Lógicas Multivaluadas

Apuntes de clase: Pv~P

Axel Arturo Barceló Aspeitia
abarcelo@filosoficas.unam.mx

Los operadores lógicos definidos por las tablas trivalentes de Lukasiewicz tienen como tautológica la fórmula P→P, pero no la fórmula Pv~P (tampoco ~(P&~P), pero de ello no hablaremos ahora). A Lukasiewicsz esto le parecía de lo más normal. Después de todo, pensaba el filósofo polaco, esta última fórmula expresa la bivalencia y eso es precisamente lo que rechaza la lógica trivalente, así que no debe de sorprendernos que no sea tautología en nuestro sistema.

Según Lukasiewicz, para que una disyunción sea verdadera, alguno de los disyuntos debe ser verdadero, es decir, para que una disyunción sea *determinadamente* verdadera, alguno de los disyuntos debe ser *determinadamente* verdadero. Como en el caso de proposiciones como los futuros contingentes, ni ellos ni su negación son *determinadamente* verdaderos, su disyunción tampoco lo puede ser. En conclusión, para las proposiciones que no son verdaderas ni falsas, Pv~P tampoco es verdadero y, por lo tanto, la fórmula no es verdadera bajo cualquier interpretación.

Sin embargo, hay quienes hacemos la diferencia entre bivalencia, como el principio semántico de que existen dos valores de verdad, y la tautologicidad de Pv~P, que mas bien dice que la disyunción de una proposición y su negación es lógicamente necesaria. El primero es un principio sobre cómo hacemos lógica, por lo tanto es un principio meta-lógico. La segunda es una fórmula del lenguaje del cálculo proposicional. Si es tautológica expresará una verdad lógica como cualquier otra tautología, como P→P.

Regresemos a nuestro ejemplo de futuro contingente: "Mañana habrá una batalla naval." Si Lukasiewicz tiene razón, el siguiente enunciado no expresa una verdad lógica:

(Pv~P) "Mañana habrá una batalla naval o no la habrá"

Pero parece que, aunque hoy no sea verdadero ni falso que mañana habrá una batalla naval, sigue siendo cierto *hoy* que mañana habrá o no habrá una batalla naval. Esto debe ser así, pues si mañana hay una batalla naval, la disyunción será cierta; y si no la hay también. Así que mañana, igual que hoy, habrá o no habrá una batalla naval. El rechazar la tautologicidad de Pv~P es una consecuencia de la lógica trivalente de Lukaciewicz que muchos no están dispuestos a aceptar.

La Paradoja de Supervaluaciones

1. Tablas como Definiciones

Hasta ahora solamente hemos hecho tablas donde aparece un solo operador. Pero también es necesario saber cómo hacer tablas para fórmulas más complejas.

El método estándar que probablemente hemos aprendido desde nuestro primer curso de lógica formal es que usamos las tablas que definen los operadores para, por pasos, ir construyendo las tablas más complejas. En este sentido, hay tablas básicas (las que definen cada operador: negación, disyunción, implicación, etc.) y tablas derivadas (las demás). Si tenemos las primeras es muy fácil obtener las segundas. Lo que hacemos es ordenar las ocurrencias de operadores en una fórmula según su jerarquía dentro de la fórmula. Por ejemplo, en la fórmula Pv(~R), ocurren dos operadores, pero la disyunción es más importante que la negación, porque la negación se aplica solo a parte de la fórmula y la disyunción afecta a toda ella. Una vez ordenados así, los resolvemos en orden inverso de importancia. En este caso, resolveríamos la negación antes de la disyunción. Para cada paso, resolvemos el operador de acuerdo a la tabla de verdad que define al operador, independientemente de lo que esté sucediendo en el resto de la tabla. Así, podemos realizar sin dificultad – tal vez sólo con un poco de tedio – tablas para cualquier fórmula, no importa lo compleja que esta sea.

Supongamos ahora que queremos realizar la tabla de la fórmula Pv(~P) de esta manera. Primero, necesitamos contar con tablas que definan los operadores. Como los tres métodos que hemos revisado en clase (tablas abreviadas, método algebraico y supervaluaciones) nos dan la misma tabla para la disyunción y la negación, no hay decisión qué hacer y nos quedamos simplemente con:

P	Q	PvQ
V	V	V
V	I	V
V	F	V
I	V	V
I	I	I
I	F	I
F	V	V
F	I	I
F	F	F

y

P	~P
V	F
I	I
F	V

Ahora, podemos ya a hacer la tabla de Pv(~P):

P	~P	Pv(~P)
V	F	V
I	I	I
F	V	F

Tal y como lo sostenía Lukasiewicz, esta fórmula no es tautológica, precisamente por el caso en que interpretamos la variable P con una proposición indeterminada.

