

¿Hay conocimiento matemático?

Axel Arturo Barceló Aspeitia

Noviembre 2005

A simple vista, la respuesta a la cuestión que abre este texto parecería obvia. Sin embargo, por sorprendente que parezca, una gran parte de la literatura en filosofía de las matemáticas de los últimas décadas se ha dedicado a mostrar que esto no es así. Tal y como indicaba en el texto anterior (“El Reto Epistemológico del Naturalismo”), los argumentos más fuertes a favor del realismo en matemáticas – incluyendo el famoso ‘argumento de indispensabilidad’ de Quine – son argumentos a la mejor explicación que parten de la existencia del conocimiento matemático. En otras palabras, los realistas apelan a la existencia de objetos matemáticos como parte de nuestra mejor explicación del conocimiento matemático. Por lo tanto, no es de sorprender que muchos anti-realistas – incluyendo los anti-realistas naturalistas – se hayan lanzado a la empresa de demostrar la imposibilidad del conocimiento matemático.

En este breve texto analizaré la viabilidad del argumento principal de los naturalistas anti-realistas contra el conocimiento matemático: su propia versión del argumento epistemológico de Benacerraf. Para los naturalistas, este argumento establece que es imposible tener conocimiento de objetos abstractos y por lo tanto, no es necesario aceptarlos en nuestra ontología. Sin embargo, mostraré como el argumento explota una ambigüedad en lo que se debe esperar de una epistemología naturalista y qué, una vez que reconocemos dicha ambigüedad, el argumento es incompatible con el propio naturalismo. Para finalizar, identifico un error común detrás de muchas mal-interpretaciones del papel de la ciencia natural al interior del naturalismo y señalo como mucho del trabajo reciente de

Penélope Maddy debe entenderse precisamente como apuntando hacia dicha malinterpretación.

I. Los Compromisos Epistemológicos del Naturalismo

Además de su dimensión ontológica, el naturalismo contiene también ciertos compromisos epistemológicos. Leyendo los textos de nuestra bibliografía, dos compromisos fundamentales emergen claramente: (1) El Carácter Paradigmático de la Ciencia Natural y (2) El Conocimiento como Fenómeno Natural. Ambos compromisos restringen lo que es aceptable dentro de una epistemología consistente con dichos principios. Bajo el primer compromiso, cualquier explicación naturalista del conocimiento debe incluir, por lo menos, la totalidad del conocimiento científico actual sobre la naturaleza. El segundo compromiso restringe las posibles epistemologías naturalistas a aquellas que presentan al conocimiento como un proceso natural. Este segundo principio prohíbe apelar a procesos o capacidades supra-naturales (como, presuntamente lo sería la intuición directa de objetos abstractos) para explicar el conocimiento. Es bajo estos dos principios básicos que la discusión sobre la posibilidad misma del conocimiento matemático se discute al interior del naturalismo. El (segundo) reto epistemológico del filósofo naturalista de las matemáticas es dar sentido al conocimiento matemático dentro de las dos restricciones anteriores, o rechazarlo. En este texto nos centraremos en aquellos filósofos naturalistas que optan por la segunda salida: rechazar el conocimiento matemático por incompatible con los compromisos epistemológicos del naturalismo.

II. El Argumento Epistemológico de Benacerraf

Originalmente, el argumento epistemológico de Benacerraf (1973) fue planteado en términos de una teoría causal del conocimiento. Brevemente, una teoría causal del

conocimiento establece que para tener conocimiento objetivo de un estado de cosas o tipo de objetos dado, debemos, por lo menos, tener algún tipo de interacción causal con dichos objetos o estados de cosas. De esta manera, el argumento de Benacerraf establece que, dado que los objetos abstractos no pueden entrar en relación causal con nosotros, nos es imposible conocerlos. Todo conocimiento de objetos abstractos, incluido el matemático, es imposible.

Tal y como señalan Burgess y Rosen (1997), en las últimas décadas, la hipótesis causal del conocimiento ha caído en desprestigio dentro de la epistemología y la tan esperada explicación causal del conocimiento aún no se ha dado. Sin embargo, esto no ha detenido a muchos anti-realistas naturalistas a aferrarse al argumento de Benacerraf como arma en contra del platonismo matemático. Para ello, los naturalistas hacen derivar la hipótesis causal del compromiso (2) arriba mencionado. Efectivamente, basta (3) equiparar ‘proceso natural’ con ‘proceso natural’ (identificar el espacio lógico de la naturaleza con el espacio lógico de las causas, para usar términos de MacDowell) para obtener la hipótesis causal del argumento original de Benacerraf del compromiso (2) de los naturalistas.

Sin embargo, el argumento de Benacerraf requiere, además de la hipótesis causal del conocimiento, una segunda premisa fuerte: la hipótesis externalista (4):

(4) Para que un agente *s* esté autorizado para tener una creencia *p* sobre un estado de cosas *e*, es necesario que dicho estado de cosas *e* juegue un papel significativo en la formación de la creencia *p* en *s* o en la autorización epistémica que *s* tenga para creer *p*.

