

Aproximación a la Lógica Epistémica mediante Conocimiento Común y Juegos de Coordinación

Marco A. Hernández Ramírez
marcoa.hdzmz@gmail.com, desierto@servidor.unam.mx

Taller de Didáctica de la Lógica
10 de abril de 2008, IIF's

Índice

1 Introducción

Propuesta

Conocimiento Común

Juegos de Coordinación

2 Aproximación a la Lógica Epistémica

Un ejemplo de Conocimiento Común

Un problema de Coordinación

Un juego de no coordinación

3 Lógica epistémica

Un operador para el conocimiento

Lógica proposicional y Lógica epistémica

Aproximación a la Semántica de la Lógica Epistémica

Índice

1 Introducción

Propuesta

Conocimiento Común

Juegos de Coordinación

2 Aproximación a la Lógica Epistémica

Un ejemplo de Conocimiento Común

Un problema de Coordinación

Un juego de no coordinación

3 Lógica epistémica

Un operador para el conocimiento

Lógica proposicional y Lógica epistémica

Aproximación a la Semántica de la Lógica Epistémica

Un curso de lógica modal

Presentar un curso de Lógica Modal para estudiantes del tercer año de bachillerato o de los primeros semestres de las licenciaturas en filosofía, matemáticas o ciencias de la computación.

Prerrequisitos: Conocimiento de lógica proposicional

Metodología

- Se inicia el curso abordando la lógica epistémica, la cual es un caso particular de lógica modal.
- Se motiva el estudio de la Lógica epistémica mediante situaciones cotidianas en las cuales aparece el conocimiento común o situaciones en las cuales la coordinación entre personas es necesaria para alcanzar un objetivo.

Metodología

- Se inicia el curso abordando la lógica epistémica, la cual es un caso particular de lógica modal.
- Se motiva el estudio de la Lógica epistémica mediante situaciones cotidianas en las cuales aparece el conocimiento común o situaciones en las cuales la coordinación entre personas es necesaria para alcanzar un objetivo.

Contenido

Este curso cubrirá en un primer módulo el siguiente material

- Aproximación a la Lógica epistémica
 - Estructuras de Kripke
 - Semántica de la Lógica epistémica
 - Sistemas de Lógica epistémica



Contenido

Este curso cubrirá en un primer módulo el siguiente material

- Aproximación a la Lógica epistémica
- Estructuras de Kripke
- Semántica de la Lógica epistémica
- Sistemas de Lógica epistémica

Contenido

Este curso cubrirá en un primer módulo el siguiente material

- Aproximación a la Lógica epistémica
- Estructuras de Kripke
- Semántica de la Lógica epistémica
- Sistemas de Lógica epistémica

Contenido

Este curso cubrirá en un primer módulo el siguiente material

- Aproximación a la Lógica epistémica
- Estructuras de Kripke
- Semántica de la Lógica epistémica
- Sistemas de Lógica epistémica

Razón de la propuesta

La exposición cronológica de ramas de una misma disciplina no siempre rinde buenos frutos. En ocasiones invertir o alterar el orden histórico da mejores resultados

- El caso de los números negativos y racionales
- El caso del Cálculo Diferencial e Integral

Objetivos

- Evitar un rechazo temprano de esta importante herramienta
- Lograr el gusto por la lógica modal
- Ampliar el horizonte lógico del estudiante

Objetivos

- Evitar un rechazo temprano de esta importante herramienta
- Lograr el gusto por la lógica modal
- Ampliar el horizonte lógico del estudiante

Objetivos

- Evitar un rechazo temprano de esta importante herramienta
- Lograr el gusto por la lógica modal
- Ampliar el horizonte lógico del estudiante

Plan de la Sesión de hoy

- Dar ejemplos de conocimiento común, juegos de coordinación y un juego de no coordinación en los que llamaremos la atención sobre el conocimiento de los jugadores
- Después de definir el lenguaje a utilizar, se le pedirá al estudiante que realice una serie de ejercicios

Plan de la Sesión de hoy

- Dar ejemplos de conocimiento común, juegos de coordinación y un juego de no coordinación en los que llamaremos la atención sobre el conocimiento de los jugadores
- Después de definir el lenguaje a utilizar, se le pedirá al estudiante que realice una serie de ejercicios

Observaciones

- No es un curso de filosofía de la lógica
- Es un curso de introducción a la lógica modal



Observaciones

- No es un curso de filosofía de la lógica
- Es un curso de introducción a la lógica modal



Conocimiento común

Una proposición p es conocimiento común en un grupo de personas G , si y sólo si todos los miembros de G saben p y además, todos los miembros de G saben que todos saben p .

Juegos de coordinación

Podríamos decir que los juegos de coordinación son situaciones en las cuales muchos agentes intentan lograr uniformidad de acciones haciendo cada uno lo que los otros harán, con el fin de lograr una meta común. ([Lew69, p. 12])

Índice

1 Introducción

Propuesta

Conocimiento Común

Juegos de Coordinación

2 Aproximación a la Lógica Epistémica

Un ejemplo de Conocimiento Común

Un problema de Coordinación

Un juego de no coordinación

3 Lógica epistémica

Un operador para el conocimiento

Lógica proposicional y Lógica epistémica

Aproximación a la Semántica de la Lógica Epistémica

Un grupo de estudiantes G

Supongamos un salón de clase con un grupo de cuatro estudiantes

$G =$
 $\{Adielisa, Benigno, Cecilia, Dario\}$



El teorema de Pitágoras

Supongamos que el maestro pregunta

¿Qué dice el teorema de Pitágoras?

