado especialmente para egresados de matemáticas y que deberían decidir si tomarlo o emigrar a otra área donde no se tuviese ese nivel de exigencia. En esos momentos apareció el profesor en la puerta del salón, con una seriedad que impresionaba de pronto y que luego descubriría uno que se debía a una cierta timidez y no a un carácter seco. El director del posgrado nos indicó que era el momento de decidir si tomar el curso o no. Se levantó Liliam, una matemática colombiana de Bucaramanga y Raúl, un matemático del Politécnico. Yo empecé a sudar, casi a temblar. El resto del grupo, compuesto de unas veinte personas, permaneció quieto. Yo provenía de una escuela de filosofía, y mi deseo era estudiar lógica, para eso había decidido ir a la UAM. Pero, ¿estaría haciendo lo correcto al pensar que podría dar el ancho ante la exigencia, al parecer desmedida para un estudiante de filosofía y no de matemáticas, del barbado y serio profesor? Me levanté y seguí al discreto trío que ya se había alojado en un aula del edificio B. El profesor permanecía en silencio. Puso su maletín en el escritorio y buscó un libro para iniciar la clase. Era el Enderton. Cuando lo vi me di cuenta que el profesor exigente lo había yo tenido en la licenciatura en filosofía, ya que es el libro con el que me atraganté en los cursos del, en ese entonces licenciado, Adolfo García de la Sienra. Eso de me dio algo de tranquilidad. Ahora mi temor es que el profesor fuera de esos sabios quasi-autistas que se dan clase a sí mismos, de cara siempre la pizarrón y que no piden otra cosa que loas y reconocimiento sin límite por parte de sus pupilos. Pero José Alfredo resultó ser la antítesis de esa imagen: sencillez, calidez en el trato, atención a las dudas, a los detalles, interés en nosotros,... sólo acerté en lo de sabio. Cada clase con él era un auténtico placer intelectual. Se respiraba tal tensión mental en sus clases pero maravillosamente combinada con una casi dulzura que lo difícil no era tanto no entenderlo, sino quedarse atrás. Riguroso pero claro, exigente pero amable, siempre cumplido, siempre aprendiendo, dispuesto a pensar en clase y no solo a reproducir lo que ya sabía, y muy bien. Luego Liliam abandonó la maestría y quedamos sólo dos. Acordamos que era más conveniente para todos tomar sus clases en su cubículo en la Facultad de Ciencias de la UNAM. Se percibía que se sentía más a gusto allí. Raúl, por cuestiones de trabajo y familiares (tenía dos hijas pequeñas) no podía asistir todas las sesiones. Pensé que quizá el maestro se desanimaría al tener sólo un alumno en su curso, pero no fue así. Siempre estaba a tiempo, animoso, hasta emocionado por algunos temas. Recuerdo particularmente el segundo curso de Lógica, dedicado al análisis del teorema de incompletitud de Gödel. Para mi era como una especie de tierra prometida. Para quienes nos iniciábamos en el estudio de la lógica en ese tiempo, ese teorema era casi como un resultado esotérico que sólo algunos iniciados tenían la suerte de entender. ¿Se imaginan Ustedes lo que era tener a José Alfredo explicando ese teorema a mi solito? ¿Cómo no aprender lo poco que sé de lógica en una situación tan privilegiada como ésta? Lloro su muerte. ¿Cómo no hacerlo? Fue uno de mis pocos y verdaderos maestros, de esos que se tienen uno o dos en la vida. Fue uno de esos amigos que nos reconcilian con nosotros mismos al pensar que si alguien de su valía nos bendice con su amistad es porque algo bueno hemos de tener. Aun no salgo del azoro causado por la noticia de su irremediable ausencia. Se que en muchos momentos de su vida pudo percibir el amor y la admiración que sus alumnos le profesamos, y que ahora quiero hacerle patente nuevamente en estas líneas. Me uno también a la pena que muchos estarán sintiendo por su muerte. A su familia desde luego, a sus amigos más cercanos y a todos aquellos que, en mayor o menor medida, fueron iluminados por su grandeza como maestro y, sobre todo, como persona.

Mtro. Mario Alberto Cortez

CRONOGRAMA DEL 1ER ENCUENTRO ESTATAL DE PROFESORES DE LÓGICA

Conferencias Magistrales:

Dr. Raymundo Morado (IIF, UNAM)

Dr. Federico Marulanda (IIF, UMSNH)

Lic. Mari Carmen Roa (AML, UNAM)

Lic. Edgardo Olmedo Sotomayor (AML, IFL)

Cursos Magistrales:

Mtro. Luis Ignacio Flores Bocanegra: Lógica de Enunciados ($\mathcal{L}0$)

Mtro. Jesús Castañeda Rivera: Teoría de Conjuntos (Tc)

Mtro. Mario Alberto Cortez: Lógica de Predicados ($\mathcal{L}1$)

Programa:

HORA	18 de Mayo	19 de Mayo	20 de Mayo
9-10	Inauguración	Reynoso/Oregel	Baltazar/Bocanegra
10-11	Olmedo (magistral)	Roa (magistral)	Marulanda (magistral)
11-11:30	Café	Café	Café
11:30-13	Cortez (L1)	Cortez (L1)	Castañeda (TC) (10)
16-17:30	Bocanegra (L0)	Castañeda (TC)	Bocanegra (L0)
17:30-18:00	Café	Café	Café
18-19:00	Villanueva	MESA REDONDA	Morado (magistral)
19:00-20:00	Carranza/Escalante	ACTIVIDADES Y PLANES GRUPO DE LOGICA	CLAUSURA

A. CONFERENCIAS MAGISTRALES.

(1) La Olimpiada de Lógica: Más Que Una Experiencia Académica. (María del Carmen Cadena Roa (Escuela Nacional Preparatoria 3 "Justo Sierra", Universidad Nacional Autónoma de México).

Uno de los objetivos de la Olimpiada de Lógica es incrementar en los jóvenes el interés y gusto por esta disciplina, y si bien es nuestro principal empeño, creemos que el hecho mismo de participar trae consigo beneficios tanto académicos como personales, no sólo para el estudiante, sino para los docentes y los organizadores locales y estatales. Siempre hablamos de la Olimpiada como una celebración de la racionalidad, y del compromiso que esta implica, pues creemos que la lógica provee de herramientas para desarrollar nuestra racionalidad para distinguir las buenas de las malas razones, por ejemplo, para tomar mejores decisiones o dialogar razonadamente. Celebrar una olimpiada, implica que estudiantes, docentes e instituciones se comprometen de un modo u otro con esa racionalidad, pero compartida en una competencia que significa un estímulo a la formación científica y personal de nuestros jóvenes.

(2) La Justificación de la Inducción Matemática (Federico Marulanda, Instituto de Investigaciones Filosóficas, UMSNH)

Una versión preliminar de este trabajo fue preparada para el XI Encuentro Internacional de Didáctica de la Lógica (2008), y discutida ampliamente con el Profesor José Alfredo Amor antes de su presentación. Con su característica generosidad académica José Alfredo aclaró varias de mis dudas, señaló imprecisiones y en general contribuyó de manera importante a la mejora del material.

Las pruebas por inducción matemática son fundamentales para cuestiones básicas de la metalógica: por ejemplo, la demostración de la legibilidad única de las fórmulas del lenguaje de la lógica de enunciados, así como las pruebas de corrección y completud del mismo sistema, requieren de un argumento inductivo. Para un instructor de un curso de lógica de nivel intermedio (en el que sea apropiado introducir pruebas por inducción como las recién mencionadas), se plantean dos preguntas. La primera es de orden puramente didáctico: ¿cómo introducir al estudiante al razonamiento inductivo? La segunda pregunta — ¿cómo justificar dicho razonamiento? — es de carácter filosófico, pero saber abordarla adecuadamente cobra importancia en un curso de lógica en el que se haga hincapié en el propósito mismo del estudio de la materia: la codificación de los patrones válidos de inferencia.

Mi propuesta es la de abordar brevemente la primera pregunta, exponiendo métodos accesibles para explicar lo que es una definición inductiva, y dando ejemplos básicos de pruebas por inducción matemática. Pero mi interés principal es el de resaltar la importancia que tiene introducir y dar respuesta a la segunda pregunta. La razón es que el instructor de lógica debe estar preparado a atender a inquietudes como las siguientes:

- Si los sistemas de la lógica se ocupan de identificar las formas de argumentos deductivos válidos, ¿cómo es que la adecuación de dichos sistemas (es decir, su corrección y completud) es demostrada por un tipo o forma de argumento no identificado como válido por ningún sistema lógico?

- ¿Por qué una prueba por inducción nos convence definitivamente de la verdad de su conclusión?

- Dado que para asegurarnos de la adecuación de un sistema lógico debemos apelar a la inducción matemática, en esta úlitma descansa, por lo menos en parte, el razonamiento deductivo. ¿Cuál, pues, es la relación de prioridad entre lógica y matemáticas?

Para esbozar una respuesta a las anteriores preguntas, resultará indispensable trasladar los argumentos inductivos al lenguaje de la teoría de conjuntos — factor que contribuirá a demostrar la codependencia entre la lógica y las matemáticas fundamentales.

(3) Matemáticas, Filosofía y Lógica: Amor en el Salón de Clase.
(Raymundo Morado Estrada, Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM)

En esta plática trato de hacer un homenaje a la labor en teoría de la enseñanza de la lógica de José Alfredo Amor. Como todo buen maestro, José Alfredo trató de insinuar en sus alumnos el amor a su disciplina, las matemáticas. Pero no un amor ciego que ama por que no se da cuenta de los defectos del objeto que le atrae, sino un amor a ojos abiertos que ama precisamente por darse cuenta de cómo es el objeto de su pasión. Y mientras más conoce, más ama.

Por ello, la lógica no estaba en él divorciada de la vida. Hay quienes son lógicos de 9 a 5, lunes a viernes, y hay quienes lo son 24 horas y todos los días de la semana. Hasta durante la comida José Alfredo nos proponía acertijos y problemas, a veces con el estímulo de algún premio. Creo que le era un poco difícil entender que no todo el mundo estuviera siempre ansioso de hacer lógica, cantar y disfrutar de los amigos. Y cuando lo pienso bien, es un mundo de cabeza aquel en el que esos placeres no son apreciados y perseguidos.

¿De qué nos sirve a nosotros conocer las ideas y las técnicas que tenía José Alfredo respecto a la enseñanza? Nos sirve como un instrumento para comprender y dominar cualquier disciplina, para entender qué hacemos, cómo y por qué. Y el instrumento que propone José Alfredo es uno que tanto matemáticos como filósofos tienen a su alcance: la lógica.

Sus recomendaciones pueden ser extendidas más allá de la lógica que él utilizó para ilustrar sus técnicas de enseñanza. Podemos usar lógicas más sofisticadas para analizar fenómenos matemáticos más complejos o para estudiar temas matemáticos novedosos, incluyendo análisis matemáticos de la lingüística, la ciencia de la computación, la física cuántica. Y podemos usar sus técnicas de análisis lógico más allá de la matemática y la filosofía que les inspiraron.

Hablaré sobre algunos escritos de José Alfredo donde expone sus ideas sobre la enseñanza del análisis lógico, sobre el efecto que produjo en alumnos de un diplomado en lógica que me tocó coordinar y sobre la agradable experiencia de trabajar con él, tanto en artículos teóricos como en actividades prácticas.