Una vez que aceptamos, además del compromiso naturalista (2), la equivalencia (3) y la hipótesis externalista (4), el argumento epistemológico de Benacerraf efectivamente

establece la imposibilidad de formar creencias autorizadas sobre objetos abstractos (incluidos los putativos objetos matemáticos).

III. Por qué el Argumento de Benacerraf es incompatible con el Naturalismo

Tal y como establecimos en la sección anterior, la versión naturalista del argumento de Benacerraf depende, no solamente del compromiso (2), sino también de las hipótesis (3) y (4). Además, también señalamos que el naturalista debe comprometerse, no sólo con la restricción epistemológica (2), sino también con (1). Después de todo, ¿de qué otra manera puede establecerse qué es un *proceso natural*, sino apelando a nuestro conocimiento científico sobre la naturaleza? Sin embargo, (1) es incompatible con (3) y (4), es decir, es imposible ofrecer una teoría epistemológica del conocimiento natural que obedezca a (3) y (4) y, además, respete (1), es decir, sea capaz de contener a todo nuestro conocimiento matemático. Por lo tanto, el epistemólogo naturalista debe rechazar (3) la identificación de 'lo natural' con 'lo causal' o (4) la hipótesis externalista de que los objetos acerca de los cuales tenemos conocimiento deben participar de manera significativa en nuestra adquisición de dicho conocimiento. De cualquier manera, el naturalista no puede aceptar todas las premisas necesarias para el argumento de Benacerraf y, por lo tanto, no puede usar dicho argumento en contra del platonista.

El argumento más famoso a favor de la incompatibilidad entre (1), (3) y (4) es, por supuesto, el argumento de indispensabilidad de Quine. Si Quine tiene razón, nuestro conocimiento científico natural ya incluye (por lo menos parte de las) matemáticas. Sin embargo, aún si el argumento de Quine fallara (por ejemplo, si efectivamente fuera posible nominalizar la ciencia natural actual), hay otras razones para rechazar la identidad (3) de lo natural – entendido como aquello de lo que nos da conocimiento la ciencia natural actual –

con lo causal. A partir del seminal trabajo de John Beatty (1995), se reconoce que la mejor manera de entender muchos (si no todos los) procesos eminentemente biológicos no es como procesos causales.¹ Aún si el naturalista quisiera comprometerse con un fisicalismo, rechazando también el conocimiento biológico como ciencia natural (!), recientemente James Robert Brown (a aparecer) ha señalado que la física cuántica tampoco es compatible con (3) y (4), ya que – debido al fenómeno de paridad – de hecho podemos tener conocimiento sobre objetos físicos sin relacionarnos causalmente con ellos. Razones similares han sostenido Burgess y Rosen (1997) a favor de la posibilidad de tener conocimiento científico sobre objetos físicos sin tener relación causal alguna con ellos.

Además de las razones anteriores, por supuesto, debe mencionarse también la vasta literatura anti-externalista en epistemología contemporánea². Pese a que el debate internalistas vs externalistas no ha arrojado un vencedor claro, por lo menos nos da muchas razones para poner a la hipótesis (4) en duda. De cualquier manera, el naturalista no puede adaptar el argumento epistemológico de Benacerraf como un argumento *naturalista* contra el conocimiento y la existencia de objetos matemáticos.

IV. Penelope Maddy y un Error Común entre los Epistemólogos Naturalistas

El error básico que cometen los anti-realistas naturalistas que apelan al argumento de Benacerraf es malinterpretar (1) el carácter paradigmático de la ciencia natural. Como todo paradigma, la ciencia natural es tan solo un ejemplo de conocimiento objetivo o científico³, pero su carácter paradigmático no nos compromete con sostener que es el único caso de

¹. De manera más reciente, Beatty ha sostenido que la ecología claramente no trata de procesos causales.

². A excepción del reciente trabajo (2004), la discusión se ha dado fuera del ámbito de la epistemología de las matemáticas.

³. En este texto los consideraré como sinónimos. Después de todo, es el carácter objetivo de la ciencia del que se desprenden sus compromisos ontológicos, que son los que importan en el debate entre realistas y anti-realistas que aquí nos ocupa.

conocimiento científico. Gran parte del trabajo de Penélope Maddy (1997) (claramente en los textos que hemos estudiado en este seminario), ha sido dedicado a señalar este error común.

