

Lógicas Multivaluadas

Apuntes de clase: Consecuencia Lógica

Axel Arturo Barceló Aspeitia

abarcelo@filosoficas.unam.mx

Tradicionalmente, la validez lógica de un argumento se define de la siguiente manera:

Definición Clásica: Un argumento es lógicamente válido si es lógicamente imposible que sus premisas sean todas verdaderas y la conclusión falsa, es decir, si es lógicamente necesario que si las premisas son todas verdaderas, la conclusión también lo sea. En estos casos, también se dice que la verdad se transmite de las premisas a la conclusión. La verdad de la conclusión se sigue de la verdad de las premisas.

Definición Dual: Un argumento es lógicamente válido si es lógicamente imposible que sus premisas sean todas verdaderas y la conclusión falsa, es decir, si es lógicamente necesario que si la conclusión es falsa, por lo menos alguna de las premisas también lo sea. En estos casos, también se dice que la falsedad se transmite de la conclusión a las premisas. De la falsedad de la conclusión se sigue la falsedad de alguna de las premisas.

En lógica clásica bivalente, las dos definiciones son equivalentes. Todo argumento que es válido según la definición clásica, necesariamente también es válido según la definición dual, y viceversa todo argumento que es válido según la definición dual, necesariamente también es válido según la definición clásica.

Sin embargo, en lógica trivalente, pueden dejar de ser coextensionales, es decir, es posible que haya argumentos que sean válidos según la definición clásica y, sin embargo, no sean válidos según la definición dual, y viceversa. Por ejemplo, un argumento en el que siempre que las premisas son verdaderas la conclusión también lo es, pero también es posible que la conclusión sea falsa y las premisas sean algunas verdaderas y otras indeterminadas es un argumento clásicamente válido pero no válido según la definición dual. Igualmente, un argumento en el cual siempre que las premisas son verdaderas la conclusión es indeterminada, pero también es imposible que la conclusión sea falsa y las premisas sean algunas verdaderas y otras indeterminadas es un argumento válido según la definición dual pero no según la definición clásica.

Para mantener unidas las dos definiciones para lógicas multivalentes, Resher introdujo la noción de “**valor designado**”. La idea es que un valor es designado si queremos que se transmita de las premisas a la conclusión en un argumento válido. En lógica clásica bivalente el único valor designado es *verdadero* (y el único valor no designado es falso), pero en otras lógicas con otros valores es posible que haya otros valores designados y que sean más de uno. Si esto es así, y dividimos todos los valores de una lógica entre aquellos que son designados y los no-designados, mantenemos la equivalencia entre versiones Resherianas de la definición clásica y su dual:

Definición Resher-Clásica: Un argumento es lógicamente válido si es lógicamente imposible que sus premisas sean todas designadas (es decir, todas tengan algún valor designado) y la conclusión no-designada (es decir, tenga un valor de verdad no designado), es decir, si es lógicamente necesario que si las premisas son todas designadas, la conclusión también lo sea. En estos casos, también se dice que los valores designados se transmiten de las premisas a la conclusión. El valor designado de la conclusión se sigue del valor designado de las premisas.

Definición Resher-Dual: Un argumento es lógicamente válido si es lógicamente imposible que sus premisas sean todas designadas y la conclusión no-designada, es decir, si es lógicamente necesario que si la conclusión no es designada, por lo menos alguna de las premisas también lo sea. En estos casos, también se dice que el o los valores no-designados se transmiten de la conclusión a las premisas. De que la conclusión tiene un valor no-designado se sigue que alguna de las premisas también debe tener algún valor no-designado.

Sin embargo, hay una manera más elegante de extender nuestra noción clásica tradicional de consecuencia lógica (y su dual) del caso bivalente al trivalente, apelando al modelo algebraico del que ya hemos hablado. En él, si recuerdan, a nuestros tres valores se le asignan tres valores numéricos: 0 para *falso*, 1 para *verdadero* y 1/2 para *indeterminado*. Así, podemos definir la validez de un argumento de la siguiente manera:

Definición Algebraica: Un argumento es lógicamente válido si no es posible que todas las premisas tengan un valor de verdad superior al de la conclusión. En otras palabras, en un argumento válido, es necesario que el mínimo de los valores de verdad de las premisas sea menor o igual al valor de verdad de la conclusión.

$$\min(\Gamma) \leq \delta$$