(4) Edgardo Olmedo Sotomayor, Grupo de Lógica y Matemáticas Morelia AML.

B. PONENCIAS.

(5) Breves comentarios de mi experiencia como docente en Lógica

Gina Villanueva Pérez
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
Preparatoria “José Ma. Morelos y Pavón”

Mi primer encuentro con la Lógica fue en el bachillerato, clases que a la fecha se diluyen en la mente y su recuerdo es muy vago. Ya en mi formación profesional, de acuerdo al plan de estudios de la Licenciatura en Derecho, los futuros abogados estudiamos Lógica para aprender las formas lógicas del pensamiento, su estructura y su función, la oposición de juicios, los principios lógicos de contradicción, el tercero excluido, y el silogismo aristotélico, en relación a las normas jurídicas, a las instituciones creadas por la norma jurídica y a la sentencia judicial; ya en los estudios de posgrado, la Lógica fue aprendida en su aplicación técnica, como herramienta para posibilitar una mayor eficiencia en la capacidad de razonamiento de los juristas, sean funcionarios judiciales, funcionarios administrativos, abogados postulantes, investigadores, etc.; así que hasta entonces mi conocimiento de la Lógica estaba limitado al campo del Derecho.

Recuerdo la primer clase de Lógica Jurídica en la Maestría, a la que llegó un profesor que no era abogado sino filósofo, el Maestro Mario Alberto Cortez, quien escribió en un lenguaje “rarísimo” un argumento en el pizarrón que nos dejó a todos con la boca abierta y confundidos, incluidos los más versados abogados litigantes y jueces, (tengo entendido que también para él fue su primera vez como profesor de lógica con un grupo de Licenciados en Derecho), tal confusión se debía a que la expresión de la Lógica la aprendimos en lenguaje cotidiano, en lenguaje legal y no en lenguaje simbólico.

También recuerdo la clase de Metodología Jurídica, con el Doctor Jorge Witker, del Instituto de Investigaciones Jurídicas de la UNAM, con quien estudiamos el programa de metodología en “su” libro (realizado en co autoría con el Dr. Jorge Larios), donde antes de conocer la metodología jurídica como tal, leíamos y escuchábamos la primer parte del curso: lógica de proposiciones, p,q,r, conectivas lógicas, conjunción, negación, condicional (antecedente y consecuente), tablas de verdad, lógica de cuantificadores, Ley de ejemplificación universal, Lógica Jurídica y Deóntica, decía: *“esto ustedes ya lo saben, por lo que no es necesario detenernos a explicar a profundidad, solo hay que recordarlo”…,* ahora a 10 años de distancia, vuelvo a leer ese libro y me siento capaz de comprender mejor de lo que mi maestro Witker hablabla en ese entonces.

Para los profesores que nos dedicamos a la enseñanza de la Lógica en el bachillerato, que no tenemos una formación académica filosófica o matemática, es muy difícil desprendernos de nuestros prejuicios o de la visión que tenemos, como en mi caso, de que el papel de la Lógica se centra en la aplicación de los principios lógicos en el mundo de las leyes y los tribunales. Sin embargo, este hecho no es obstáculo para la organización de un curso de Lógica del bachillerato, basándonos al pie de la letra en los programas establecidos; lo que considero complicado es saber qué se está tratando de enseñar a los alumnos, cuál será el enfoque que se dé a las clases.

Siendo profesora interina, por azares del destino, se me asignó hace tres años la materia de Lógica II y se me entregó el programa que señala como objetivo general del curso "… *que el alumno conozca los temas y conceptos básicos del estado actual de la Lógica, llamada Lógica Formal Moderna, así como sus métodos y procedimientos de análisis y prueba de validez de argumentos";* para cumplir tal objetivo la asignatura abarca cinco unidades: primera, características de la Lógica Formal Moderna; segunda, Lógica de proposiciones; tercera, Lógica de clases; cuarta, Lógica de relaciones; y, cinco, breve historia de la Lógica Formal Moderna. [1]

La bibliografía recomendada: **Agazzi, Evanro**, La "Lógica Simbólica", 1980; **Copi, Irving**, "Lógica Simbólica", 1979; **Chávez Calderón, Pedro**, "Lógica, Introducción a la Ciencia del Razonamiento", 1995; **Deaño, Alfredo**, "Introducción a la Lógica Formal, la Lógica de Predicados"; **Escobar Valenzuela, Gustavo**, "Lógica, nociones y aplicaciones", 2000; **Flores Bocanegra, Ignacio**, "Compendio de Lógica Moderna", 2000; **Garrido, Manuel**, "Lógica Simbólica", 1974; **Gorskie, Tavans y Otros**, "Lógica", 1968; **Kneale, Williams & Marta**, "El desarrollo de la Lógica", 1973; **Mates, Benson**, "Lógica matemática elemental", 1974; **Suppes, Patrick**, "Introducción a la lógica simbólica", 1977; **Quine, Willard Van Orman**, "Los métodos de la Lógica", 1973.

De acuerdo a lo establecido en el programa ¿qué texto era el más adecuado? ¿En cuál me podía basar para enseñar a mis alumnos? Mi obligación era leer cada uno de ellos, pero ¿cómo elegir alguno como guía? Los que recordaba y ubicaba en la

1 Programa de Lógica II, segundo semestre, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Coordinación General del Bachillerato, junio 2002

Biblioteca de la Facultad son los textos de Eduardo García Máynez y el de Husserl traducido por Luis Villoro, pero esos nada tenían que ver con lo que necesitaba para planear las sesiones; en la red encontré mucho de todo, pero seguía igual de desorientada.

Estaba consciente que los alumnos previamente habían cursado Lógica I, que ya tendrían una base sólida para la segunda parte, que sería sencillo pues yo solo daría continuación natural de la materia, (pobre inocente, ya que al llegar a clase, parecía que los chicos habían aprobado por alguna gracia divina, recordaban muy poco, no relacionaban nada lo ya visto, creo que solo un par de jóvenes supo contestar a la pregunta ¿de qué trata la Lógica?), después de batallar, de sentirme sola y desamparada, compré “Tratado de Lógica de Aristóteles” de Editorial Porrúa y un librito naranja escrito en un lenguaje sencillo y con ejercicios de evaluación de unidades: “Lógica”, de María del Carmen San José G., Editorial Esfinge, que contiene temas que la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM establece en sus programas actuales, ya que parecía el más indicado para apoyarme con la currícula que debía cubrir; con ese material inicié mis sesiones de lógica, sobreviví al primer curso de manera aceptable, pero pobre.

Después de esa primera experiencia en que quedaron muchos tópicos pendientes, adquirí “Introducción a la Lógica Matemática” de Patrick Suppes y Shirley Hill, Editorial Reverté (un libro versión española con un lenguaje cotidiano muy curioso), así como “Introducción a la Lógica” de Irving Copi y Carl Cohen, que se hizo de mis favoritos; en enero de 2011 recibí de manos del propio autor, el Maestro Luis Ignacio Flores Bocanegra, “Compendio de Lógica Moderna”, como un obsequio para enriquecer mi acervo bibliográfico de la asignatura, excelente libro que inmediatamente me atrapó.

Comencé a capacitarme en el Taller de Introducción a la Lógica Moderna, que se impartía a profesores y alumnos en la Escuela Preparatoria “Melchor Ocampo” de la Universidad Michoacana, ahí me di cuenta de las Olimpiadas Estatales de Lógica, de los Encuentros Internacionales de Didáctica de la Lógica, de que existe la Academia Mexicana de la Lógica donde se encuentran profesores comprometidos con su enseñanza y que buscan constantemente mejorar su didáctica. Fue entonces cuando las muchas dudas que tenía al estudiar los diferentes textos de lógica se fueron disipando; otras, para su comprensión, requerían asesoría directa de los ya experimentados, que afortunadamente encontré en mi camino. Entendí que cada autor, cada texto tiene su enfoque, su estilo, su método para explicar de qué trata la Lógica, sobre todo la llamada

“Lógica Moderna”; que así como éstos, también cada profesor tiene su estilo para dar su clase y presentar su material en cada sesión.

Con estos antecedentes que ayudaron a transformar mi enfoque del contenido de la Lógica más allá del campo del Derecho, considero que lo profesores debemos asumir el compromiso de revisar y revaluar los programas de Lógica en el bachillerato, así como aportar ideas, con base en el diagnóstico de cada una de las sesiones impartidas, de la actitud de los alumnos, para elaborar proyectos de uno o varios textos que reflejen lo que requiere el estudiante, tomando en cuenta que los jóvenes actualmente son utilitaristas, se sienten atraídos por el mundo de la imagen, de los medios de comunicación, que en el desdén de las autoridades académicas por las humanidades, los arrastramos a una formación cada vez más técnica.

Desde esta nueva perspectiva, estoy convencida que es necesario colaborar en la creación de manuales, de textos para trabajar en el aula; hay alumnos que nunca ven libros, reciben apuntes fotocopiados, lo mismo capítulos de libros, de artículos; los profesores influimos en ese proceso de desinterés pues les damos temas demasiado digeridos, lo tienen todo tan fácil (en eso la época tiene la culpa) que el esfuerzo personal no existe, vienen de la secundaria con pocas ideas, con pocas inquietudes, de un ambiente general que no contribuye a que las tengan.

¿Qué hay que darle al alumno para que se sienta animado a leer, a pensar? que nuestras clases sean activas y significativas, que propicien que los estudiantes piensen y sean capaces de producir su propio pensamiento e ideas; hacerles saber nuestra disposición para resolver sus dudas; reflexionar con ellos las dificultades que plantean, sobre todo las referidas a temas actuales, los cuales nunca se nos habrían ocurrido. Que nuestra obligación de tener que explicarles una serie de cosas, nos motiven a plasmarlas, a tomar notas para discutirlas con el grupo.

Lamentablemente, como profesores no se acude para realizar los programas de las asignaturas o planes de estudio, y éstos muchas veces cambian y llevan cambiando de un modo constante, cuando se hacen nadie queda satisfecho; en ocasiones se copian de lugares que probablemente no sean los mejores, incluida la bibliografía, la cual no obedece a nuestra realidad o que ya ha sido superada.

Una idea, aunque parezca sencilla, puede aportar mucho en el campo de la enseñanza de la Lógica. Así como el Maestro Luis Ignacio Flores Bocanegra, de la Universidad Michoacana, preocupado por la actualización de los programas de Lógica en el bachillerato, plasmó en su libro “Compendio de Lógica Moderna” la experiencia de más de 20 años dedicados a la enseñanza de esta disciplina; o bien, como el Doctor José Alfredo Amor Montaño (que en paz descanse), profesor de la UNAM, que escribió el libro “Teoría de Conjuntos” para estudiantes de ciencias, como resultado de las notas de clase de un curso de Teoría de Conjuntos I, impartido en la Facultad de Ciencias de la UNAM a un grupo de 18 estudiantes de matemáticas y física en 1993, todos los profesores tenemos la gran oportunidad de imitarlos al crear textos que reflejen nuestra tarea cotidiana.