Como vimos al leer la crítica de Neil Tennant (2000), se ha acusado comúnmente a Maddy de ofrecer un naturalismo no-naturalista, en tanto que acepta otro tipo de conocimiento científico aparte del de las ciencias naturales. Sin embargo, el error de Tennant es confundir el carácter paradigmático de la ciencia natural con su carácter *exhaustivo*. El epistemólogo naturalista, al comprometerse con (1) no se compromete a rechazar todo tipo de conocimiento que no sea el de las ciencias naturales. A lo único que se compromete es a aceptar la Ciencia Natural como conocimiento objetivo del mundo y a rechazar toda teoría epistemológica que no respete este compromiso. Esto no significa rechazar toda teoría que incluya, en su concepción de la ciencia, algo más que la ciencia natural, sino a rechazar toda teoría que incluya *menos* que la totalidad de la ciencia natural. Es por eso que el naturalista debe rechazar cualquier teoría causal-externalista del tipo que presupone el argumento de Benacerraf. No porque es demasiado amplia, sino porque es demasiado restrictiva, en tanto que excluye por lo menos parte de nuestro conocimiento científico sobre la naturaleza.

Es importante, por lo tanto, no confundir un caso paradigmático – como el de la ciencia natural – con un caso exhaustivo. Aceptar un caso paradigmático de ciencia no implica rechazar todo otro tipo de ciencia. Para juzgar si cierto conocimiento – o candidato a conocimiento – es científico no basta preguntarse si *forma parte* de nuestro conocimiento científico. Es necesario juzgar si dicho candidato a conocimiento es *tan científico* como el

de la ciencia natural. Así es como funcionan los paradigmas⁴, y es esto es algo que cualquier teórico de conceptos debe saber. Considérese el tan famoso ejemplo del *pájaro* como paradigma del concepto *ave*. El que el pájaro sea nuestro caso paradigmático de ave no significa que pensemos que todas las aves son pájaros. Por supuesto que hay aves que no son pájaros y ello no invalida nuestro uso del pájaro como paradigma de ave. Lo mismo sucede en el caso de la ciencia. Nuestro compromiso con la ciencia natural como paradigma de conocimiento objetivo no excluye la posibilidad de otro tipo de conocimiento científico.

Cuando se trabaja con paradigmas, por lo tanto, para juzgar si algo cae o no bajo el concepto de cuestión no es suficiente determinar si el candidato es distinto del caso paradigmático o no. Aún en el caso que sea diferente, es necesario determinar si tal diferencia es *relevante* para el concepto en cuestión. En el caso de la ciencia, no es suficiente decir que el conocimiento matemático es radicalmente distinto del conocimiento de las ciencias naturales. Es necesario determinar también si las diferencias entre ciencia natural y matemática son epistemológicamente relevantes como para rechazar a esta última como conocimiento objetivo. Este es el error de muchos naturalistas que Tennat parece estar implícito en la crítica de Tennat a Maddy. Dicho error consiste en tomar la diferencia en objeto de estudio (*subject matter*) entre la ciencia natural y la matemática como suficiente para establecer una diferencia epistemológica fuerte. El que la ciencia natural se dedique al estudio de unos objetos y la matemática a otros no parece ser razón suficiente para decidir si un tipo de conocimiento es objetivo y el otro no. Mucho menos si, como Brown y Quine han argüido, hay intersección entre ambos grupos de objetos. Para que la crítica de Tennant fuera válida, debería ofrecerse un argumento a favor del significado epistemológico del objeto de estudio para la posibilidad de obtener conocimiento científico

⁴. Uso aquí el concepto de 'paradigma' en su sentido de caso paradigmático.

de él. Esto es precisamente lo que intentaba lograr el argumento de Benacerraf que, como hemos visto, falla.

El trabajo de Maddy, por lo tanto, debe entenderse como un intento de demostrar que las múltiples diferencias entre el quehacer matemático y el de los científicos naturales – especialmente el de tener objetos de estudio diferentes – no es epistemológicamente relevante para juzgar si un conocimiento es científico o no.

BIBLIOGRAFÍA

Beatty, John, (1995), "The Evolutionary Contingency Thesis." In Gereon Wolters and James G. Lennox (eds.), *Concepts, Theories, and Rationality in the Biological Sciences*, The Second Pittsburgh-Konstanz Colloquium in the Philosophy of Science. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press. Reprinted in E. Sober (ed.). In press. *Conceptual Issues in Evolutionary Biology*. Cambridge: MIT Press.

Benacerraf, Paul. 1973. "Mathematical Truth," reprinted in Benacerraf and Hilary Putnam (ed.s) 1983. *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*. Second ed. (Cambridge: Cambridge University Press).

Burgess, John P. And Gideon Rosen (1997) *A Subject with no Object: Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics: Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics*, Oxford : Clarendon ; New York : Oxford University

Maddy, Penelope (1998) "Naturalizing Mathematical Methodology" en Matthias Schirn (ed.) *Philosophy of Mathematics Today: proceedings of an International Conference in Munich* (Oxford: Oxford University Press) 75-93

Maddy, Penelope (1997) *Naturalism in Mathematics* (Oxford: Clarendon Press)

Tennant, Neil (2000) "What is Naturalism in Mathematics, Really?", *Philosophia Mathematica*, vol. 8, no. 3.

Pp. 316-338