Todas las conectivas binarias bivalentes
Formas normales conjuntivas
Formas normales disyuntivas
Conjuntos adecuados de conectivas

Raymundo Morado

Las conectivas binarias bivalentes

- ¿Cuántos valores de verdad hay?
- ¿Cuántos valores de verdad tienen las oraciones en el discurso con el que hemos empezado a estudiar lógica?
- ¿Cuántos tipos de mundos posibles hay para dos proposiciones bivalentes?
- Hemos visto tres funciones de verdad: conjunción, disyunción inclusiva y disyunción exclusiva. ¿Cuántas funciones de verdad binarias ("diádicas") diferentes pueden unir dos proposiciones?

- Si cada proposición compuesta tiene una tabla de verdad, podemos entenderla como una conectiva poliádica sobre sus proposiciones componentes. ¿Cuál es el número máximo de proposiciones conectadas en una proposición compuesta?

- Cada renglón de la tabla nos dice si cierta combinación de valores resultaría verdadera o falsa.
- Basta mencionar cuáles son todas las combinaciones verdaderas; las demás son las falsas.
- Basta mencionar cuáles son todas las combinaciones falsas; las demás son verdaderas.

- Cada tabla nos dice que alguno de los renglones valuados como V es verdadero (o, dualmente, que todos los renglones valuados como F es falso). Es decir, nos da una disyunción de conjunciones o una conjunción de negaciones de conjunciones.

Método semántico de obtención de formas normales y disyuntivas

1. Reemplace Vs y Fs con la abreviatura de la proposición y con su negación.
2. Conjunte los valores de los componentes.
3. Borre las conjunciones que la tabla estime falsas.
4. Disyunte los renglones.

Método semántico de obtención de formas normales conjuntivas

1. Reemplace Vs y Fs con la abreviatura de la proposición y con su negación.
2. Conjunte los valores de los componentes.
3. Borre las conjunciones que la tabla estime verdaderas.
4. Niegue las conjunciones que la tabla estime falsas.
5. Por de Morgan, introduzca las negaciones.
6. Conyunte los renglones.

- Escriba una tabla con tres proposiciones, sin escribir la proposición compuesta.

- Transcriba esa tabla con una sola fórmula lógica.

Infinitos a nuestro alcance

- Todas las infinitas proposiciones compuestas clásicas pueden representarse con las correspondientes conectivas veritativo-funcionales, que también son infinitas.
- Las infinitas conectivas proposicionales clásicas tienen formas normales que pueden escribirse con simplemente ¬, & y v.

Si una fórmula compuesta de n proposiciones está en forma normal disyuntiva...

- ¿Cuántos disyuntos tiene si es una tautología?
- ¿Cuántos conyuntos tiene si es una tautología?
- ¿Cuántos disyuntos tiene si es una contradicción?
- ¿Cuántos conyuntos tiene si es una contradicción?
- ¿Cuántos disyuntos tiene si es contingente?
- ¿Cuántos conyuntos tiene si es contingente?

Si una fórmula compuesta de n proposiciones está en forma normal conjuntiva...

- ¿Cuántos disyuntos tiene si es una tautología?
- ¿Cuántos conyuntos tiene si es una tautología?
- ¿Cuántos disyuntos tiene si es una contradicción?
- ¿Cuántos conyuntos tiene si es una contradicción?
- ¿Cuántos disyuntos tiene si es contingente?
- ¿Cuántos conyuntos tiene si es contingente?

Conjuntos adecuados de conectivas

- Vimos que las formas normales pueden expresar cualquiera de las infinitas funciones de verdad.
- ¬, & y v son suficientes para escribir cualquier forma normal.
- Por lo tanto, un conjunto de conectivas que sea adecuado para definir ¬, & y v será adecuado para expresar las infinitas funciones de verdad que existen.

Pruebe que los siguientes son conjuntos adecuados de conectivas

{¬, &, v}

{¬, &}

{¬, v}

Pruebe que {|} es un conjunto adecuado de conectivas

P	Q	(P | Q)
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

La barra de Sheffer

“Ni... ni...”

Pruebe que {↓} es un conjunto adecuado de conectivas

P Q	(P ↓ Q)
V V	F
V F	V
F V	V
F F	V

La flecha de Peirce

"O no... o no..."

En conclusión

- El número de funciones de verdad crece exponencialmente hacia el infinito.
- Cada una nos da una manera de describir la realidad.
- Basta hacer mecánicamente una tabla de verdad para responder algunas preguntas metafísicas sobre la necesidad, imposibilidad o contingencia de algunas proposiciones.
- También bastaría transformar la proposición en una forma normal completa y contar el número de sus elementos sin hacer su tabla de verdad.

En conclusión

- Con una conectiva podemos expresar las infinitas funciones de verdad.

- ¿Puede explicar por qué no son conjuntos adecuados de conectivas lo siguientes?

  $\{\neg\}$ $\{\&\}$ $\{v\}$ $\{\&, v\}$ $\{\neq\}$ $\{\neg, \neq\}$