Todas las personas utilizamos la Lógica sin haber tenido una experiencia académica en ella, la entendemos como sentido común, pero su estudio formal se inicia en el nivel bachillerato (en algunas personas, el único contacto directo que tendrán en su vida), por lo que el primer impacto que tenga el joven de ella será el resultado de cómo se la presentemos.

Como escribió el Doctor José Alfredo Amor Montaño, al ser el compilador de “La Razón Comunicada IV”[2], *“…esta Razón Comunicada muestra la riqueza de puntos de vista y la pluralidad de enfoques respecto a la didáctica de la lógica, que es reflejo del importante desarrollo que está teniendo esta actividad académica en nuestro medio mexicano y en el resto del mundo… es haber constatado en la compilación y revisión de los ensayos de los participantes, que los que compartimos esta inquietud e interés sobre la enseñanza de la lógica ya somos muchos, ya estamos en colaboración y ya estamos incidiendo en mejorar su didáctica”.*

¡Fortalezcamos ese pensamiento!
Gracias Maestro José Alfredo Amor Montaño!

---

2 Publicación de la Academia Mexicana de Lógica, respecto a los materiales tratados en de los Talleres de Didáctica de la Lógica. En *“La Razón Comunicada”* IV del año 2005, el compilador fue el Maestro José Alfredo Amor Montaño.

(6) LA LÓGICA EN EL SIGLO XIX: *EL COLEGIO PRIMITIVO Y NACIONAL DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO.*

Lorena Carranza Revuelta, Pablo Escalante Piña
Academia de Historia de México de la Escuela Preparatoria *Preuniversitaria*

Introducción.

Nos parece necesario puntualizar algunos aspectos antes de comenzar a presentar los resultados de nuestra investigación:

La presente investigación es resultado de un análisis de fuentes históricas, con esto se pretende dejar en claro, que más que un estudio de la ciencia lógica y sus estructuras, se hace hincapié en tratar de mostrar un panorama de la cátedra desde el punto de vista de la Historia, para mostrar que desde hace aproximadamente 180 años, era parte fundamental dentro de los programas académicos, al estar presente en los diferentes Planes de Estudio que se hicieron en el Colegio de San Nicolás entre 1833-1900.

Si bien es cierto que varío su función y finalidad, la lógica fue una de las ciencias que no debía faltar, por lo menos, dentro de Michoacán y en la institución educativa más importante de este Estado durante el siglo XIX, nos referimos al *Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo,* el antecedente directo de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Determinar la función, la importancia, los maestros, los libros de enseñanza y el objetivo de la lógica como materia en esta institución, son los fines principales de esta investigación, puesto que localizamos que fue parte fundamental en el desarrollo educativo del siglo XIX en Michoacán y sus escuelas de nivel medio superior e incluso superior, no solo de San Nicolás sino de otras que mencionaremos, de forma breve, porque el más importante fue este ultimo.

La ciencia lógica dentro del Colegio de San Nicolás de Hidalgo es sumamente interesante, lo es más en la parte donde se une a diversas materias de índole totalmente científico-practico, como lo son las Matemáticas, Física y Química, por lo cual su importancia es vista como una ciencia práctica.

LA LÓGICA EN EL COLEGIO MÁS IMPORTANTE DE MICHOACÁN EN EL SIGLO XIX.

La historia educativa de Michoacán después de la independencia de México (1821) hasta el inicio de la revolución mexicana (1910), es sin duda un tema muy interesante y necesario conocer en nuestro presente, debido, entre otros aspectos, a que varias de las materias que se impartían dentro de las instituciones educativas de ese tiempo siguen vigentes y con la misma importancia que se les asignaba, entre ellas las Matemáticas, Gramática, Latín y Lógica.

Estas cátedras tenían diferentes fines: "fomentar el conocimiento científico y la formación de ciudadanos capaces de ser parte del progreso, incluso, ser los actores directos"[3], por lo menos, eso es lo que se indicaba en el Primitivo y Nacional Colegio de San Nicolás de Hidalgo, el antecedente directo de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, con sede en Morelia, Mich.

Este colegio después de 1821 seria en Michoacán el más importante en la educación civil, recordando que el sistema educativo para el siglo XIX se dividía en dos tipos: El religioso y el civil. Para este estado, dentro de la primera se encontraba el Seminario Tridentino, que más adelante seria desamortizado y quedando sólo el de San Nicolás. Este último seria el representante directo de la educación civil y al que se le pondría mayor interés para incluso convertirlo en uno de los más importantes del país, según el entonces gobernador Melchor Ocampo.

Para nuestro tema de estudio es importante mencionar que estos dos colegios tenían en común la enseñanza de la lógica en 1832[4] y como parte de las materias obligatorias y básicas para sus estudiantes. Sin importar el tipo de educación, esta ciencia aparece dentro de los planes de estudio de ambas instituciones, e incluso entre los sacerdotes y los dirigentes civiles del estado

---

[3]Figueroa Zamudio, Silvia. *Presencia Universitaria.* México. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 1992. p. 61.
[4]Martínez Hernández, Eusebio. "Un cimiento del liberalismo nacional. 1847-1871" EN *Boletín Rio de Papel* 18. México. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 2009. pp. 21-22.

había disertaciones académicas, con lo que se resalta la importancia de la lógica para ambas tendencias educativas.

Los institutos religiosos señalaban que esta cátedra “garantizaba la disciplina y la moralidad”[5], por lo tanto, su finalidad era influir en el control de las actividades del individuo, en base a los temas y reglas de la religión, donde la fe era primero que los preceptos civiles. Mientras que para las instituciones civiles, como se pretendía que fuera San Nicolás, se negaba la intervención eclesiástica, pues el reglamento interno lo elaboraba “el Congreso para regir el Colegio”[6].

Si bien San Nicolás antes de la independencia pertenecía al clero, después de 1821 se buscó convertirlo en civil, Melchor Ocampo sería uno de los principales impulsores. Antes de este personaje ya se había intentado, para 1832 se creó un decreto en el cual se mencionan las materias que se cursarían, las cuales son principalmente de orden civil y científico, puesto que no se iba a dejar de lado lo religioso de un momento a otro, sino de forma gradual, pues todavía se incluye una materia religiosa, pero es indudable que a la lógica se le consideró como una de las ciencias básicas para lograr esa finalidad.

Entrando de lleno a nuestro tema de estudio; comenzamos señalando una situación interesante, esta ciencia desde 1832 se mantendría como materia en San Nicolás hasta 1910, es decir está presente casi 100 años en los diferentes reglamentos que se crearon pero ¿Qué orilló a los directivos a mantener una ciencia que no era tan de su cercanía académica, si esta ciencia no se incluía en las materias que se cursaban antes de 1821? Tenemos noticias de que se cursaban sólo dos de Idioma Latino, una de Tarasco, una de Filosofía, dos de Teología escolástica, una de Moral y dos de Jurisprudencia[7].

Es realmente interesante este reglamento, porque los maestros que iban a impartir la cátedra eran eclesiásticos, de lo que podemos deducir que en el orden civil como en el religioso, fue vista con una utilidad indispensable, sin embargo este plan no entró en vigor porque San Nicolás seria reabierto hasta 1847.

[5]Arreola Cortes, Raúl. *Óp. Cit.* p. 14.
[6]Gutiérrez, Ángel. *Breve Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo. Historia Breve.* México. Archivo Histórico. 1997. p. 41.
[7]Arreola Cortes, Raúl. *Historia del Colegio de San Nicolás.* México. Coordinación de la Investigación Científica. 1992. p. 221.

CÁTEDRA
• Gramática Latina
• *Lógica y Matemáticas*
• Física y Química
• Derecho Natural, de Gentes y Político
• Derecho Canónico y Civil
• Pruebas y Fundamentos de la Religión Católica
• Economía Política

Cuadro 1. *Materias que se impartirían en el Colegio de San Nicolás en 1832[8].*

Entre 1842-1845, cuando el Colegio aún no era abierto, se mencionan en las leyes nacionales las materias que se cursarían a nivel nacional en la enseñanza media y superior, donde aparece nuestra ciencia de estudio bajo el nombre de Análisis gramatical y lógico[9]. Es necesario aclarar que entre 1821-1847 la educación en Michoacán seria a cargo del seminario Tridentino, ubicado en Morelia, donde también se impartirían entre otras materias las de Gramática Castellana, Etimología Latina, Griego, Derecho Canónico y Lógica[10].

Siguiendo el programa del Seminario, al parecer tenía la finalidad de dar la orientación moral-religiosa a los estudiantes, lejos de un análisis científico y social, pero lo significativo es que se le consideraba dentro de las asignaturas básicas de los programas educativos, esto es significativo porque un año más adelante, los maestros que laboraban en el Seminario Tridentino serian considerados para ser catedrático en la posterior apertura del Colegio de San Nicolás en 1847.

Durante 1844 y 1845 recibiría San Nicolás todo tipo de apoyos para que se intentara abrir de nueva cuenta, puesto que el edificio se utilizó para fines no académicos. Gobernadores y particulares incluso mencionaban que impartirían clases de forma gratuita. Finalmente seria reabierto bajo el gobierno de Melchor Ocampo y no sólo eso, sino que de forma definitiva seria de carácter civil, pues el

[8] *Ibíd.* p. 42.

[9] Vargas García, Enrique. *Centralización y educación en México 1842-1845*. México. Facultad de Historia. 2006. p. 122.

[10] *La Voz de Michoacán.* 3 de marzo de 1844. Memoria que se leyó en el aula General del Colegio el 27 de enero de 1844.

patronato que ejercía la iglesia sobre esta institución seria dado al gobierno en 1845 ¿Qué pasaría con la lógica si San Nicolás ya pertenecía al gobierno civil?

Ya perteneciente al poder civil, de inmediato se comenzó por restaurar el edificio de nuestro Colegio y se comenzaron a diseñar los planes de estudio, donde de nueva cuenta aparecía la lógica. Finalmente se abre el día 17 de enero de 1847 e inicia clases en ese mismo año, todo bajo el auspicio de Melchor Ocampo, quien mencionó antes de abrirlo que la ciencia ofrecía un amplio panorama[11] y la apertura del Colegio seria la pauta para lograr ese desarrollo científico en Michoacán y la lógica fue considerada para tal efecto:

NOMBRE DE LA CÁTEDRA
• Una de Gramática Castellana
• Dos de Gramática Latina
• Una de Idioma Francés
• *Una de Lógica y Metafísica*
• Una de Matemáticas

Cuadro 2. *Materias que se impartían en el Colegio de San Nicolás en 1847*[12].

Durante 1847-1848 Melchor Ocampo rodeó de todo tipo de apoyos a San Nicolás, pues buscó en este que la ciencia y el conocimiento se conjugaran hacia la formación política para que sirviera de regeneración del país[13]. Por lo tanto, el plan de estudios estaba diseñado para que el conocimiento fuera científico y se lograra el progreso civil, es decir, crear una sociedad científica, donde la lógica es considerada y ahora con el carácter pleno de conocimiento científico.