El teorema de Pitágoras

Hay un silencio prolongado. Todos los miembros de la clase se miran unos a otros

Adielisa, Benigno y Cecilia lavantan la mano para indicar que ellos saben lo que dice el teorema pero Dario no.



El teorema de Pitágoras

Cecilia pasa al frente y dice: ‘En todo triángulo rectángulo’—y escribe en el pizarrón—, ‘el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.’



Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...

Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...

Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...

Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...

Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...

Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...

Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...



Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...



Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...

Un anuncio público

- Una vez que el Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):
 - Adielisa sabe T.P.;
 - Benigno sabe T.P.;
 - Cecilia sabe T.P.;
 - Dario sabe T.P.
- Pero hay un elemento adicional:
 - Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
 - Cecilia sabe que Dario sabe (T.P.);
 - Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.)
 - ...

Ejercicio 1

- ¿Qué otros hechos interesantes se siguen del conocimiento de los miembros del salón de clases, en particular del grupo G ?
- Solución. El grupo G tiene conocimiento común del Teorema de Pitágoras: Adielisa, Benigno, Dario y Cecilia Saben T.P y Adielisa sabe Benigno, Cecilia y Dario saben T.P y Benigno sabe que...



Ejercicio 1

- ¿Qué otros hechos interesantes se siguen del conocimiento de los miembros del salón de clases, en particular del grupo G ?
- Solución. El grupo G tiene conocimiento común del Teorema de Pitágoras: Adielisa, Benigno, Dario y Cecilia Saben T.P y Adielisa sabe Benigno, Cecilia y Dario saben T.P y Benigno sabe que...



Ejercicio 2

Represente los hechos acerca del conocimiento de G y cada uno de sus miembros utilizando lógica proposicional.

Propuesta de solución

A: Adielisa sabe T.P

B: Benigno sabe T.P

C: Cecilia sabe T.P.

D: Dario sabe T.P

$A \wedge B \wedge C \wedge D$: G sabe T.P



Propuesta de solución

A: Adielisa sabe T.P

B: Benigno sabe T.P

C: Cecilia sabe T.P.

D: Dario sabe T.P

$A \wedge B \wedge C \wedge D$: *G* sabe T.P

Propuesta de solución

A: Adielisa sabe T.P

B: Benigno sabe T.P

C: Cecilia sabe T.P.

D: Dario sabe T.P

$A \wedge B \wedge C \wedge D$: *G* sabe T.P



Propuesta de solución

A: Adielisa sabe T.P

B: Benigno sabe T.P

C: Cecilia sabe T.P.

D: Dario sabe T.P

$A \wedge B \wedge C \wedge D$: *G* sabe T.P



Propuesta de solución

A: Adielisa sabe T.P

B: Benigno sabe T.P

C: Cecilia sabe T.P.

D: Dario sabe T.P

$A \wedge B \wedge C \wedge D$: *G* sabe T.P



Ejercicio 3

Represente el conocimiento común de G con lógica proposicional

La llamada interrumpida

Supongamos que Adielisa y Benigno están hablando por teléfono y que después de tres minutos se corta la llamada. Ambos desean que la conexión sea restituida inmediatamente, lo cual sucedará si, y sólo si, uno de ellos llama nuevamente mientras el otro espera. Importa poco quién sea el que espere y quién sea el que llame. Cada uno de ellos debe elegir si llamará de nuevo de acuerdo a las expectativas que tenga de lo que el otro elegirá, y llamará entonces si, y sólo si, el otro espera. ([Lew69, p. 5])

Algunos hechos sobre la situación

- Adielisa esperará pues sabe que Benigno llamará nuevamente
- Benigno llamará pues sabe que Adielisa esperará
- Adielisa sabe que Benigno llamará pues sabe que Adielisa esperará
- ...





Algunos hechos sobre la situación

- Adielisa esperará pues sabe que Benigno llamará nuevamente
- Benigno llamará pues sabe que Adielisa esperará
- Adielisa sabe que Benigno llamará pues sabe que Adielisa esperará

• ...





Algunos hechos sobre la situación

- Adielisa esperará pues sabe que Benigno llamará nuevamente
- Benigno llamará pues sabe que Adielisa esperará
- Adielisa sabe que Benigno llamará pues sabe que Adielisa esperará
- ...





Ejercicio 4

Represente los hechos anteriores con lógica proposicional



Propuesta de solución

- A: Adielisa esperará
- B: Benigno llamará nuevamente
- ¿C: Adielisa sabe que Benigno llamará nuevamente?
- ¿D: Benigno sabe que Adielisa esperará?



Propuesta de solución

- A: Adielisa esperará
- B: Benigno llamará nuevamente
- ¿C: Adielisa sabe que Benigno llamará nuevamente?
- ¿D: Benigno sabe que Adielisa esperará?



Propuesta de solución

- A: Adielisa esperará
- B: Benigno llamará nuevamente
- ¿C: Adielisa sabe que Benigno llamará nuevamente?
- ¿D: Benigno sabe que Adielisa esperará?



Propuesta de solución

- A: Adielisa esperará
- B: Benigno llamará nuevamente
- ¿C: Adielisa sabe que Benigno llamará nuevamente?
- ¿D: Benigno sabe que Adielisa esperará?

