

Nombre completo _____

Número de cuenta _____

1. El conjunto de fórmulas bien formadas (fbfs) Γ tiene a la fbf α como **consecuencia lógica sintáctica en el sistema S** si y sólo si de Γ podemos derivar en S a α , es decir, si hay una secuencia de fbfs en la que aparezca α y toda otra fórmula en la secuencia es parte de Γ , axioma de S, o resultado de aplicar una estrategia de inferencia de S a fórmulas previas de la secuencia. *¿Es todo axioma de Principia Mathematica consecuencia lógica sintáctica del conjunto vacío en Principia Mathematica misma? Explique por qué.*
2. Γ tiene a α como **consecuencia lógica semántica** si y sólo si cualquier interpretación de los elementos no lógicos que haga verdadera a cualquier fórmula en Γ , también hace verdadera a α . *Si Γ es un conjunto vacío de fbfs, ¿puede tener alguna consecuencia lógica semántica? Explique por qué.*
3. Una fbf es **lógicamente válida** si y sólo si es verdadera bajo cualquier interpretación de sus elementos no lógicos. *Diga dónde está el error en el siguiente razonamiento: "Todo puede ser interpretado como falso. Por lo tanto ninguna oración es lógicamente válida." Explique por qué.*
4. Un argumento es **lógicamente válido** si y sólo si la conclusión es consecuencia lógica de las premisas. *¿Es lógicamente válido el argumento "Pienso; por lo tanto existo"? Explique por qué.*
5. Un conjunto Γ de fbfs es **sintácticamente consistente** si y sólo si no hay una fbf tal que ella y su negación son consecuencias sintácticas de Γ . Un sistema es **sintácticamente consistente** si y sólo si no hay un fbf tal que ella y su negación son teoremas del sistema. Un conjunto Γ de fbfs es **semánticamente consistente** si y sólo si no hay una fbf tal que ella y su negación son consecuencias semánticas de Γ . Un sistema es **semánticamente consistente** si y sólo si no hay un fbf tal que ella y su negación son válidas en el sistema. *¿Es el conjunto de todas las contingencias proposicionales semántica o sintácticamente consistente? Explique cómo lo sabe.*
6. α es **teorema** del sistema S si y sólo si α es la fórmula de una línea en S sin dependencias. *¿Es " $(p \vee p) \supset p$ " un teorema en Principia Mathematica? ¿Por qué?*
7. Una **prueba** en el sistema S es una secuencia de fbfs que son, o bien axiomas de S, o bien consecuencia directa de fórmulas previas en la secuencia mediante una estrategia o regla de inferencia de S. *¿Es " $\{ \} 1. (p \vee p) \supset p$ Taut." una prueba en Principia Mathematica (modernizada)? ¿Por qué?*

8. Una fbf es **independiente** de otras en un sistema S si no es consecuencia sintáctica de ellas. ¿Cuál de las siguientes fbfs es independiente de las otras en lógica proposicional clásica?

(a) $p \vee \neg p$

(b) $p \vee [(p \equiv q) \wedge q]$

(c) $\neg(p \wedge \neg p)$

(d) $m \supset m$

(e) $(g \supset h) \vee (h \supset g)$

9. Una interpretación de los elementos no lógicos de una fbf α **satisface** a α si y sólo si α es verdadera bajo esa interpretación. *Escriba una frase en español que, en la palabras inmortales de Mick Jagger, no pueda obtener satisfacción.*

10. Un sistema S es **completo** si y sólo si toda fbf de S que sea lógicamente válida es teorema de S. *Para que un sistema S sea completo, ¿debe poder probar toda verdad lógica, expresable o no en el lenguaje de S? ¿Por qué?*

11. Un sistema S es **correcto** si y sólo si toda fbf que sea teorema de S es lógicamente válida y toda estrategia de inferencia de S lleva solamente a consecuencias lógicas semánticas. *Para que un sistema S sea correcto, ¿todas sus fbfs deben ser lógicamente válidas? ¿Por qué?*

12. Una estrategia es **lógicamente correcta** si y sólo si toda interpretación de los elementos no lógicos que satisfaga a las premisas satisface también a la conclusión. *¿Es una estrategia lógicamente correcta la siguiente: ¿Si algo es completamente rojo, entonces no es completamente verde"? Explique por qué. (Note que esta estrategia nunca llevará de verdad a falsedad.)*

13. Un sistema S es **decidible** si y sólo si hay un método efectivo para decidir si una fbf es teorema de S. *¿Es la lógica proposicional decidible? Diga cómo lo sabe. Alternativamente, diga si un sistema puede ser completo sin ser decidible o decidible sin ser completo; diga por qué.*

14. Un conjunto Γ de fbfs es **decidible** en el sistema S si y sólo si hay un método efectivo para decidir si cada fbf de Γ es teorema de S. *¿Es el conjunto de las contingencias proposicionales decidible en la lógica proposicional? Diga cómo lo sabe.*