Para 1848, tras un año de la apertura del Colegio, era una de las principales actividades dentro de los intelectuales (tanto religiosos como políticos), tal es el caso de este año, en el evento de premiación a los mejores alumnos, donde la actividad central fue la disertación lógica entre alumnos, religiosos y políticos. Los anfitriones fueron personajes de importancia local como: “el Lic. Pelagio Antonio de Labastida y Dávalos quien participo en la cátedra de lógica y Matemáticas;

[11] *Obras completas de Don Melchor Ocampo.* Morelia. Gobierno de Michoacán. T. III. p. 159.
[12] Arreola Cortes, Raúl. *Óp. Cit*. pp. 417-418.
[13] Martínez Hernández, Eusebio. *Óp. Cit.* p. 27.

también por lógica fueron el deán de la catedral Domingo Garfias y el Dr. Juan González Urueña”[14], a los que podríamos considerar expertos de esa época.

La importancia educativa de San Nicolás, Melchor Ocampo mencionó que de esta institución se han eliminado las cuestiones inútiles, atendiéndose únicamente a las ciencias de la reflexión y se tratan los altos valores sociales[15], además está vinculada hondamente con las raíces del desarrollo histórico[16], por lo tanto, es claro que se veía en la lógica las estructuras adecuadas para fomentar la ciencia. Tras la reapertura del Colegio la educación sería preparatoria y profesional con un perfil científico[17]. La lógica se impartió en los dos niveles. Los docentes y el nombre variaron, sin embargo la cátedra se mantuvo en los planes.

NOMBRE DE LA CÁTEDRA	**PROFESOR**	**AÑO**
• Lógica y Sintaxis y Prosodia Latina	Ignacio Orozco	1848
• Lógica	Marcelino Martínez	1850
• Lógica	José María Orozco	1851
• Lógica y Metafísica	Macedonio Gómez	1852
• Lógica, Metafísica y Ética	José María Orozco	1852
• Lógica	Marcelino Martínez	1853
• Lógica y Derecho Canónico	José María Orozco	1855-1858
• Idioma Español y Lógica	Juan B. Rubio	1860
• Lógica, Metafísica y Moral	Antonio Rubio	1861-1862
• Idioma Español y Lógica	Juan Rubio	1863

Cuadro 3. *Profesores de Lógica entre 1848-1863 en el Colegio de San Nicolás*[18].

Sin duda, la lógica entre 1848-1860 formó parte importante de la finalidad de secularizar la educación, debido a que aparece junto a cátedras de corte teórico-científico. Este afán de imprimirle un corte científico a la educación seria

[14]Gutiérrez, Ángel. *Óp. Cit.* p. 49.
[15]Arreola Cortes, Raúl. *Óp. Cit*. pp. 244, 249.
[16]Tavera Alfaro, Xavier. *Morelia en la época de la república restaurada 1867-1876*. México. Colegio de Michoacán. Tomo II. p. 226.
[17]Macías Guillen, Pablo. *Aula Nobilis. Monografía del Colegio de San Nicolás de Hidalgo.* México. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 1940. p. 94.
[18]Archivo Histórico de la Universidad Michoacana (AHUM). Fondo Gobierno. Sección: Instrucción Pública. Serie Colegio de San Nicolás.

impulsado por parte de la sociedad, los intelectuales y los gobernantes; Melchor Ocampo en su segundo periodo de gobierno mostraría el mismo impulso al Colegio e indica que esta institución tomó una fisonomía peculiar; reflejó con nitidez y claridad los ideales liberales, las ideas políticas contradictorias y antagónicas más abiertas aparecieron en el Colegio[19]. Con esta situación nuestra ciencia de estudio dejó de lado sus ideales religiosos.

En el nivel superior de educación que se impartía en San Nicolás hacia 1850 también se llevaba lógica, tal es el caso de Escribanía Pública, donde se cursaba durante un año. También localizamos registro de que se tenía en otras carreras como: Derecho civil y Canónico. Este interés en la lógica al parecer era a nivel nacional, pues sabemos que en el Plan General de Estudios que publicó Santa Anna en 1854, la lógica aparece como una de las materias, pero este Plan no entró en vigor en nuestra institución[20], pero, al perecer no dejo de existir como cátedra, un par de años continua apareciendo como parte del plan de estudios.

Esto último se comprueba porque en el Programa de 1863 aparece de nueva cuenta, bajo el nombre de Lógica y Metafísica, se impartía junto a ciencias que tenían tendencia social: español, Derecho Natural, Derecho Público[21]. Cuando recién se iniciaba el plan de estudios anterior, se desarrollaría la segunda intervención de los franceses, el Colegio fue cerrado por apoyar a las leyes de reforma. Pero este gobierno extranjero que primero se opuso a San Nicolás y varias de sus cátedras, como la lógica, en 1866 utiliza esta ciencia dentro del Plan de Estudios de nivel preparatoria que diseño, el cual tenía un enfoque social según las cátedras que se impartirían, con lo que la secularización de la educación en San Nicolás se completaba, las materias que se cursaban eran:

NOMBRE DE LA MATERIA
• Lengua Castellana y su Literatura
• Historia y Geografía
• Lógica
• Francés

[19]Gutiérrez, Ángel. *Óp. Cit*. pp. 52, 58.
[20]Arreola Cortes, Raúl. *Óp. Cit*. pp. 250, 255.
[21]Gutiérrez, Ángel. *Óp. Cit*. p. 52.

• Historia de la Literatura General
• Lengua Latina y su Literatura
• Historia de la Literatura General
• Filosofía Moral

Cuadro 4. *Parte de las materias que se cursaban en San Nicolás en 1866[22].*

A partir de las leyes de reforma y con la segunda intervención francesa, la lógica se centra más en el aspecto de las ciencias sociales, buscando que sea un referente del nuevo orden social y político, donde los temas del hombre y sus conductas en conjunto eran lo más importante. En 1867 San Nicolás recibió 149 alumnos, los cuales cursarían diversas cátedras, entre ellas la lógica, con la finalidad de que regresara a ser el formador de la juventud y de los ideales de independencia y libertad[23] y formador del servidor público y como el espacio de coincidencia y socialización[24]. Incluso sería considerada de nueva cuenta dentro de los eventos centrales del Colegio, como los muestra el siguiente testimonio de 1868, donde se desarrolla de nueva cuenta una disertación entre especialistas de la época y los alumnos de esta materia y se mencionan las fuentes que utilizaban:

El mejor alumno de lógica, fue Luis Valdés, quien recibió de premio el libro de *Aritmética y Algebra* de Bowedon. En este evento también se otorgó reconocimiento a José María López quien destacó en Sintaxis y Prosodia Latina y se le entregó el libro de las *obras filosóficas* de Boffier y un libro de Bouvier titulado *Tratado de Lógica, Metafísica y Moral*[25]. Los libros de lectura decimonónicos servían de vehículos portadores de valores, formas de conducta y actitudes ante la vida[26]. Sobre los docentes entre 1867 y 1871 no tenemos los

[22]Meneses Morales, Ernesto. *Tendencias educativas oficiales de la educación en México 1821-1911.* México. Universidad Iberoamericana. 1998. p.
[23]Archivo General e Histórico del Poder Ejecutivo del Estado de Michoacán. *Memoria leída ante la Legislatura de Michoacán* en sesión del 30 de julio de 1869 por Francisco W. González.
[24]Martínez Hernández, Eusebio. *Óp. Cit.* p. 88.
[25]Tavera Alfaro, Xavier. *Óp. Cit.* p. 228.
[26]Galván Lafarga, Luz Elena. “Avances de la Historiografía de la Educación Mexicana” En *Revista América Debate,* numero 3, enero-junio 2003. México. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. p. 21.

datos suficientes porque existe un vacío historiográfico, mencionaremos los que conocemos y el nombre que se le asignó a la materia:

AÑO	CATEDRÁTICO	NOMBRE DE LA CÁTEDRA
1867	• Néstor caballero	Lógica
1868	• Vicente García Leiva	Lógica
1871	• Fermín Ortega	Lógica

Cuadro 5. *Catedráticos del Colegio de San Nicolás entre 1867-1871*[27].

Con el gobierno porfirista ya en el poder, en Michoacán, las instituciones educativas inician una separación de San Nicolás, no por el mal funcionamiento, sino para una mayor especialización de las carreras a estudiar, por lo tanto, también surgen más instituciones que impartan el conocimiento. Un caso de lo anterior es la Escuela Normal, que se encargaría de formar docentes, los cuales cursaban también la materia de lógica en sus planes de estudio y el profesor fue Lic. Antonio Ramírez González[28], la finalidad era que los estudiantes se insertaran dentro de la ideología porfirista, la plena confianza en la ciencia y educación.

Pasando al Colegio de San Nicolás, este siguió teniendo dentro de sus planes de estudio la cátedra de lógica durante el Porfiriato, un caso es la escuela de Artes y Oficios, en especifico la de música en 1877, el profesor era Vicente García Leiva, que utilizaba como bibliografía el libro de Geruzez, mientras que el premio al mejor alumno fue para Jesús Castañeda[29]. De nueva cuenta la Lógica aparece como un eje para formar ciudadanos-científicos para el progreso social.

Era tan considerada la cátedra de lógica que era necesaria cursarla para poder ingresar a los estudios de: Medico, Farmacéutico y abogado, llevando dos cursos, con la finalidad de formar al hombre inteligente y virtuoso[30], para 1886 se

[27]AHUM. Fondo: Gobierno. Sección: Instrucción Pública. Serie: Colegio de San Nicolás.
[28]Tavera Alfaro, Xavier. *Morelia. La vida cotidiana durante el porfirismo: Instrucción, educación y cultura.* México. CONACULTA. p. 118.
[29]*Ibíd*. pp. 195, 197.
[30]Arreola Cortes, Raúl. *Óp. Cit.* p. 290.

cursaba bajo el profesor Antonio Ramírez González, dividiéndose en general y especial, utilizándose el texto del Dr. Zeferino González[31].

Para 1897 destacan de nueva cuenta los estudiantes de la cátedra de lógica en los eventos de celebración de fin de curso, el alumno José Trinidad, (quien llegaría a ser uno de los más distinguidos abogados) obtuvo el premio al mejor estudiante de lógica[32]. Lo que es un hecho en esta investigación es que sobre todo a partir de la llegada al poder de Porfirio Díaz, el Colegio de San Nicolás tomó lineamientos de la ideología liberal y se consideró que sólo educando a la sociedad se podía alcanzar el desarrollo y progreso de la época[33]. Para 1910 con el inicio de la Revolución Mexicana la educación sufre cambios en su estructura y planes de estudio, que ni siquiera se han podido determinar hasta la fecha, lo que es un hecho es las cátedras entraron en una fase de transformación ideológica y metodológica que impide su análisis de momento.

Podemos mencionar que la lógica durante el siglo XIX se mantuvo como una de las materias básicas en los programas de estudios de San Nicolás. Se le uso tanto en las instituciones de educación religiosa como civil. También la finalidad de la cátedra varía de acuerdo al momento histórico de la época y la relación del colegio con el gobierno y la iglesia. Sin duda es significativo que a pesar de los constantes cambios de gobierno y los diferentes ideales, logró mantenerse como cátedra a pesar del surgimiento de diferentes planes de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

- Archivo Histórico de la Universidad Michoacana.
- Archivo General e Histórico del Poder Ejecutivo del Estado de Michoacán.
- Arreola Cortes, Raúl. *Historia del Colegio de San Nicolás.* México. Coordinación de la Investigación Científica. 1992.