Juego de Pocker

Ahora el el grupo G está de recreo y deciden jugar Pocker





Juego de Pocker

En un juego como éste gana quien tenga pares por sobre quien no los tenga,





Juego de Pocker

Gana quien tenga un as por sobre quien no tenga ni as ni pares





El juego de Cecilia y Dario

Supongamos que Cecilia y Dario tienen el siguiente juego ([Bar87])

Jugador	Carta oculta	Carta abierta
Cecilia	A♠	3♣
Dario	3♠	3♦



algunos hechos

- Dario no sabe que el tiene la mano ganadora
- Cecilia piensa que tiene una buena oportunidad de ganar.
- Queremos modelar la diferencia entre las cartas abiertas y las cartas cerradas



Un juego de no coordinación

algunos hechos

- Dario no sabe que el tiene la mano ganadora
- Cecilia piensa que tiene una buena oportunidad de ganar.
- Queremos modelar la diferencia entre las cartas abiertas y las cartas cerradas



Un juego de no coordinación

algunos hechos

- Dario no sabe que el tiene la mano ganadora
- Cecilia piensa que tiene una buena oportunidad de ganar.
- Queremos modelar la diferencia entre las cartas abiertas y las cartas cerradas



algunos hechos

- Las cartas abiertas son conocimiento común
- Las cartas cerradas son información privada



algunos hechos

- Las cartas abiertas son conocimiento común
- Las cartas cerradas son información privada



Si H es la relación tener una carta entonces

- $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$ representa el hecho de que Dario tiene $3\spadesuit$
- Cecilia sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$
- La cuestión de fondo es representar adecuadamente el conocimiento común de hechos como $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$



Si H es la relación tener una carta entonces

- $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$ representa el hecho de que Dario tiene $3\spadesuit$
- Cecilia sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$
- La cuestión de fondo es representar adecuadamente el conocimiento común de hechos como $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$



Si H es la relación tener una carta entonces

- $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$ representa el hecho de que Dario tiene $3\spadesuit$
- Cecilia sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$
- La cuestión de fondo es representar adecuadamente el conocimiento común de hechos como $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$



Algunos hechos

- Cecilia no sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$
- Dario no sabe que $\langle H, \text{Cecilia}, A\spadesuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, \text{Cecilia}, 3\clubsuit \rangle$



Algunos hechos

- Cecilia no sabe que $\langle H, Dario, 3\spadesuit \rangle$
- Dario no sabe que $\langle H, Cecilia, A\spadesuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, Dario, 3\diamondsuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, Cecilia, 3\clubsuit \rangle$



Algunos hechos

- Cecilia no sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$
- Dario no sabe que $\langle H, \text{Cecilia}, A\spadesuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, \text{Cecilia}, 3\clubsuit \rangle$



Algunos hechos

- Cecilia no sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$
- Dario no sabe que $\langle H, \text{Cecilia}, A\spadesuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, \text{Cecilia}, 3\clubsuit \rangle$



Ejercicio 5

Represente los hechos anteriores con lógica proposicional



Propuesta de solución

- $\neg C$: Cecilia no sabe que $\langle H, Dario, 3\spadesuit \rangle$
- $\neg D$: Dario no sabe que $\langle H, Cecilia, A\spadesuit \rangle$
- $E \wedge F$: Cecilia y Dario saben que $\langle H, Dario, 3\diamondsuit \rangle$
- $G \wedge H$: Cecilia y Dario saben que $\langle H, Cecilia, 3\clubsuit \rangle$



Propuesta de solución

- $\neg C$: Cecilia no sabe que $\langle H, Dario, 3\spadesuit \rangle$
- $\neg D$: Dario no sabe que $\langle H, Cecilia, A\spadesuit \rangle$
- $E \wedge F$: Cecilia y Dario saben que $\langle H, Dario, 3\diamondsuit \rangle$
- $G \wedge H$: Cecilia y Dario saben que $\langle H, Cecilia, 3\clubsuit \rangle$



Propuesta de solución

- $\neg C$: Cecilia no sabe que $\langle H, Dario, 3\spadesuit \rangle$
- $\neg D$: Dario no sabe que $\langle H, Cecilia, A\spadesuit \rangle$
- $E \wedge F$: Cecilia y Dario saben que $\langle H, Dario, 3\diamondsuit \rangle$
- $G \wedge H$: Cecilia y Dario saben que $\langle H, Cecilia, 3\clubsuit \rangle$



Propuesta de solución

- $\neg C$: Cecilia no sabe que $\langle H, Dario, 3\spadesuit \rangle$
- $\neg D$: Dario no sabe que $\langle H, Cecilia, A\spadesuit \rangle$
- $E \wedge F$: Cecilia y Dario saben que $\langle H, Dario, 3\diamondsuit \rangle$
- $G \wedge H$: Cecilia y Dario saben que $\langle H, Cecilia, 3\clubsuit \rangle$

Índice

1 Introducción

Propuesta

Conocimiento Común

Juegos de Coordinación

2 Aproximación a la Lógica Epistémica

Un ejemplo de Conocimiento Común

Un problema de Coordinación

Un juego de no coordinación

3 Lógica epistémica

Un operador para el conocimiento

Lógica proposicional y Lógica epistémica

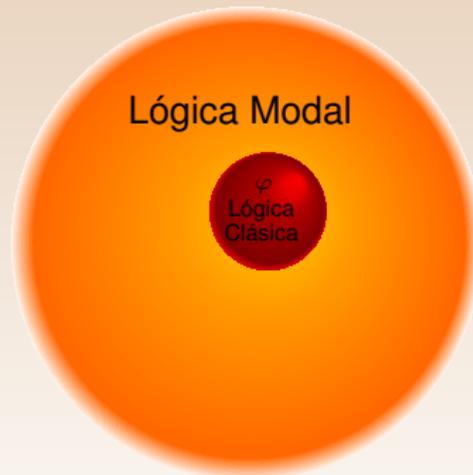
Aproximación a la Semántica de la Lógica Epistémica

Lógica Epistémica

La lógica epistémica, que da un tratamiento formal de las nociones de conocimiento y creencia de las que se ocupa el filósofo interesado en epistemología, es un caso particular de lógica modal([MvdH95]).

