

Lógicas Multivaluadas

Apuntes de clase

Axel Arturo Barceló Aspeitia

abarcelo@filosoficas.unam.mx

Tablas de Verdad

Entre otras cosas, una tabla de verdad es un dispositivo para demostrar la tautologicidad de enunciados del lenguaje natural o de fórmulas del lenguaje del cálculo proposicional. El procedimiento para mostrar que una fórmula es tautológica es sencillo y relativamente mecánico. Para demostrar que un enunciado es tautológico, basta simbolizarlo, es decir, determinar qué fórmula del lenguaje proposicional muestra su forma lógica.

Si una fórmula es tautológica, presumimos que ella es una verdad lógica del cálculo proposicional es decir que es lógicamente válida, es decir, lógicamente verdadera, es decir, verdadera con necesidad lógica. Por lo tanto, el uso de las tablas de verdad como métodos para demostrar que algo es lógicamente necesario presupone ciertas tesis sobre la verdad y la necesidad lógicas. Cada uno de los pasos y cada una de las características de las tablas de verdad representa una tesis lógica sustancial.

Tomemos por ejemplo, el popular principio de que toda tabla tiene 2^n renglones, dónde la n corresponde al número de variables proposicionales (también conocidas como “letras proposicionales”) que aparecen en la fórmula. Una fórmula de 3 variables proposicionales, por ejemplo, tendría $2^3=8$ renglones. Pero ¿por qué es esto? La respuesta más directa es que ése es el número de combinaciones que existen de asignaciones de valores de verdad a cada una de las variables. En otras palabras, porque si asignamos a cada variable uno de los dos valores de verdad – verdadero o falso –, las posibles combinaciones son exactamente ocho, ni más, ni menos. Si bien es una verdad matemática indudable que la combinatoria de dos valores a n número de variables es 2^n , para que este principio valga como principio lógico dentro de una demostración lógica – que, a fin de cuentas es lo que una tabla de verdad es –, es necesario que ciertas cosas sean verdaderas:

Por ejemplo, entre otras cosas, es necesario que para determinar que una fórmula sea tautológica baste tomar en cuenta sólo cuál es el posible valor de verdad que tome la interpretación de sus variables proposicionales. También es necesario que se requieran considerar todas las posibles interpretaciones de las variables. Además, es necesario que a cada asignación de valores a las variables les corresponda uno y sólo un renglón. También es necesario que los valores de verdad sean dos – verdadero o falso . Si los valores de verdad fueran más, o fueran menos, las combinaciones posibles serían otras: más renglones si son más valores, y menos renglones si fueran menos valores. Finalmente, el número de renglones a considerar también cambiaría si en cada renglón cada variable proposicional pudiera tener, no un sólo valor determinado, sino dos (o más) o ninguno. En este curso veremos no solamente qué sucede cuando algunas de estas cosas cambian, sino que también veremos qué razones tendríamos para pensar que deberíamos cambiarlas.

El primer principio que pondremos en cuestión es precisamente el principio de que la interpretación de toda variable proposicional no puede tener sino uno de los dos valores de verdad: verdadero y falso. A este principio se le conoce comúnmente como bivalencia y junto con el principio de no-contradicción ha sido considerado uno de los principios lógicos básicos. Se le llama también un principio *semántico* porque tiene que ver con la interpretación de los símbolos, es decir, con su significado. Sin embargo, no tiene que ver con ninguna interpretación o significado particular, sino con cualquier interpretación posible. Por eso es que sigue siendo un principio lógico y formal.

Pues bien, para poder entender el principio, por lo tanto, debemos entender también cómo se interpretan las variables proposicionales.

¿Qué es interpretar?

“Interpretar” significa asignar significados. En este sentido, es más o menos el proceso inverso a la simbolización o formalización que aprendemos en nuestros cursos básicos de lógica. En ellos aprendemos a traducir enunciados en fórmulas, es decir, a pasar del

lenguaje ordinario y natural al lenguaje artificial de las fórmulas lógicas. Ahora bien, la interpretación es dar el paso inverso: asignar a cada fórmula una proposición.

Como su nombre lo indica, las variables proposicionales se interpretan por proposiciones. Interpretar una variable de este tipo es asignarle una proposición. Si recuerdan, a cada enunciado declarativo simple (es decir, que no está compuesto por otros enunciados, aunque él mismo sí sea parte de otros enunciados complejos) lo simbolizamos por una variable proposicional de tal manera que si dos enunciados significaban lo mismo, es decir, si significan la misma proposición, los simbolizábamos con la misma variable, esto es, con la misma letra. Así, cada variable proposicional simbolizaba una proposición.

En consecuencia, cuando hablamos de las posibles interpretaciones de las variables proposicionales no hacemos sino hablar de las posibles proposiciones que se pueden simbolizar por variable de este tipo, es decir, todas. De tal manera que cuando decimos que todas las posibles interpretaciones de las variables proposicionales no pueden ser sino verdaderas o falsas – que es lo que dice el principio de bivalencia – lo que estamos diciendo es que todas las proposiciones no pueden ser sino verdaderas o falsas. Pero para saber si esto es cierto, es decir, si efectivamente todas las proposiciones no pueden sino tener uno de estos valores, debemos saber antes qué es una proposición.

¿Qué es una proposición?

Una proposición, como hemos visto, es lo que significan nuestros enunciados declarativos. Pero esto no las define, porque es posible que existan proposiciones que no sean el significado de ningún enunciado declarativo y sigan siendo proposiciones genuinas. Además, las proposiciones no se encuentran solamente en el lenguaje. Las encontramos también en nuestros deseos, nuestras creencias y hasta en algunas de nuestras emociones (por eso a éstas se les conoce como *actitudes proposicionales*). No sólo lo que afirmamos, negamos, preguntamos, ordenamos y prometemos, sino también lo que deseamos, lo que creemos, lo que dudamos y lo que tememos muchas veces también son proposiciones.

Desafortunadamente, fuera de esto y algunos ejemplos paradigmáticos – como el que María Felix haya vivido en San Ángel antes de morir –, los filósofos no nos ponemos de acuerdo en mucho más sobre las proposiciones. Para algunos, las proposiciones son entes inmatrimales, para otros son conjuntos de mundos posibles, otros ni siquiera creen que existan o sean diferentes de los enunciados que usamos para expresarlos.

Si quieren leer más al respecto, lean:

Raymond Bradley y Norman Swartz, (1979), “Propositions” en *Possible Worlds: An Introduction to Logic and its Philosophy*, Basil Blackwell Oxford, pp.65-86.

McGrath, Matthew, "Propositions", en *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Edición de Otoño de 2008), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/propositions/>.

En general, son tres las cosas que más comúnmente se usan para identificar las proposiciones:

- (a) las cosas que primariamente pueden tener valor de verdad
- (b) los objetos de nuestras creencias y otras actitudes proposicionales
- (c) a lo que nos referimos cuando decimos “que”+un enunciado, por ejemplo, “que te vayas” dentro del enunciado “Quiero que te vayas!”
- (d) el significado de enunciados declarativos

De estas, por supuesto, lo que nos interesa es la primera: qué son el tipo de cosas que pueden tener valor de verdad. Pero, entonces, la pregunta de si todas las proposiciones posibles pueden tener tan sólo uno de los dos valores: verdadero o falso se reduce simplemente a la pregunta de si éstos son los dos únicos valores de verdad que existen.

¿Qué es un valor de verdad?

En primer lugar, un valor de verdad es un valor, es decir, una manera en que evaluamos algo. En el caso de los valores de verdad lo que evaluamos son proposiciones.