[31] *Memorándum de la solemne distribución de los premios que la Junta del Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo,* Morelia, Talleres de la Escuela de Artes. 1887.
[32] *Memorándum de las distribuciones de premios hechas a los alumnos del Colegio de San Nicolás de Hidalgo, Escuela de Medicina, Academia de Niñas y Escuelas de la Municipalidad,* 5, 6 y 7 de febrero de 1897, Morelia, Talleres de la Escuela Industrial Militar “Porfirio Díaz”, 1897.
[33] Martínez Hernández, Eusebio. *Óp. Cit.* p. 103.

- Figueroa Zamudio, Silvia. *Presencia Universitaria.* México. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 1992.

- Galván Lafarga, Luz Elena. "Avances de la Historiografía de la Educación Mexicana" En *Revista América Debate,* numero 3, enero-junio 2003. México. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

- Gutiérrez, Ángel. *Breve Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo*. *Historia Breve*. México. Archivo Histórico. 1997.

- *La Voz de Michoacán.* 3 de marzo de 1844. Memoria que se leyó en el aula General del Colegio el 27 de enero de 1844.

- Martínez Hernández, Eusebio. "Un cimiento del liberalismo nacional. 1847-1871" EN *Boletín Rio de Papel* 18. México. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 2009.

- Macías Guillen, Pablo. *Aula Nobilis. Monografía del Colegio de San Nicolás de Hidalgo.* México. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 1940.

- Meneses Morales, Ernesto. *Tendencias educativas oficiales de la educación en México 1821-1911.* México. Universidad Iberoamericana. 1998.

- *Memorándum de la solemne distribución de los premios que la Junta del Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo,* Morelia, Talleres de la Escuela de Artes. 1887.

- *Memorándum de las distribuciones de premios hechas a los alumnos del Colegio de San Nicolás de Hidalgo, Escuela de Medicina, Academia de Niñas y Escuelas de la Municipalidad,* 5, 6 y 7 de febrero de 1897, Morelia, Talleres de la Escuela Industrial Militar "Porfirio Díaz", 1897.

- *Obras completas de Don Melchor Ocampo.* Morelia. Gobierno de Michoacán. T. III.

- Tavera Alfaro, Xavier. *Morelia en la época de la república restaurada 1867-1876*. México. Colegio de Michoacán. Tomo II.

- Tavera Alfaro, Xavier. *Morelia. La vida cotidiana durante el porfirismo: Instrucción, educación y cultura.* México. CONACULTA.

- Vargas García, Enrique. *Centralización y educación en México 1842-1845*. México. Facultad de Historia. 2006.

(7) Concepciones de la Lógica y Variedad de Lógicas

Mtro. Luis Ignacio Flores Bocanegra
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Este trabajo pretende, en primer lugar, dar una idea de las muchas maneras en que la disciplina fundada por Aristóteles ha sido definida, y en segundo lugar presentar la variedad de familias lógicas existentes hoy en día.

Concebida en los inicios como propedéutica para los estudios filosóficos, entretejía cuestiones ontológicas, gnoseológicas y metodológicas. Aristóteles dio un gran paso al formular la noción de validez, *more geométrico,* y presentarla en **Primeros analíticos** como una teoría formal abocada a elaborar razonamientos correctos (silogismos). Desde entonces el adjetivo de formal ha sido la marca distintiva de nuestra disciplina, que junto con las matemáticas reciben el nombre de *ciencias formales.* Pero aunque formal, todavía no es, con Aristóteles, una teoría formalizada. Después del Estagirita, y dejando a un lado sus notables comentadores, no hay pensadores originales en lógica. Desde fines de la Edad Media hasta Boole la historia de la lógica ofrece cualquier cosa menos una línea clara. Con los medievales es un *Ars Sermocinalis,* una parte de lo que hoy es la semiótica. En la Logique de Port-Royal es "el arte de pensar o medicina del espíritu". En el empirismo inglés del siglo XIX, representado por John Stuart Mill es metodología o lógica de la inducción. Beneke y Lipps la presentan como una rama de la psicología. Otros como una teoría prescriptiva, y a principios del siglo XX es común verla como una especie de *gnoseología*: correspondencia entre la realidad y las operaciones lógicas (Hermann Cohen). Con Hegel la llamada *lógica dialéctica* es la lucha de contrarios que se funden en uno: "todo lo racional es real y todo lo real es racional".

Por otra parte, a partir de la lógica clásica (sistema de lógica bivalente, base de la mayor parte de la actual teoría lógica), llamada también lógica estándar, han surgido extensiones de la misma o de plano teorías lógicas revolucionarias que cuestionan los principios y reglas de aquélla: lógica polivalente, intuicionista, modal, combinatoria, lógica lambda, de la identidad, epistémica, deóntica, temporal, difusa, paraconsistente, no- monotónica, etcétera, etcétera. En conclusión: lógica heterodoxa *versus* lógica clásica.

(8) "Recensión del libro AN EPIC SEARCH FOR TRUTH by Apostolos Doxiadis and Christos H. Papadimitriou"

M.A. Vianey Baltazar Ramos, Mtro. Luis Ignacio Flores Bocanegra.
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Ésta novela gráfica innovadora está basada en la temprana vida de un brillante filósofo, Bertrand Russell, y su apasionada búsqueda de la verdad. Encantado por los secretos de su familia, e incapaz de reprimir su juvenil curiosidad, Russell se obsesionó con un objetivo prometeico: establecer los fundamentos lógicos de toda la matemática. En su extenuante búsqueda de la verdad absoluta, Russell se cruzó con legendarios pensadores como Frege, Hilbert, Gödel y encontró un estudiante apasionado en el gran Wittgenstein, pero el objetivo de su definida búsqueda empezó a tejerse antes que él la iniciara.

A través del amor, el odio, la paz y la guerra Russell persistió en su tenaz misión por tratar de reafirmar ambas, su carrera y su felicidad personal, que finalmente lo condujeron al borde de la locura.

Logicomix es al mismo tiempo una novela histórica y una introducción accesible a algunas de las más grandes ideas de la matemática y filosofía modernas.

(9) Teoría De Conjuntos (Hipótesis del Continuo)

Luis Alberto Oregel Morales, Juan José Reynoso Cerano
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

En este trabajo se dará en dos partes, una primera parte que consiste en dar una introducción de la historia sobre lo que es y ha sido la hipótesis del continuo, el cual se debe a George Cantor y el cual habla sobre lo que es la cardinalidad del conjunto de los números reales, y el mismo cantor en 1874 demuestra que el cardinal del conjunto de los enteros es estrictamente inferior al de los números reales (Cantor introduce el concepto de cardinal el cual usa para comparar el tamaño de conjuntos infinitos) , además hablaremos sobre quien trabajo en sobre la hipótesis del continuo como son el caso de Hilbert (1925), Gödel con su axioma de constructibilidad, que trata sobre la prueba de la consistencia de la hipótesis del continuo, Addison 1949 al demostrar bajo el axioma de constructibilidad tres propiedades importantes de la jerarquía, también tocaremos un poco sobre el axioma de determinación el cual está relacionado con la prueba de la hipótesis del continuo, entre otros, así como una prueba de este.

Cantor creó una nueva disciplina entre 1874 y 1897, la teoría de conjuntos. La cual fue admirada y condenada simultáneamente por sus contemporáneos, desde entonces los debates sobre está han sido apasionados, ya que estos se encuentran estrechamente relacionados con importantes cuestiones lógicas.
Según la definición de un conjunto de Cantor éste es "una colección en un todo de determinados y distintos objetos de nuestra percepción o pensamiento, llamados los elementos del conjunto".
Frege fue uno de los admiradores de la nueva teoría de Cantor, y dio una definición de conjunto similar.

En 1903 B. Russell demostraría que la teoría de conjuntos de Cantor era inconsistente y cuestionaría la definición de conjunto en la teoría de Cantor. Pero pronto la teoría axiomática de Zermelo (1908) y refinamientos de ésta debidos a Fraenkel (1922), Skolem (1923), von Newman (1925) y otros sentaron las bases para la teoría de conjuntos actual.

Definición:
Los conjuntos A y B son equipotentes (tienen la misma cardinalidad o la misma potencia) si hay una función biyectiva f con dominio A y rango B
A continuación se enuncian algunas propiedades de la equipotencia

Teorema:

(a) A es equipotente a sí mismo, para todo conjunto A
(b) Si A es equipotente a B, entonces B es equipotente a A
(c) Si A es equipotente a B y B es equipotente a C entonces A es equipotente a C

Demostración
(a) Id_a es una función biyectiva de A en sí mismo ($Id_a\ es\ la\ identidad\ en\ A$)
(b) Si $f\colon A \to B$ es una función biyectiva, entonces $f^{-1}\colon B \to A$ también es una función biyectiva
(c) Si $f\colon A \to B$ y $g\colon B \to C$ son funciones biyectivas, entonces $g^\circ f\colon A \to C$ es una función biyectiva

Definición: la cardinalidad de A es menor o igual a la cardinalidad de B, si existe una función inyectiva de A en B.

Definición: (a) Un conjunto S es numerable si $|S| = |\mathbb{N}|$

(b) Un conjunto es a lo más numerable si $|S| \leq |\mathbb{N}|$

Lo que quiere decir que un conjunto S es numerable si y solo si $\exists \ f : S \to \mathbb{N}$ t.q. f es biyectiva y S es a lo más numerable si existe una función inyectiva $f : S \to \mathbb{N}$ tal que f es inyectiva.

Ejemplos:

1. Sean los $\mathbb{N}$ con los números impares
2. Sean los $\mathbb{N}$ con los números pares
3. $\mathbb{N} \to \mathbb{Z}$

Nótese una diferencia entre los conjuntos finitos e infinitos es la siguiente: Si S es un conjunto numerable entonces S puede descomponerse en dos partes ajenas A y B, tales que $|A| = |B| = |S|$, que es inconcebible si S es finito (salvo cuando $S = \varnothing$)

Teorema: Si A y B son conjuntos numerables, entonces $A \times B$ es numerable.