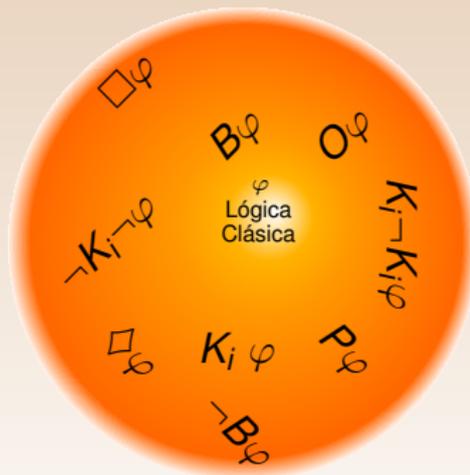
Lógica Modal

La lógica modal es una una extensión de la lógica clásica.



Lógicas Modales

Epistémica, Alética, Doxástica, Deóntica



El operador de conocimiento

Ahora enriqueceremos nuestro lenguaje proposicional con un operador de conocimiento con un subíndice relacionado a las personas:

$$K$$

El operador de conocimiento

Ahora enriqueceremos nuestro lenguaje proposicional con un operador de conocimiento con un subíndice relacionado a las personas:

$$K_i$$

El operador de conocimiento

Ahora enriqueceremos nuestro lenguaje proposicional con un operador de conocimiento con un subíndice relacionado a las personas:

$$K_i \varphi$$

El operador de conocimiento

Ahora enriqueceremos nuestro lenguaje proposicional con un operador de conocimiento con un subíndice relacionado a las personas:

$$K_i \varphi$$

Que leeremos como
“El agente, o la persona, i *SABE* φ ”

Ejemplos de proposiciones epistémicas

Con los siguientes elementos:

$j :=$ Juan

$Q :=$ Cervantes escribió el *Quijote*

$R :=$ Rulfo escribió novela.

$H :=$ Shakespeare escribió *Hamlet*

Proposiciones epistémicas

$K_j Q$: 'Juan sabe que Cervantes escribió *El Quijote*'

$K_j \neg R$: 'Juan sabe que Rulfo no escribió novela'

$\neg K_j H$: 'Juan no sabe que Shakespeare escribió *Hamlet*'



Ejercicio 6

- Escriba nuevamente sus respuestas a los Ejercicios 2,4 y 5 usando el operador de conocimiento
- Reintente el Ejercicio 3 con el operador de conocimiento



Ejercicio 6

- Escriba nuevamente sus respuestas a los Ejercicios 2,4 y 5 usando el operador de conocimiento
- Reintente el Ejercicio 3 con el operador de conocimiento

Propuesta de solución

- $K_{Adielisa} T.P.:$ Adielisa sabe T.P
- ¿ $K_{Adielisa} T.P. \wedge K_{Benigno} T.P. \wedge K_{Cecilia} T.P. \wedge K_{Dario} T.P. \wedge K_{Adielisa} K_{Benigno} T.P. \wedge K_{Adielisa} K_{Cecilia} T.P. \dots ?$

Propuesta de solución

- $K_{Adielisa} T.P.:$ Adielisa sabe T.P
- ¿ $K_{Adielisa} T.P. \wedge K_{Benigno} T.P. \wedge K_{Cecilia} T.P. \wedge K_{Dario} T.P. \wedge K_{Adielisa} K_{Benigno} T.P. \wedge K_{Adielisa} K_{Cecilia} T.P. \dots ?$



Comparemos las proposiciones

LÓGICA PROPOSICIONAL

A: Adielisa esperará

B: Benigno llamará nuevamente

C: Adielisa sabe que Benigno llamará nuevamente

D: Benigno sabe que Adielisa esperará

$\neg E$: Cecilia no sabe que $\langle H, Dario, 3\spadesuit \rangle$

$\neg F$: Dario no sabe que $\langle H, Cecilia, A\spadesuit \rangle$

G: Adielisa sabe que todos en *G* saben T.P.

H: Cecilia sabe que Benigno sabe T.P.

I: Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe T.P.

LÓGICA EPISTÉMICA

A

B

$K_{Adielisa}B$

$K_{Benigno}A$

$\neg K_{Cecilia} \langle H, Dario, 3\spadesuit \rangle$

$\neg K_{Dario} \langle H, Cecilia, A\spadesuit \rangle$

$K_{Adielisa}K_G T.P.$

$K_{Cecilia}K_{Benigno} T.P.$

$K_{Adielisa}K_{Cecilia}K_{Adielisa} T.P.$



Semántica de una proposición epistémica

Consideremos la siguiente proposición del juego de Pocker entre Cecilia y Dario:

- Dario no sabe que ha ganado
- Cecilia sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$
- ¿Cuándo podemos decir que estas proposiciones son verdaderas?

Semántica de una proposición epistémica

Consideremos la siguiente proposición del juego de Pocker entre Cecilia y Dario:

- Dario no sabe que ha ganado
- Cecilia sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$
- ¿Cuándo podemos decir que estas proposiciones son verdaderas?



Semántica de una proposición epistémica

Consideremos la siguiente proposición del juego de Pocker entre Cecilia y Dario:

- Dario no sabe que ha ganado
- Cecilia sabe que $\langle H, Dario, 3\heartsuit \rangle$
- ¿Cuándo podemos decir que estas proposiciones son verdaderas?