2. Supervaluación sin Definición

Pero consideremos ahora la siguiente manera de usar supervaluaciones:

<table>
<tr><th colspan="2">P</th><th>~P</th><th colspan="2">Pv(~P)</th></tr>
<tr><td colspan="2">V</td><td>F</td><td colspan="2">V</td></tr>
<tr><td rowspan="2">I</td><td>V</td><td>F</td><td>V</td><td rowspan="2">V</td></tr>
<tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr>
<tr><td colspan="2">F</td><td>V</td><td colspan="2">V</td></tr>
</table>

¡Ahora la fórmula sí es tautológica!

Sin embargo, habíamos dicho que la fórmula que habíamos obtenido anteriormente obedecía la definición de las conectivas obtenida por supervaluaciones. A decir verdad, anteriormente habíamos dicho también que, según el método de supervaluaciones, la negación de una proposición indeterminada era también indeterminada. Por lo tanto, la disyunción de una fórmula indeterminada y su negación es una disyunción de dos fórmulas indeterminadas. Y también habíamos visto que, según el método de supervaluaciones, la disyunción de dos fórmulas indeterminadas es también indeterminada. ¡Pero ahora parecemos concluir otra cosa: que la disyunción de una fórmula indeterminada y su negación es *verdadera*!

Para que el método de supervaluaciones no sea inconsistente tenemos que encontrar una salida. O bien nos quedamos con el método de la sección 1, Pv(~P) no es tautología, y tenemos que explicar qué está mal con el método de la sección 2; o nos quedamos con el método de la sección 2, Pv(~P) sí es tautología, y tenemos que explicar qué está mal con el método de la sección 1.

Mi elección es quedarme con el método de la sección 2, pues estoy convencido de que enunciados como “Mañana habrá una batalla naval o no la habrá” son verdaderos (y, por lo tanto, creo que Pv(~P) sí es tautología, pues es verdadera, no importa cómo se interprete la variable P). Entonces, tengo que rechazar el método 1. Para ello, debo rechazar que las tablas triádicas de las conectivas que hemos ido realizado sean **definiciones**. Mas bien, si hemos de definir las conectivas por una tabla, la única que necesitamos es la tabla diádica, ya que de ella sacamos las tablas triádicas.

También podemos apelar a cierta intuición que tuvo alguna vez Ludwig Wittgenstein (aparece, entre otros lugares, en *Remarks on Logical Form*, las notas que G.E. Moore tomó de sus clases entre 1930 y 1933 [pp. 114-115 de la traducción al español] y la *Gramática Filosófica* [Pt. I. Apéndice 4, y Pt. 2. II “On Generality” §8]). Según Wittgenstein, uno de los errores del método de tablas de verdad que él mismo contribuyó a desarrollar es que está diseñado para explicar cómo funcionan los operadores cuándo conectan proposiciones lógicamente independientes (como las proposiciones atómicas). Sin embargo, piensa Wittgenstein, dichos operadores no funcionan igual cuando se aplican a proposiciones que no son lógicamente independientes. Así, no es lo mismo la disyunción entre P y Q (las cuales representan dos proposiciones atómicas y, por lo tanto, lógicamente independientes), que la disyunción entre P y ~P (las cuales no simbolizan proposiciones independientes: como una es la negación de la otra, P y ~P están lógicamente ligadas). Afortunadamente, el método 2 de supervaluaciones recupera esta distinción.

Podemos apelar a John Perry (1979) para fortalecer aun más esta intuición. Contrastemos a dos individuos: Juan y Miguel. Juan admira a Miguel, porque Miguel es, digamos, un gran arquitecto. Miguel, a su vez es muy narcisista y no admira a nadie más que a sí mismo. ¿Diríamos acaso de Juan y Miguel que tienen algo en común: que los dos admiran a Miguel? Lo dudo. No es lo mismo admirar a alguien más que admirarse a sí mismo (en términos de Perry, en la segunda propiedad hay un deíctico esencial {nota: si no saben lo que es un deíctico, ignoren este comentario}). Supongamos, ahora, que Miguel sufre un horrible accidente, pierde la memoria y todo contacto con su historia personal. En este estado entra a una biblioteca y encuentra un libro que Juan escribió sobre la arquitectura de Miguel. Aunque el libro está escrito de manera objetiva, se nota la admiración de Juan por Miguel. Tras leerlo, Miguel considera la obra de Miguel también admirable y dice "Al igual que Juan, yo también admiro a Miguel" (sin saber que él mismo es el Miguel del que habla el libro). En este caso, a diferencia de lo que sucedía antes del accidente, sí sería correcto decir que Juan y Miguel tienen algo en común.

Pues bien, podemos aplicar una distinción similar al caso que nos incumbe. Para Lukasiewicz y, en general, aquellos que siguen el método 1, Pv(~P) es como "Miguel admira a Miguel", una relación entre dos individuos que, de hecho, son el mismo. Mientras que en el método 2, tratamos Pv(~P) como "Miguel se admira a sí mismo", es decir, considerando como esencial el que sólo haya una proposición atómica involucrada, no dos. Como no hay dos proposiciones, tampoco hay una relación entre ellas, sino una propiedad.

<u>TAREA</u>

Aplica los mismos métodos y argumentos a las fórmulas P&(~P) y P→(~P).