Demostración:

Es suficiente mostrar que $|\mathbb{N} \times \mathbb{N}| = |\mathbb{N}|$ y considérese la función $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ dada por $f(m,n) = 2^m(2n+1) - 1$

Ahora tenemos que verificar que es inyectiva:

$$f(m,n) = 2^m(2n+1) - 1$$

$$f(m,n) = 2^a(b+1) - 1$$

$$2^{m+1}n + 2^m - 1 = 2^{a+1}b + 2^a - 1$$

$$\frac{2^{m+1}n + 2^m}{2^a} = \frac{2^{a+1}b + 2^a}{2^a} \Leftrightarrow \frac{2^{m+1}n}{2^a} + \frac{2^m}{2^a} = 2b + 1 \Leftrightarrow 2^{m+1-a}n + 2^{m-a} = 2b + 1 \Leftrightarrow 2^{m-a} = 2^0 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2^{m-a}(2n+1) = 2b + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = m \\ n = b \end{cases} \therefore \ f \text{ es inyectiva.}$$

Verifiquemos que f es suprayectiva

Supongamos que $a \in Pares$ entonces hacemos $m = 0$ & que $2n = a \Rightarrow n = \frac{a}{2}$ entonces

$$f\left(0, \frac{a}{2}\right) = 2^0\left(2\left(\frac{a}{2}\right) + 1\right) - 1 = a + 1 - 1 = a$$

Supongamos que $a \in impares \Rightarrow a+1$ es par, y hagamos $\frac{a+1}{2^M}$ con M t.q. $\frac{a+1}{2^M} = b \in impar$ entonces $a+1 = b2^M$, luego si b es impar por (a) lo podemos escribir como $b = 2N+1$ para algún $N \in \mathbb{N} \therefore a+1 = 2^M(2N+1) \to a = 2^M(2N+1)-1$

a) $f : \mathbb{N} \to 2\mathbb{N}$

$$f(n) = 2n+2$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow .... \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \end{array}$$

b) $\mathbb{N} \to \{x \mid x = 2n+1; n \in \mathbb{N}\}$

$$f(n) = 2n+1$$

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow .... \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{array}$$

c) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$

$$f(n) = \begin{cases} n \in Pares, f(n) = \frac{n}{2} \\ f(0) = 0 \\ n \in impares, f(n) = -\left(\frac{n+1}{2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow .... \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 2 & -3 & 3 & -4 \end{array}$$

Corolario: El producto cartesiano de una cantidad finita de conjuntos numerables es numerable, consecuentemente $\mathbb{N}^m$ es numerable para toda $m \in \mathbb{N}$

Corolario: el conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$ es numerable

Sabemos que $\mathbb{Z}$ es numerable y $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ es también numerable, así el conjunto de los cocientes $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ es numerable, y puesto que la proyección natural de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ en $\mathbb{Q}$ es sobreyectiva entonces es numerable.

Vamos a demostrar que $\mathbb{R}$ es un conjunto no numerable, para ello consideraremos los reales entre cero y uno y veremos que forman un conjunto no numerable
El conjunto de todos los reales entre cero y uno está formado por todas las expresiones decimales que tienen 0 como parte entera
Probaremos por reducción al absurdo que el conjunto de los reales entre cero y uno no es numerable
Supongamos que si pueden numerarse dichas expresiones decimales
Denominaremos X_1a la primera de ellas, X_2 a la segunda, X_3 a la tercera,… etc. De modo que la correspondencia

$$\mathbb{N} \to [0,1]$$
$$i \to X_i$$

Es biyectiva

$$X_1 = 0.x_{11}x_{12}x_{13}x_{14} \dots$$

$$X_2 = 0.x_{21}x_{22}x_{23}x_{24} \dots$$
$$X_3 = 0.x_{31}x_{32}x_{33}x_4 \dots$$
$$\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$
$$X_i = 0.x_{i1}x_{i2}x_{i3}x_{i4} \dots$$
$$\dots$$

Definamos ahora para cada n $\begin{cases} y_n = x_{nn} + 1 \\ y_n = 0 \end{cases} si\ x < 9$

Consideremos la expresión decimal

$$Y = 0.y_1y_2y_3y_4 \dots$$

Obviamente Y se encuentra entre 0 y 1, luego debe existir un N tal que $Y = X_N$ pero vemos que esto no es posible ya que la N-ésima cifra decimal de Y es y_N que es obviamente la N-ésima cifra decimal de X_N, que es x_{NN}

$$\mathrm{X}_1 = 0.(4)683523...........$$
$$\mathrm{X}_2 = 0.7(1)64031...........$$
$$\mathrm{X}_3 = 0.84(9)3581...........$$
$$\mathrm{X}_4 = 0.589(4)372...........$$
$$\vdots$$
$$\mathrm{X}_n = 0.6477.......82(3).....$$
$$Y = 0.5205...................4..$$

Hipótesis del continuo

Por el teorema Diagonal de Cantor, la cardinalidad de un conjunto de los números reales es mayor que la cardinalidad del conjunto de los números naturales.

Hay un conjunto $|\mathbb{N}|$, el número cardinal del conjunto $\mathbb{N}$ (y de todos los conjuntos numerables) el cual denotaremos por $\aleph_0$ y recordando que $n < \aleph_0$ para cada número natural n, y $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$, $\aleph_0 \bullet \aleph_0 = \aleph_0$.

El conjunto $\mathbb{R}$ de todos los números reales, también llamado línea recta o continuo, tiene un número cardinal mayor que $\aleph_0$.

Teorema: el número cardinal del continuo es $2^{\aleph_0}$.

Demostración. Una sucesión $x : \mathbb{N} \to \mathbb{Q}$ es un subconjunto de $\mathbb{N} \times \mathbb{Q}$ entonces el conjunto de todas las sucesiones de Cauchy C está contenida en $P(\mathbb{N} \times \mathbb{Q})$ por lo que:

$$|\mathbb{R}| = |C/\sim| \leq |C| \leq |P(\mathbb{N} \times \mathbb{Q})| = 2^{|\mathbb{N}\times\mathbb{Q}|} = 2^{\aleph_0 \bullet \aleph_0} = 2^{\aleph_0}$$

$$2^{\aleph_0} = 2^{|\mathbb{N}|} = \left|\{0,1\}^{\mathbb{N}}\right| \leq |\mathbb{R}|$$

Puesto que hay funciones biyectivas de $\mathbb{R}$ en cualquier intervalo abierto, se sigue que cualquier intervalo abierto tiene la cardinalidad del continuo, con lo que todo conjunto abierto no vacío de números reales tiene cardinalidad $2^{\aleph_0}$.

La hipótesis del continuo: No existe un cardinal k tal que:

$$\aleph_0 < k < 2^{\aleph_0}$$

La hipótesis del Continuo fue formulada por Cantor en 1900.D. Hilbert la incluyó como el problema 1 de su famosa lista de problemas matemáticos importantes. Gödel en 1939 demostró que la hipótesis del continuo es consistente con los axiomas de la Teoría de Conjuntos, esto usando los axiomas de Zermelo-Fraenkel incluido el axioma de elección y no se puede probar que la hipótesis del continuo sea falsa. En 1963 P. J. Cohen demostró que la Hipótesis del Continuo es independiente de los axiomas de Zermelo-Fraenkel, es decir que es indeducible bajo estos axiomas.

Usando las propiedades de los números cardinales y las propiedades del espacio de $\aleph_0$, podemos demostrar que muchos conjuntos tienen la cardinalidad $2^{\aleph_0}$

Proposición: El conjunto de todas las sucesiones de números naturales tienen cardinalidad $2^{\aleph_0}$

Demostración: El conjunto $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ tiene cardinalidad ${\aleph_0}^{\aleph_0}$, y tenemos que ${\aleph_0}^{\aleph_0} \geq 2^{\aleph_0}$ y por lo tanto ${\aleph_0}^{\aleph_0} \leq \left(2^{\aleph_0}\right)^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0 \bullet \aleph_0} = 2^{\aleph_0}$ con lo que $\left|\mathbb{N}^{\mathbb{N}}\right| = 2^{\aleph_0}$.

(10) Diagramas Lógicos.

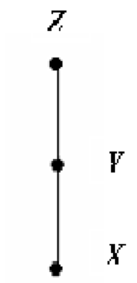
Jesús Castañeda Rivera

Universidad Interamericana Para el Desarrollo, Preuniversitaria y

Universidad Nova Spania

En estas notas continuare el trabajo de investigar algunos resultados sobre la propiedad del silogismo en subespacios vectoriales, con esta propiedad abordaremos el problema de conteo sobre los diagramas lógicos de todos los subespacios construibles con las operaciones de intersección y suma de subespacios (Castañeda, 2007)

Si un subespacio vectorial Z contiene a un subespacio vectorial Y, y este subespacio vectorial Y contiene al subespacio vectorial X, entonces X está contenido en Z. Esta propiedad es usada gráficamente para representar la estructura de un silogismo.



Un retículo es la representación del mínimo de proposiciones necesarias que expresan todos los elementos del silogismo. En este trabajo llamaremos diagrama lógico de subespacios vectoriales a la representación gráfica de la estructura de silogismos en espacios vectoriales donde cada elemento de la gráfica es un retículo.

Usando esta representación de silogismos, presentamos los diagramas lógicos que corresponden a espacios vectoriales con 2,3 y 4 subespacios vectoriales.

NOTACIÓN Y DEFINICIONES BASICAS.

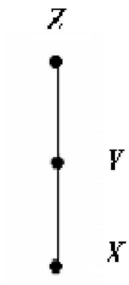
Sea V un espacio vectorial. Decimos que W es un subespacio vectorial de V si W es en sí mismo un espacio vectorial con las siguientes condiciones:

1) $0 \in W$

1) $\forall x, y \in W \Rightarrow x + y \in W$

2) $\forall \alpha \in K, x \in W \Rightarrow \alpha x \in W$

Como ya sabemos, si un subespacio vectorial Z contiene a un subespacio vectorial Y, y este subespacio vectorial Y contiene al subespacio vectorial X, entonces X está contenido en Z. Esta propiedad es usada gráficamente para representar la estructura de un silogismo.



Un retículo es la representación del mínimo de proposiciones necesarias que expresan todos los elementos del silogismo. En este trabajo llamaremos diagrama lógico de subespacios vectoriales a la representación gráfica de la estructura de silogismos en espacios vectoriales donde cada elemento de la gráfica es un retículo.

Sea *V* un espacio vectorial sobre un campo K. Sean *X, Y* subespacios vectoriales de *V*.

Definición 1.0. *El subespacio vectorial* $X \bigcap Y = \{x \in X \bigcap Y | x \in X \wedge x \in Y\}$ *es el subespacio más grande de V que está contenido en X y Y.*

Definición 2.0. *El subespacio vectorial* $X + Y = \{X + Y | x \in X, y \in Y\}$ *es el subespacio más pequeño de V que contiene a X y a Y.*

Consideremos las siguientes observaciones:

1.1) Sean X, Y, Z subespacios vectoriales de V, entonces $(X + Y) \bigcap Z \supseteq (X \bigcap Z) + (Y \bigcap Z)$.

Prueba: Observe que $X\bigcap Z\subseteq X+Y$ y que $X\bigcap Z\subseteq Z$, entonces $X\bigcap Z\subseteq (X+Y)\bigcap Z$. Por otro lado, $Y\bigcap Z\subseteq X+Y$ y $Y\bigcap Z\subseteq Z$, entonces $Y\bigcap Z\subseteq (X+Y)\bigcap Z$. Por lo tanto $(X\bigcap Z)+(Y\bigcap Z)\subseteq (X+Y)\bigcap Z$.

1.2) Sean X, Y, Z subespacios vectoriales de V, entonces $X+(Y\bigcap Z)\subseteq (X+Y)\bigcap (X+Z)$.

Prueba: Note que $Y\bigcap Z\subseteq Z\Rightarrow X+(Y\bigcap Z)\subseteq X+Z,$ y que $Y\bigcap Z\subseteq Y\Rightarrow X+(Y\bigcap Z)\subseteq X+Y$. Por lo consiguiente, $X+(Y\bigcap Z)\subseteq (X+Y)\bigcap (X+Z)$.