Aproximación a la semántica de la lógica epistémica

Dado el estado de información, s_1 , que poseen tanto Cecilia como Dario, esas proposiciones se satisfacen. En el caso de Cecilia, un nuevo estado de información s_2 no alterará el valor de verdad de la proposición $\langle H, \text{Dario}, 3\heartsuit \rangle$. En el caso de Dario, la proposición ‘Dario ha ganado’, será falsa en un estado de información s_2 en el cual la proposición $\langle H, \text{Cecilia}, 3\heartsuit \rangle$ se satisfaga; y será verdadera en un estado s_3 donde $\langle H, \text{Cecilia}, 3\heartsuit \rangle$ sea falsa. Esta es la razón por la cual Dario no sabe que ha ganado en s_1 .

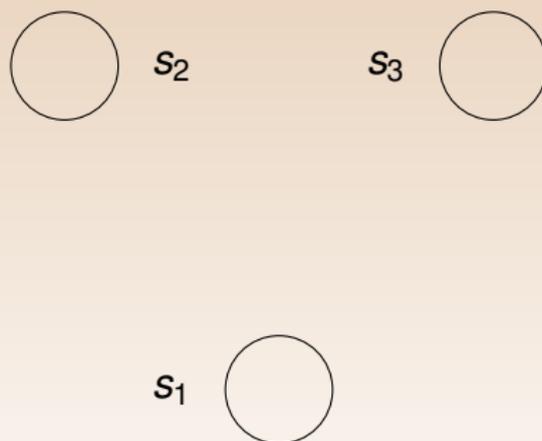
Consideremos: a) un conjunto de estados $S = \{s_1, s_2, s_3\}$



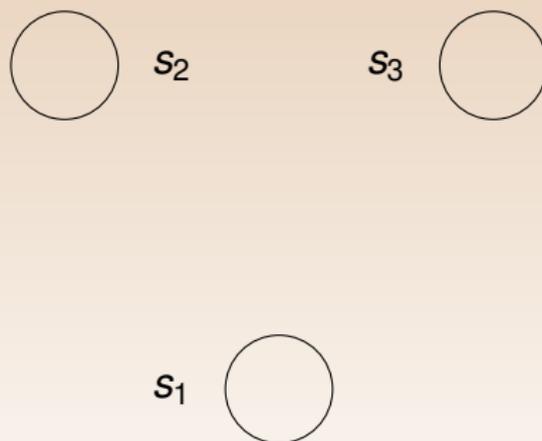
Consideremos: a) un conjunto de estados $S = \{s_1, s_2, s_3\}$



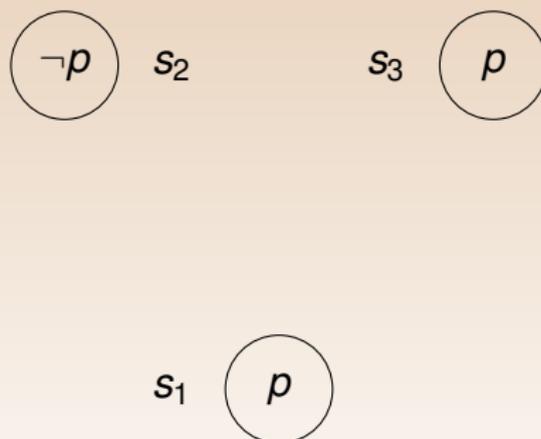
Consideremos: a) un conjunto de estados $S = \{s_1, s_2, s_3\}$



b) una proposición p verdadera en s_1 y s_3 y falsa en s_2



b) una proposición p verdadera en s_1 y s_3 y falsa en s_2



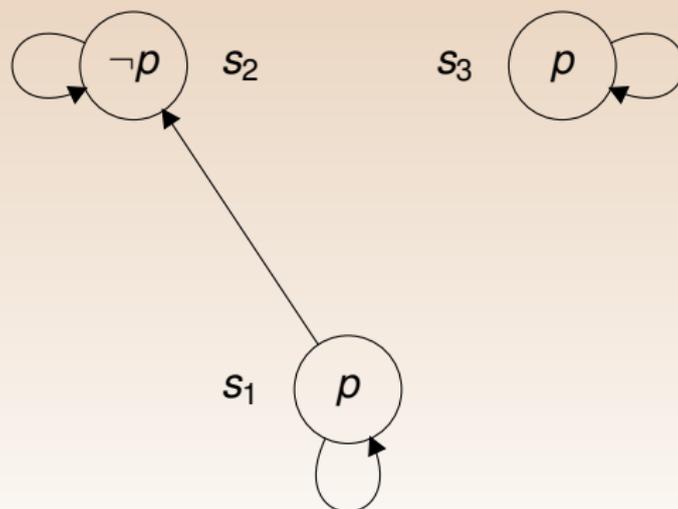


- c) un conjuntos de agentes $A = \{Adielisa, Benigno\}$ tales que
- Adielisa sigue caminos oscuros entre los estados
 - Benigno sigue las líneas claras

