Lógicas Multivaluadas

Apuntes de clase: Conjunción, Disyunción y Negación Trivalentes

Axel Arturo Barceló Aspeitia
abarcelo@filosoficas.unam.mx

Desafortunadamente, si queremos extender nuestra tabla de la implicación material bivalente clásica al caso trivalente, los métodos que hemos mencionado en los apuntes anteriores no dan el mismo resultado final.

A. Tablas Abreviadas

La tabla abreviada de la implicación material clásica es:

P	Q	P→Q
	V	V
V	F	F
F		V

Al extenderla al caso trivalente, nos queda:

P	Q	P→Q
V	V	V
V	I	I
V	F	F
I	V	V
I	I	I
I	F	I
F	V	V
F	I	V
F	F	V

→	V	I	F
V	V	I	F
I	V	I	I
F	V	V	V

2. Método Algebraico

El problema empieza cuando tratamos de aplicar un método algebraico, ya que primero tenemos que determinar qué fórmula aritmética usaremos para definir al operador. Necesitamos una fórmula aritmética que satisfaga la tabla de verdad tradicional:

P	Q	P→Q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Hay varias operaciones aritméticas que nos podrían dar esa tabla (a decir verdad, hay un infinito de ellas), pero dos son especialmente importantes: max((1-P), Q) y min(1, (1-P)+Q). La primera de ellas nos da la siguiente tabla trivalente para la implicación material:

P	Q	P→Q
1	1	1
1	1/2	1/2
1	0	0
1/2	1	1
1/2	1/2	1/2
1/2	0	1/2
0	1	1
0	1/2	1
0	0	1

→	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1	1/2	1/2
0	1	1	1

La cual, una vez más, es la misma tabla que nos da el método de la tabla abreviada. Sin embargo, la segunda fórmula nos da un resultado diferente.

P	Q	P→Q
1	1	1
1	1/2	1/2
1	0	0
1/2	1	1
1/2	1/2	1
1/2	0	1/2
0	1	1
0	1/2	1
0	0	1

→	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1	1	1/2
0	1	1	1

Nótese cómo ambos métodos pueden presumir de ser extensiones *naturales* de la tabla clásica bivalente. Después de todo, ambas comparten los cuatro valores de la tabla original y llenan el resto de los renglones de una manera no arbitraria. El problema es su punto de divergencia: ¿cuál es el valor de la implicación material cuando tanto el antecedente como el consecuente están indeterminados? ¿Cómo lo decidimos?

Obviamente tenemos que apelar a otras intuiciones lógicas acerca de lo que es la implicación material, pero ¿cuáles?

Para Lukaciewicz, basta darse cuenta de que si adoptamos la primera tabla deja de ser tautología la fórmula P→P, lo cual es completamente inaceptable. No hay manera alguna de aceptar que una proposición no se siga por lo menos de sí misma. Cualquier interpretación de la implicación material que implicara que no toda proposición se sigue de sí misma, por lo tanto, es también inaceptable. La segunda tabla nos da el resultado que queremos: en ella, P→P es una tautología.

Sin embargo, también hay argumentos para optar por la primera tabla sobre la segunda. Por un lado, respeta las intuiciones que descansan debajo del método de tablas abreviadas. Además, también rescata la intuición de que una proposición con valor indeterminado puede ser verdadera o puede ser falsa (aunque no sea ninguna de las dos). Parece ser un corolario directo de esto que si tenemos dos proposiciones indeterminadas – el antecedente y el consecuente –, hay cuatro posibilidades que considerar: que ambas sean verdaderas, que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso, etc. Para que la implicación sea verdadera, las cuatro posibilidades deberían dar verdadero. Sin embargo, aún persiste la posibilidad que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso, lo que haría la implicación material falsa. De ahí que siga siendo indeterminado el valor de verdad de la implicación material para argumentos indeterminados: un condicional con antecedente y consecuente indeterminados puede ser verdadero, peor también puede ser falso, es decir, es indeterminado.

Esta última intuición es la que rescata el método de supervaluaciones y por eso la tabla que obtenemos por ese método es la misma que en el método de tablas abreviadas.

3. Supervaluaciones

<table>
<tr><th colspan="2">P</th><th colspan="2">Q</th><th colspan="2">P→Q</th></tr>
<tr><td colspan="2">V</td><td colspan="2">V</td><td colspan="2">V</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">V</td><td rowspan="2">I</td><td>V</td><td>V</td><td rowspan="2">I</td></tr>
<tr><td>F</td><td>F</td></tr>
<tr><td colspan="2">V</td><td colspan="2">F</td><td colspan="2">F</td></tr>
<tr><td rowspan="2">I</td><td>V</td><td colspan="2" rowspan="2">V</td><td>V</td><td rowspan="2">V</td></tr>
<tr><td>F</td><td>V</td></tr>
<tr><td rowspan="4">I</td><td rowspan="2">V</td><td rowspan="4">I</td><td>V</td><td>V</td><td rowspan="4">I</td></tr>
<tr><td>F</td><td>F</td></tr>
<tr><td rowspan="2">F</td><td>V</td><td>V</td></tr>
<tr><td>F</td><td>V</td></tr>
<tr><td rowspan="2">I</td><td>V</td><td colspan="2" rowspan="2">F</td><td>F</td><td rowspan="2">I</td></tr>
<tr><td>F</td><td>V</td></tr>
<tr><td colspan="2">F</td><td colspan="2">V</td><td colspan="2">V</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">F</td><td rowspan="2">I</td><td>V</td><td>V</td><td rowspan="2">V</td></tr>
<tr><td>F</td><td>V</td></tr>
<tr><td colspan="2">F</td><td colspan="2">F</td><td colspan="2">V</td></tr>
</table>