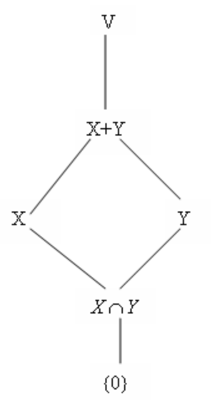
1.3) Si $X\subseteq Z\Rightarrow (X+Y)\bigcap Z=X+(Y\bigcap Z)$ *(Ley Modular)*

Prueba: como $X\subseteq X+Y$ y $X\subseteq Z$, se tiene que $X\subseteq (X+Y)\bigcap Z$. por otra parte, $Y\bigcap Z\subseteq X+Y$ y $Y\bigcap Z\subseteq Z$, de donde $Y\bigcap Z\subseteq (X+Y)\bigcap Z$. Por lo tanto, $X+(Y\bigcap Z)\subseteq (X+Y)\bigcap Z$.

Recíprocamente, sea $z\in (X+Y)\bigcap Z$ entonces $z\in Z$ y $z\in X+Y$. Si $(z=x+y \ con\ x\in X,\ y\in Y)$ podemos escribir $y=z-x\in Z$ y $y\in Y\bigcap Z$ entonces, $z=x+y\in X+(Y\bigcap Z)$.

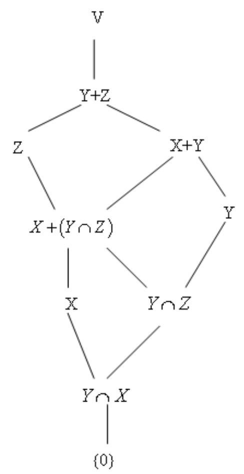
DIAGRAMAS LÓGICOS DE SUBESPACIOS VECTORIALES.

Primeramente, presentamos el diagrama lógico para un espacio vectorial *V* que contiene a solo dos subespacios vectoriales *X*, *Y* diferentes del total *V* y del espacio trivial {0}.



Cabe mencionar, que por las observaciones *1.1, 1.2* y *1.3* este diagrama es único. De la misma forma, debido a estas observaciones los diagramas siguientes serán los diagramas lógicos correspondientes para cada situación.

Ahora consideremos a *X, Y, Z* subespacios vectoriales de *V* donde $X \subset Z$. El diagrama lógico correspondiente es el siguiente:



Finalmente, consideremos el diagrama lógico correspondiente a X, Y, X', Y' subespacios vectoriales de V, en donde $X' \subset X$ y $Y' \subset Y$.

$1: X+Y$

$2: X+Y'$

$3: X'+Y$

$4: X'+Y'\cap X$

$5: Y'+Y\cap X$

$6: X'$

$7: Y'+X'\cap Y$

$8: X'\cap Y$

$9: Y'$

$10: X\cap Y'$

$11: (X+Y')\cap(X'+Y)$

$12: X'+Y'$

$13: (X'\cap Y)+(X\cap Y')$

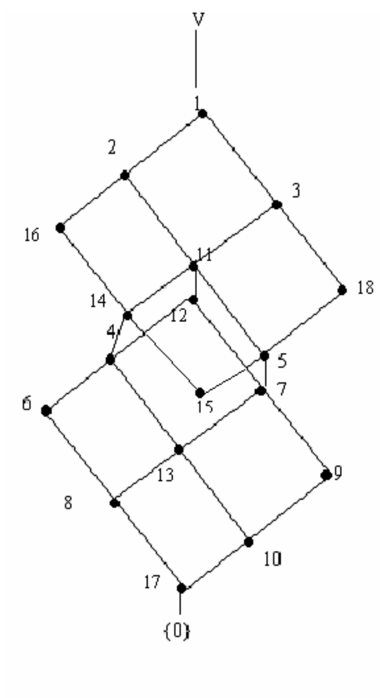
$14: X'+Y\cap X$

$15: X\cap Y$

$16: X$

$17: X'\cap Y'$

$18: Y$



En la parte derecha del diagrama, aparecen todos los retículos que lo constituyen. Note que podemos clasificar estos subespacios de acuerdo al número de operaciones $(+,\cap)$ de la siguiente manera:

I. *V, {0}.*

II. *16,18,9,6.*

III. *1,2,3,8,10,12,15,17.*

IV. *4,5,7,14*

V. *11,13*

Los de tipo I son el espacio total *V* y el espacio trivial {0}, el tipo II lo constituyen los subespacios vectoriales X, Y, X', Y'. El tipo II está formado de las operaciones de suma e intersección de los elementos del tipo I (solo una operación). Los elementos del tipo III son combinaciones de 2 operaciones y 2 subespacios. El tipo IV son solo dos elementos de 3 operaciones y dos subespacios.

REFERENCIAS

Copi Irving, *Lógica Simbólica*, Vigésima cuarta reimpresión CECSA, 2006.
Castañeda and eat. Logic Diagrams in Vector Spaces. IX International Congress On Teaching of Logic mazatlan 2008. AML.

C. CURSOS.

Mtro. Luis Ignacio Flores Bocanegra: Lógica de Enunciados ($\mathcal{L}0$)
Mtro. Mario Alberto Cortez: Lógica de Predicados ($\mathcal{L}1$)
Mtro. Jesús Castañeda Rivera: Teoría de Conjuntos

CURSO INTENSIVO DE LÓGICA DE ENUNCIADOS (LE, $\mathcal{L}_0$) (Mtro. Luis Ignacio Flores Bocanegra, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo)

1. Sintaxis de la lógica de enunciados
   - 1.1. Introducción
   - 1.2. El lenguaje de la lógica de enunciados
   - 1.3. Subfórmulas

2. Semántica de la lógica de enunciados
   - 2.1. Verdad con una signación

2.2. Tautologías y contradicciones

2.3. Tablas de verdad

3. Equivalencia lógica

3.1. El concepto de equivalencia lógica

3.2. Eliminación de conectivas

4. Consecuencia lógica

4.1. Satisfacibilidad

4.2. Consecuencia lógica

5. Lógica de enunciados y lenguaje natural

5.1. Simbolización

5.2. Consecuencia y argumentación

CURSO DE TEORIA DE CONJUNTOS. Jesús Castañeda Rivera (Universidad Interamericana Para el Desarrollo, Preuniversitaria y Universidad Nova Spania)

EL CONCEPTO INTUITIVO DE CONJUNTO.

Una primera idea de conjunto es pensar en un grupo de objetos que tienen al menos una característica en común, en donde podemos diferenciar un elemento de otro. Consideremos A un conjunto, un grupo de objetos que tienen la propiedad p (p es la característica en común de los elementos de A). Por ejemplo, sea A el grupo de estudiantes de lógica del salón de primer año, en este caso A está compuesto por los estudiantes: Luis, Juan, Pedro, María y Lupita, la característica p que forma este conjunto es que todos sus elementos son estudiantes de lógica. Podemos escribir al conjunto A como

A = {Luis, Juan, Pedro, María, Lupita}

Note que en este conjunto, se encuentran elementos que además de satisfacer la propiedad de ser estudiantes de lógica satisfacen la propiedad de que son hombres o son mujeres, entonces podemos estudiar conjuntos que se encuentran dentro de este conjunto, cuando esto sucede, a los nuevos conjuntos los llamamos subconjuntos.

AH:={estudiantes de lógica hombres} = {Luis, Juan, Pedro}

AM:={estudiantes de lógica mujeres} = {María, Lupita}

Note que en el conjunto AH todos sus elementos forman parte de A, en este caso podemos decir que AH es subconjunto de A, que escribimos $AH \subset A$.

De igual forma sucede con AM, todos sus elementos son elementos de A. podemos decir que AM es subconjunto de A, que escribimos $AM \subset A$

Podemos definir formalmente nuestra idea de subconjunto:

Un conjunto A es subconjunto de un conjunto B, si todo elemento de A es un elemento de B. Esto es,

$$A \subset B \Leftrightarrow \left\{ x \middle| (\forall x)(x \in A \rightarrow x \in B) \right\}.$$

Otro ejemplo de esta definición, lo podemos hacer si consideramos el conjunto de los números dígitos D:={0,1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9}. Dos subconjuntos de D son el conjunto de números dígitos pares DP:={0 ,2 ,4 ,6 ,8} y el conjunto de números dígitos impares DI:={1 ,3 ,5 ,7 ,9} que escribimos $DP \subset D$ y $DI \subset D$.

Teorema 1. Sean A, B y C conjuntos, si $A \subset B$, $B \subset C$ entonces $A \subset C$.

Esto es,

Si A es subconjunto de B

Si B es subconjunto de C

A es subconjunto de C

Por ejemplo, consideremos las siguientes premisas:

P1. Todo buen estudiante escucha música.
P2. Los que escuchan música cantan por las mañanas.
P3.Los que cantan por la mañana hacen ejercicio

De las premisas anteriores, podemos ver que de la premisa 1 se trata de dos conjuntos; el conjunto de los buenos estudiantes BE y el conjunto de los que escuchan música EM y además, sabemos que $BE \subset EM$. De la premisa 2, tenemos que el conjunto de los que escuchan música EM es subconjunto de los que cantan por las mañanas CM. De la premisa 3, puede notar que CM es subconjunto de los que hacen ejercicio HE. Podemos traducir las premisas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &P1. BE \subset EM \\ &P2. EM \subset CM \\ &P3. CM \subset HE \end{aligned}$$

De donde tenemos que, $BE \subset EM \subset CM \subset HE$ y podemos deducir que $BE \subset HE$. Esto es, “todo buen estudiante hace ejercicio”.

Definición 2. *Dados dos conjuntos A, B. El conjunto unión de A y B es el conjunto de los elementos x que están en A o están en B.*

$$A \cup B = \left\{ x \middle| x \in A \vee x \in B \right\}$$

Definición 3. *Dados dos conjuntos A, B. El conjunto intersección el conjunto de todos los elementos que están en A y están en B (simultáneamente).*

$$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

Consideremos el conjunto D de los números dígitos X = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, dos subconjuntos de él ; son los conjuntos X = {1,2,3,4,6,7,8} y Y = {2,4,6,8,0}.

El conjunto unión $X \cup Y$ es el conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8}. El conjunto intersección $X \cap Y$ será {2, 4, 6, 8}.

Llamáremos U al universo de discurso o conjunto local. Diremos que A es el conjunto complemento de A, si A* es el conjunto de todos los elementos de U que no están en A. Claramente,* $A \cup A^* = U$ *y* $A \cap A^* = vacio$*. La notación* $A^C = A^*$*.*

Teorema 4. *(De Morgan). Sean A, B conjuntos. Entonces,* $(A^c)^c = A$*,* $\left(A \cup B\right)^C = A^C \cap B^C$ *y* $\left(A \cap B\right)^C = A^C \cup B^C$*.*

Por ejemplo**,** sean X = {3,5,8,9}, Y = {2,3,5,6,9} y Z = {2,1,1,3,4,5} Conjuntos. Calcular $(X \cup Y)^C \cup (Z \cap Y^C)$. El conjunto Universal es U ={2,1,3,4,5,6,8,9}, por tanto Y*={1,4,8}. El conjunto $X \cup Y$ es {2, 3, 5, 6, 8, 9} y el conjunto intersección $Z \cap Y^C$ es {1,4}. $(X \cup Y)^C$ es el conjunto {1,4}. Por lo tanto,

$$(X \cup Y)^C \cup (Z \cap Y^C) = \{1,4\} \cup \{1,4\} = \{1,4\}$$

Dado un conjunto A, podemos construir el conjunto de todos los subconjuntos de A, este conjunto lo llamamos el conjunto potencia de A y lo representamos como P(A). Por ejemplo, consideremos el conjunto A={1,2,3}, su conjunto potencia es el conjunto P(A)={{1,2,3}, {1,2}, {1,3}, {2,3}, {1},{2},{3},{Φ}}. Observe que el conjunto de subconjuntos del conjunto potencia es $2^3 = 8$. Si A tuviera n elementos, entonces el número de subconjuntos de P(A) será 2^n.