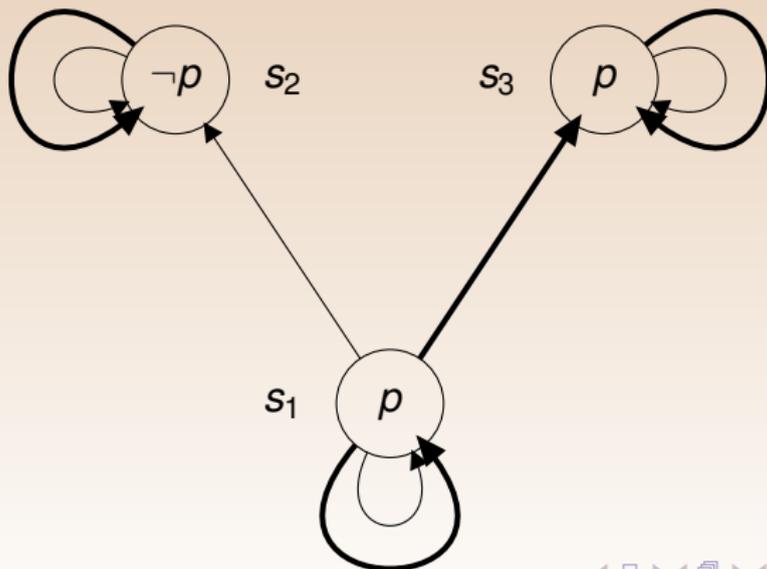


- c) un conjunto de agentes $A = \{Adielisa, Benigno\}$ tales que
- Adielisa sigue caminos oscuros entre los estados
 - Benigno sigue las líneas claras

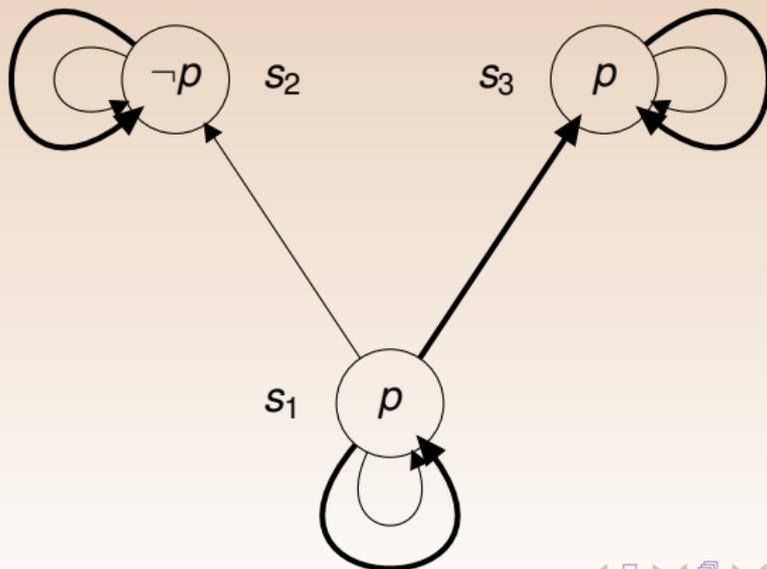
Benigno \rightarrow delgadas y Adielisa \rightarrow negras



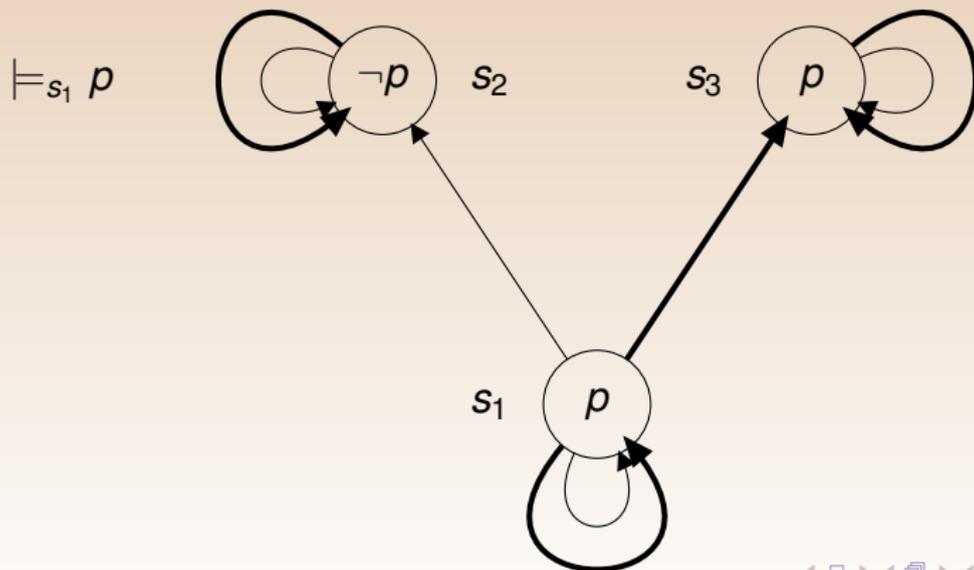
Benigno \rightarrow delgadas y Adielisa \rightarrow negras



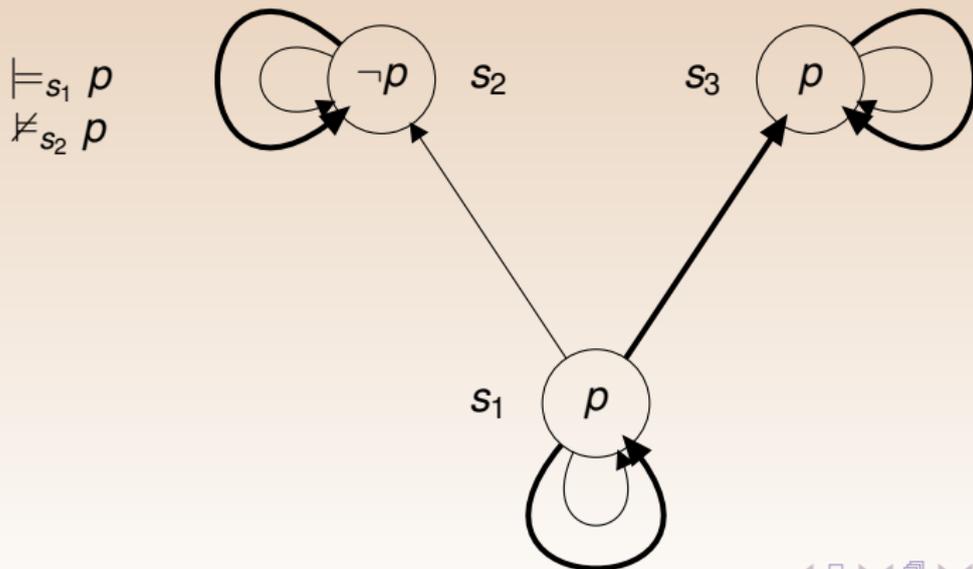
Las siguientes proposiciones se satisfacen



