

Aproximación a la Lógica Epistémica mediante Conocimiento Común y Juegos de Coordinación

Marco A. Hernández Ramírez

marcoa.hdzmz@gmail.com, desierto@servidor.unam.mx

Taller de Didáctica de la Lógica

10 de abril de 2008, IIF's

Ejercicios

1. Un ejemplo de Conocimiento Común: Supongamos un salón de clase con un grupo de cuatro estudiantes $G = \{Adielisa, Benigno, Cecilia, Dario\}$. Supongamos que el maestro pregunta: ¿Qué dice el teorema de Pitágoras? Hay un silencio prolongado. Todos los miembros de la clase se miran unos a otros. Adielisa, Cecilia y Dario lavantan la mano para indicar que ellos saben lo que dice el teorema, pero Benigno no levanta la mano. Cecilia pasa al frente y dice: 'En todo triángulo rectángulo'—y escribe en el pizarrón—, 'el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.' Una vez que Cecilia ha hecho esto, todos en la clase tienen conocimiento mutuo del teorema de Pitágoras (T.P.):

- Adielisa sabe T.P.;
- Benigno sabe T.P.;
- Cecilia sabe T.P.;
- Dario sabe T.P.

Pero hay un elemento adicional:

- Adielisa sabe que todos en G saben T.P.;
- Cecilia sabe que Benigno sabe (T.P.);
- Adielisa sabe que Cecilia sabe que Adielisa sabe (T.P.) ...

¿Qué otros hechos interesantes se siguen del conocimiento de los miembros del salón de clases, en particular del grupo G ?

2. **Represente los hechos acerca del conocimiento de G y cada uno de sus miembros utilizando lógica proposicional.**
3. **Represente el conocimiento común de G con lógica proposicional**

4. La llamada interrumpida. Supongamos que Adielisa y Benigno están hablando por teléfono y que después de tres minutos se corta la llamada. Ambos desean que la conexión sea restituida inmediatamente, lo cual sucedará si, y sólo si, uno de ellos llama nuevamente mientras el otro espera. Importa poco quién espere y quién llame. Cada uno de ellos debe elegir si llamará de nuevo de acuerdo a las expectativas que tenga de lo que el otro elegirá, y llamará entonces si, y sólo si, el otro espera. ([Lew69, p. 5])

Algunos hechos sobre la situación

- Adielisa esperará pues sabe que Benigno llamará nuevamente
- Benigno llamará pues sabe que Adielisa esperará
- Adielisa sabe que Benigno llamará pues sabe que Adielisa esperará

Represente los hechos anteriores con lógica proposicional

5. El juego de Cecilia y Dario. Supongamos que Cecilia y Dario tienen el siguiente juego en el póker ([Bar87])

Jugador	Carta oculta	Carta abierta
Cecilia	$A\spadesuit$	$3\clubsuit$
Dario	$3\spadesuit$	$3\diamondsuit$

Algunos hechos

- Dario no sabe que él tiene la mano ganadora
- Cecilia piensa que tiene una buena oportunidad de ganar.
- Las cartas abiertas son conocimiento común
- Las cartas cerradas son información privada

Si H es la relación **tener** una carta, y $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$ representa el hecho de que Dario tiene $3\spadesuit$ entonces

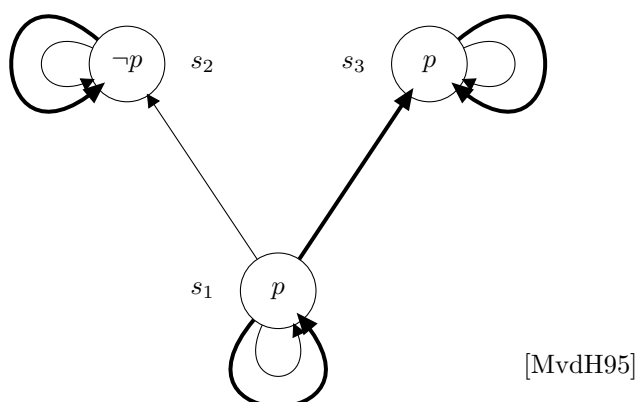
- Cecilia sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$
- La cuestión de fondo es representar adecuadamente el conocimiento común de hechos como $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$

Entonces

- Cecilia no sabe que $\langle H, \text{Dario}, 3\spadesuit \rangle$
- Dario no sabe que $\langle H, \text{Cecilia}, A\spadesuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, \text{Dario}, 3\diamondsuit \rangle$
- Cecilia y Dario saben que $\langle H, \text{Cecilia}, 3\clubsuit \rangle$

Represente los hechos anteriores con lógica proposicional

6. ■ Escriba nuevamente sus respuestas a los Ejercicios 2, 4 y 5 usando el operador de conocimiento
- Reintente el Ejercicio 3 con el operador de conocimiento
7. En el siguiente marco Benigno sigue \rightarrow delgadas y Adielisa sigue \rightarrow negras



Dado el marco anterior cuales de las siguientes proposiciones se satisfacen.

- $\models_{s_2} P$
- $\models_{s_3} K_{Benigno}P$
- $\models_{s_2} K_{Benigno}P$
- $\models_{s_1} K_{Benigno}(K_{Adielisa}P \vee \neg K_{Adielisa}P)$
- $\models_{s_1} \neg K_{Adielisa} \neg K_{Benigno}P$

Referencias

- [Bar87] Jon Barwise. ‘Three Views of Common Knowledge’. *Proceeding TARK(4)*:365–397, 1987.
- [Lew69] D. Lewis. *Convention: a philosophical study*. Cambridge MA: Harvard University Press, 1969.
- [MvdH95] J.-J.Ch. Meyer and W. van der Hoek. *Epistemic Logic for AI and Computer Science*, volume 41 of *Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science*. Cambridge University Press, Great Britain, first edition, 1995.