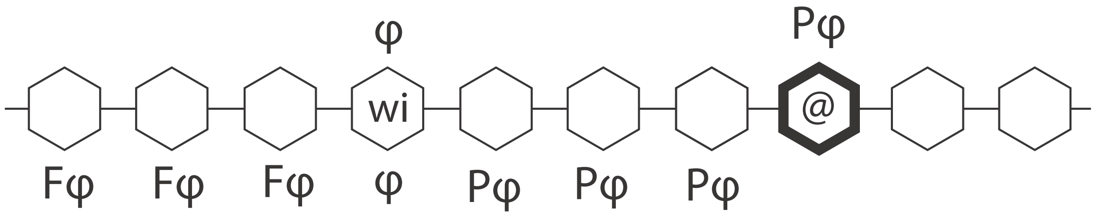
Introducción a la Lógica Intensional
Lógica Temporal Proposicional

Apuntes de Clase : Marzo 5, 2012
Dr. Axel Arturo Barceló Aspeitia

Prueba de la ley: $P\varphi \rightarrow H(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$



Para probar que (30) es lógicamente verdadero, debemos demostrar que es verdadero todo el tiempo. Primero, asumimos que el antecedente es verdadero, es decir, que $P\varphi$ es verdadero. Esto significa que hay un momento en el pasado en el que φ fué verdadero. Llamemos a ese momento w_i. Eso significa que φ fué verdadeor en w_i. Ahora, tenemos de mostrar que el que φ fué verdadeor en w_i es suficiente para que $H(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$ sea verdadero. Para que $H(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$ sea verdadero, es necesario que $F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi$ sea verdadero en todo momento de pasado. Sea w_k un momento del pasado calquiera. Como w_i también es en el pasado, o bien (a) w_i es antes de w_k, o bien (b) w_i es igual a w_k, o bien (c) w_i es después de w_k. Consideremos cada posibilidad una por una. Empecemos por (a). Si w_i es antes de w_k, entonces $P\varphi$ es verdadero en w_k. Por lo tanto, $(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$ es verdadero en w_k. Pasemos ahora a la opción (b). Si w_i es igual a w_k, entonces φ es verdadero en w_k. Por lo tanto, $(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$ es verdadero en w_k. Pasemos ahora a la opción (c) Si w_i es después de w_k, entonces $F\varphi$ es verdadero en w_k. Por lo tanto, $(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$ es verdadero en w_k. Por lo tanto, no importa si w_i es antes, después o al mismo tiempo que w_k, de cualquier manera $(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$ es verdadero en w_k. Como w_k es un momento del pasado calquiera, $H(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$ es verdadero, que era lo que queríamos llegar. Por lo tanto, $P\varphi \rightarrow H(F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$.