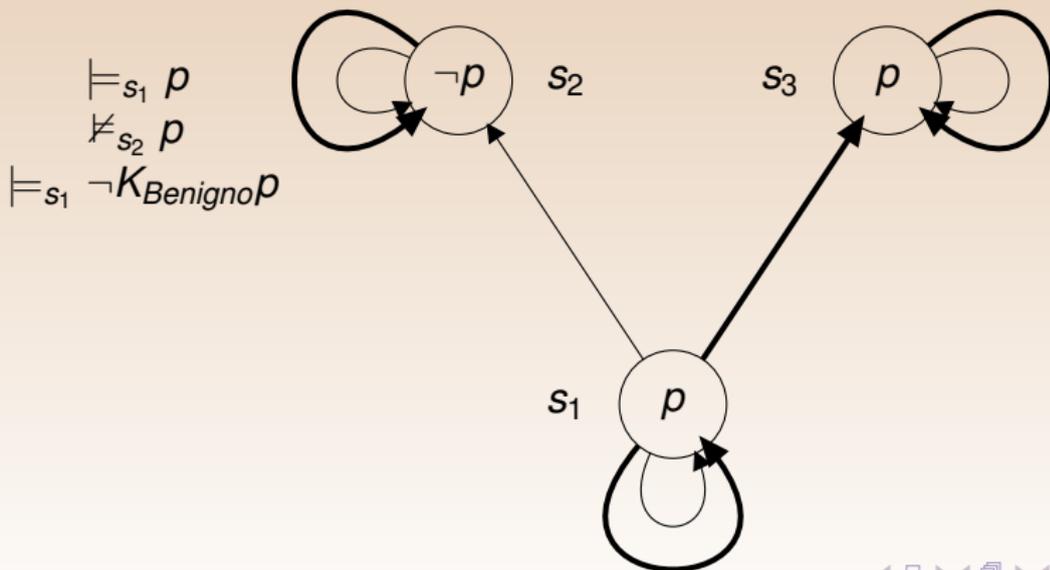
Las siguientes proposiciones se satisfacen



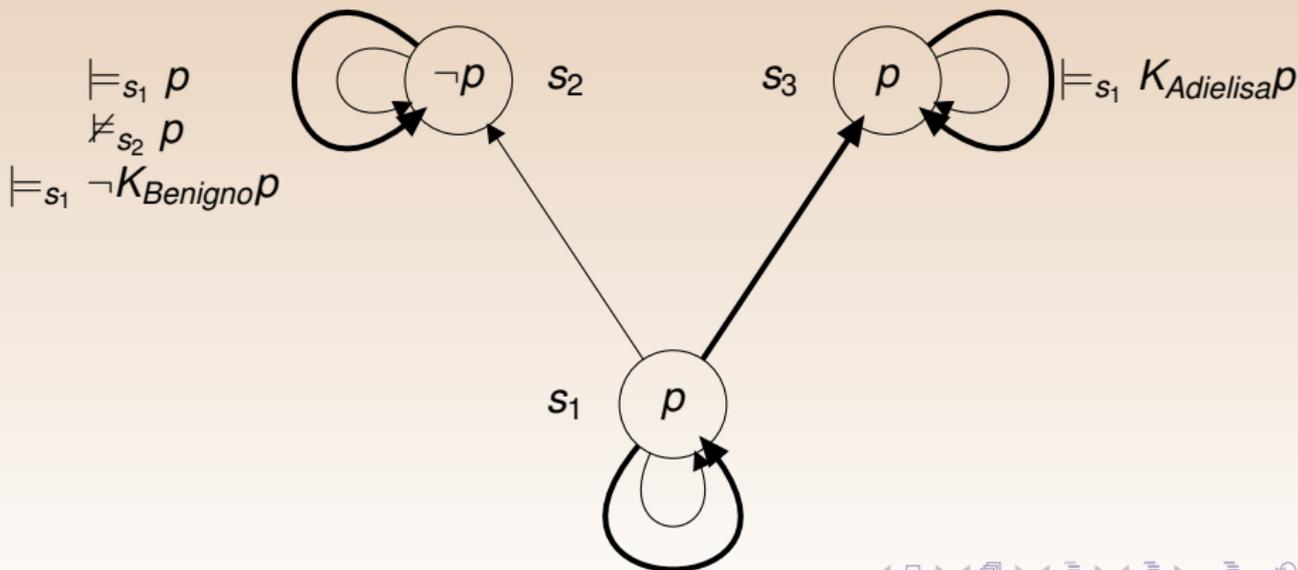
Las siguientes proposiciones se satisfacen