La colección o clase de todos los conjuntos no es un conjunto, se debe tener cuidado de no confundir esta clase con el conjunto de universo de discurso. Consideremos al siguiente teorema.

Teorema 5. *Para todo conjunto hay un conjunto que no le pertenece.*

Prueba. Sea A un conjunto cualquiera. Sea B el conjunto $B = \{x | x \in A \wedge x \notin x\}$. Entonces, B es un conjunto por el axioma de separación, ya que está separado de A con la propiedad de no pertenecer a sí mismo. Obsérvese que $x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin x$ (*). Entonces, $B \notin A$, pues si $B \in A$ entonces se tiene que $B \notin B \Rightarrow B \in B$, pero además, por (*), $B \in B \Rightarrow B \notin B$. Como $B \in B$ o $B \notin B$, entonces tenemos que $B \in B$ y $B \notin B$ (contradicción). Por tanto, $B \notin A$.

Corolario 6. *Ningún conjunto puede tener como elementos suyos a todos los conjuntos. Es decir, el universo de todos los conjuntos no es un conjunto. Es una clase que no es un conjunto, o sea una clase propia.*

Teorema 7. Para toda clase no vacía C de conjuntos, $\cap C = \left\{x \middle| \forall y \in C(x \in y)\right\}$ es un conjunto único.

Prueba. Como $C \neq \emptyset$, sea $w \in C$. Entonces, w es un conjunto y $\cap C = \left\{x \middle| \forall y \in C(x \in y)\right\} = \{x \in w | \forall y \in C(x \in y)\}$ es un conjunto por el axioma de separación y es único por el axioma de extensionalidad.

Obsérvese que no se pidió que la clase o colección de conjuntos C, fuera un conjunto; sino que únicamente sea no vacía. De hecho c puede ser una clase propia y sin embargo, $\cap C$ es un conjunto si C no es vacio.

Teorema 8.*No hay un conjunto x tal que* $P(x) \in P(x)$*.*

Prueba. Por contradicción para x tal que $P(x) \in P(x)$.

Corolario 9. *No hay un conjunto al que le pertenezcan todos sus subconjuntos. Es decir, no existe un conjunto x tal que se cumple* $\forall y(y \subseteq x \rightarrow y \in x)$. *Así pues, si una clase x cumple esto, seria una clase propia.*

Ejercicio.

Considere los siguientes conjuntos X = {3, 5, 8, 9, 10, 11, 12}, Y = {2, 3, 7,8, 9, 5, 6, 9, 100, 200} y Z = {2,1, 1, 3, 4, 5, 100, 200, 300, 24,12}. Calcule los siguientes conjuntos:

$a)(X \cup Y)^C \cup (Z \cap Y^C)$

$b)(X \cup Y) \cap (Z \cap Y^C)$

$c)(X \cup Y^C) \cap (Z^C \cap Y^C)$

$d)\left((X \cup Y^C) \cap (Z^C \cap Y^C)\right)^C \cap \left(X \cup Y\right)$

$e)\left(X \cup Y\right) \cup Z = \left(X \cup Z\right) \cup Y$

NÚMEROS NATURALES.

Un conjunto, también puede ser una agrupación de números, por ejemplo el conjunto de los números naturales N, que es el conjunto de todos los números enteros positivos.

$$N = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,....\}$$

Idea Intuitiva: Que cada natural sea el conjunto de los naturales anteriores a él y en este caso, el orden será la pertenencia. **(J.A. Amor, 2005).**

$0 = \phi$

$1 = \{0\} = \{\phi\}$

$2 = \{0,1\} = \{\phi, \{\phi\}\}$

...

$n = \{0,1,2,3,...,n-1\}$

$n+1 = \{0,1,2,...,n\}$

Diremos que el sucesor de x es $x \cup \{x\}$.

Definición 10. *X es transitivo si y solamente si, si todo y que pertenece a x entonces* $y \subseteq x$.

Note que A es transitivo si y solamente si P(A) es transitivo. Además, si A es transitivo, entonces $\bigcup A$ es transitivo. (El inverso de esto último no es cierto)

Definición 11. *x es transitivo* $\Leftrightarrow \bigcup (x \cup \{x\}) = x$.

Definición 12. *X es un número natural si y solamente si:*

(i) *X es un conjunto transitivo.*

(ii) *X con su relación de pertenencia, es un conjunto bien ordenado.*

(iii) *Todo subconjunto no vacío de x tiene una pertenencia máxima, es decir:*

$$\forall w[w \subseteq x \wedge w \neq \varnothing \Rightarrow \exists y \in w \forall z \in w(z \in y \vee z = y)]$$

Teorema 13. *A) Los números naturales no se pertenecen a si mismos, es decir; si x es un número natural, entonces* $x \notin x$.

b) Los número naturales son conjuntos de números naturales; es decir: si x es un natural, entonces para cualquier $y \in x$, *y es un número natural.*

Gussepe Peano escribió unos axiomas que caracterizan a los números naturales:

1) *0 es un número natural*
2) *Si n es un número natural, el sucesor de n es un número natural.*
3) *0 no es sucesor de ningún número natural*
4) *Si el sucesor de n es igual al sucesor de m, entonces n=m*
5) *Si A es un conjunto de natural es tal qué* $0 \in A$ *y para todo número natural n, si* $n \in A$*entonces el sucesor de n esta en A, y el sucesor del sucesor de n esta en A, es decir, N=A. Además,*

6) *Si P es una propiedad acerca de los números naturales tal que 0 cumple P y para todo número natural n, si n cumple P, entonces el sucesor de n cumple P, entonces todos los naturales cumplen P.*

   Observe que la condición (5) implica la condición (6) y viceversa.

Teorema 14. *a) 0 es un número natural*

b) Si x es un número natural $S(x) = x \cup \{x\}$ *es un número natural.*

Definición 15. *Un conjunto A se llama inductivo si y solo si:*

$a) \varnothing \in A$

$b) \forall y(y \in A \rightarrow y \cup \{y\} \in A)$

Observe que si N fuera un conjunto seria un conjunto inductivo.

Con la información que tenemos no podemos probar que existe un conjunto inductivo, pero intuitivamente podemos pensarlo como un conjunto infinito pues debe tener los siguientes conjuntos

$$\varnothing; \{\varnothing\}; \{\varnothing, \{\varnothing\}\}; \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}; \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}; \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\}; \ldots$$

Axioma de Infinito: *"hay un conjunto inductivo". Es decir;*

$$\exists x[\varnothing \in x \wedge \forall y(y \in x \rightarrow y \cup \{y\} \in x)]$$

O bien,

$$\exists x \forall z[z = \varnothing \vee \exists w(w \in x \wedge z = w \cup \{w\}) \Rightarrow z \in x]$$

Note que por el teorema (7), la intersección de todos los conjuntos inductivos es un conjunto, suponiendo que hay un conjunto inductivo.

Definición 16. *Sea w la intersección de los conjuntos inductivos, w es un conjunto por dos razones: por el axioma de infinito y teorema (7); es inmediato que un* *conjunto inductivo, es el menor conjunto inductivo (con el orden $\subseteq$) y esta contenido en todo conjunto inductivo.*

Teorema 17. *Todo natural pertenece a w. o bien, todo natural pertenece a todo conjunto inductivo. ($N \subseteq w$).*

***Corolario 18**. N es un conjunto, N=w, N es transitivo e inductivo.*

Corolario 19. *(Principio de Inducción matemática). Si $A \subseteq N$ tal que $0 \in A$ y $\forall n \in N(n \in A \Rightarrow s(n) \in A)$, entonces A=N.*

Debe ser claro que si las hipótesis significan que A es conjunto inductivo por lo que $w = N \subseteq A$ y entonces N=A.

Los números naturales N es un conjunto infinito, diremos que el infinito más pequeño, que llamamos infinito numerable $\aleph_0$. Diremos que un conjunto es infinitamente numerable si el número de sus elementos es como el de los números naturales. Al número de elementos de un conjunto lo llamamos *el cardinal del conjunto*.

Por ejemplo, el conjunto X={1,4,7,8,9,0,3} tiene 7 elementos, entonces decimos que su cardinal es 7, esto lo escribimos $|X| = 7$.

Teorema 20. *Si $B \subset A$, entonces $|B| \leq |A|$.*

Dados dos conjuntos A, B podemos definir una función.

Una función es inyectiva si para cada elemento del conjunto A existe un único elemento del conjunto B que le corresponde.

La función se llama suprayectiva si para cada elemento del conjunto B existe un elemento del conjunto A de donde proviene.

La función se llama biyectiva, si es inyectiva y suprayectiva.

Teorema 21. *Sean A, B conjuntos;*

Si existe una función $\psi : A \to B$ *inyectiva, entonces* $|A| \geq |B|$.

Si existe una función $\psi : A \to B$ *suprayectiva, entonces* $|A| \leq |B|$.

Teorema 22. *(Cantor-Bernstein). Si existe una función* $\psi : A \to B$ *biyectiva, entonces* $|A| = |B|$.

Esto es equivalente, si $|A| \geq |B|$ *y* $|A| \leq |B|$, *entonces* $|A| = |B|$.

OTROS CONJUNTOS INFINITOS

Los números naturales forman parte de los números enteros Z. Podemos decir, que los números enteros son isomorfos (estructuralmente iguales) a la unión de los enteros negativos, el cero y los enteros positivos. $Z \simeq Z^{+} \cup \{0\} \cup Z^{-} \simeq N \cup \{0\} \cup Z^{-}$. Sin embargo, el cardinal de los números enteros Z es el mismo que el de los números naturales, pues podemos construir una función que haga corresponder a cada número natural un número entero.

$$|Z| = \left|N \cup \{0\} \cup Z^{-}\right| = |N| + \left|\{0\}\right| + \left|Z^{-}\right| = \aleph_0 + 1 + \aleph_0 = \aleph_0$$

Pero, hay conjuntos más grandes, por ejemplo el conjunto de los números irracionales (todos los números que no podemos expresar como el cociente de dos números enteros) tiene como cardinal a $\aleph_1$. El conjunto de los números racionales $Q := \left\{ q \middle| q = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ tiene como cardinal a $\aleph_0$. Si unimos estos conjuntos, formamos un conjunto mayor que llamamos el conjunto de los números reales R que tiene como cardinal a $\aleph_1$ (que llamamos infinito no numerable).

$$|R| = |Q \cup I| = \aleph_0 + \aleph_1 = \aleph_1$$

Un número racional (fracción) es número que podemos escribir como el cociente de dos números enteros. Un conjunto A es tiene cardinal infinito no numerable si tiene más elementos que los números naturales.

Referencias.

J.A. Amor (2008). Teoría de Conjuntos Para Estudiantes de Ciencias. UNAM. Primera reimpresión.

J. Castañeda (2011). Lógica II, Libro de Auto-aprendizaje. Universidad Nova Spania.