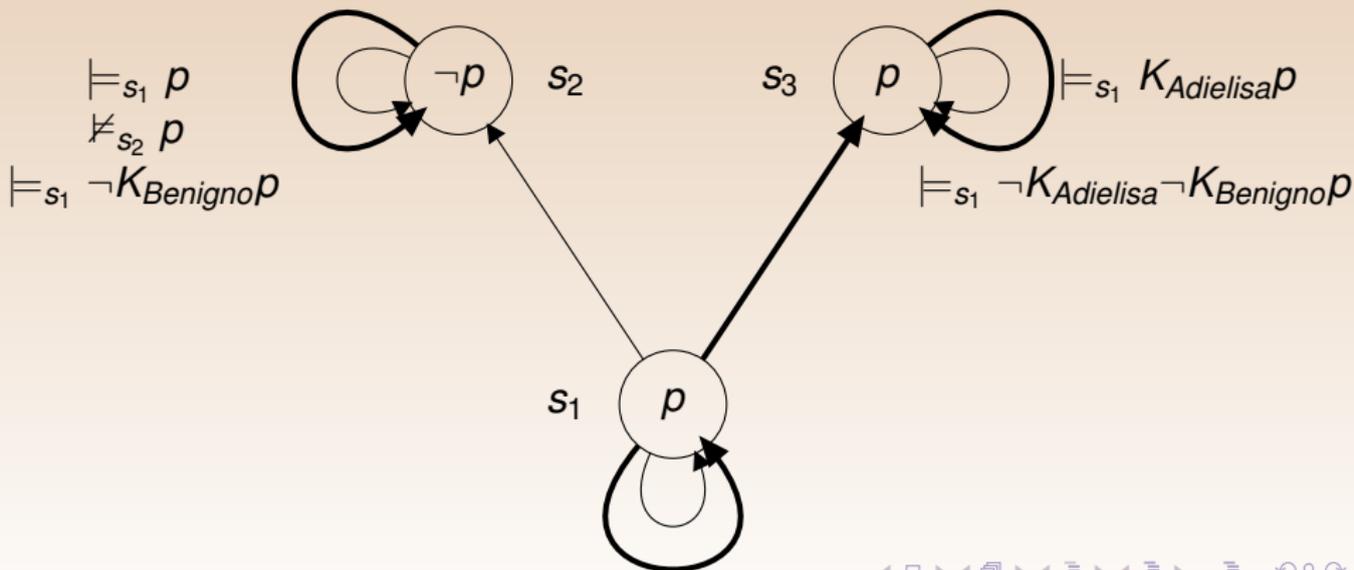
Las siguientes proposiciones se satisfacen



Las siguientes proposiciones se satisfacen



Las siguientes proposiciones se satisfacen



Ejercicio 7

Diga, dado el marco anterior cuales de las siguientes proposiciones se satisfacen.

- 1 $\models_{s_2} P$
- 2 $\models_{s_3} K_{Benigno} P$
- 3 $\models_{s_2} K_{Benigno} P$
- 4 $\models_{s_1} K_{Benigno} (K_{Adielisa} P \vee \neg K_{Adielisa} P)$
- 5 $\models_{s_1} \neg K_{Adielisa} \neg K_{Benigno} P$

Ejercicio 7

Diga, dado el marco anterior cuales de las siguientes proposiciones se satisfacen.

1 $\models_{s_2} P$

2 $\models_{s_3} K_{Benigno} P$

3 $\models_{s_2} K_{Benigno} P$

4 $\models_{s_1} K_{Benigno} (K_{Adielisa} P \vee \neg K_{Adielisa} P)$

5 $\models_{s_1} \neg K_{Adielisa} \neg K_{Benigno} P$

Ejercicio 7

Diga, dado el marco anterior cuales de las siguientes proposiciones se satisfacen.

1 $\models_{s_2} P$

2 $\models_{s_3} K_{Benigno} P$

3 $\models_{s_2} K_{Benigno} P$

4 $\models_{s_1} K_{Benigno} (K_{Adielisa} P \vee \neg K_{Adielisa} P)$

5 $\models_{s_1} \neg K_{Adielisa} \neg K_{Benigno} P$

Ejercicio 7

Diga, dado el marco anterior cuales de las siguientes proposiciones se satisfacen.

1 $\models_{s_2} P$

2 $\models_{s_3} K_{Benigno} P$

3 $\models_{s_2} K_{Benigno} P$

4 $\models_{s_1} K_{Benigno} (K_{Adielisa} P \vee \neg K_{Adielisa} P)$

5 $\models_{s_1} \neg K_{Adielisa} \neg K_{Benigno} P$

Ejercicio 7

Diga, dado el marco anterior cuales de las siguientes proposiciones se satisfacen.

1 $\models_{s_2} P$

2 $\models_{s_3} K_{Benigno} P$

3 $\models_{s_2} K_{Benigno} P$

4 $\models_{s_1} K_{Benigno} (K_{Adielisa} P \vee \neg K_{Adielisa} P)$

5 $\models_{s_1} \neg K_{Adielisa} \neg K_{Benigno} P$

Bibliografía



Jon Barwise.

'Three Views of Common Knowledge'.

Proceeding TARK(4):365–397, 1987.



D. Lewis.

Convention: a philosophical study.

Cambridge MA: Harvard University Press, 1969.



J.-J.Ch. Meyer and W. van der Hoek.

Epistemic Logic for AI and Computer Science, volume 41 of
Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science.

Cambridge University Press, Great Britain, first edition,
1995.

Creditos de imágenes

Conocimiento común

<http://www.jupiterimages.com/searchResultsji.aspx>

Juego de coordinación

<http://www.wiu.edu/thecenter/art/artexpress/draplay.html>

Juego de pocker

<http://www.commotiongroup.co.uk/>