

Dedución natural

# Método de prueba

- ◆ La deducción natural es un método de prueba que puede ser utilizado como una de las mejores herramientas para la argumentación en filosofía. Aunque no exclusivamente en filosofía.

{1} 1.  $r \wedge \neg t$  Prem.

{2} 2.  $a \vee t$  Prem.

{3} 3.  $r \wedge (m \wedge k)$  Prem.

{1} 4.  $\neg t$  Simplificación de 1

{1,2} 5.  $a$  Silogismo disyuntivo de 2 y 4

{3} 6.  $(r \wedge m) \wedge k$  Asociación de 3

{3} 7.  $k$  Simplificación de 6

{1,2,3} 8.  $a \wedge k$  Conjunción de 5 y 7

$\therefore a \wedge k$

# Tendencias

- {1} 1.  $r \wedge \neg t$
- {2} 2.  $a \vee t$
- {3} 3.  $r \wedge (m \wedge k)$
- {1} 4.  $\neg t$
- {1,2} 5.  $a$
- {3} 6.  $(r \wedge m) \wedge k$
- {3} 7.  $k$
- {1,2,3} 8.  $a \wedge k$

Prem. }  
Prem. } *premisa*  
Prem. }

Simplificación de 1  
Silogismo disyuntivo de 2 y 4  
Asociación de 3  
Simplificación de 6  
Conjunción de 5 y 7

$\therefore a \wedge k$

conclusion

Justificaciones

$\{1\}$  1.  $r \wedge \neg t$  Prem.

$\{2\}$  2.  $a \vee t$  Prem.

$\{3\}$  3.  $r \wedge (m \wedge k)$  Prem.

$\{1\}$  4.  $\neg t$  Simplificación de 1

$\{1,2\}$  5.  $a$  Silogismo disyuntivo de 2 y 4

$\{3\}$  6.  $(r \wedge m) \wedge k$  Asociación de 3

$\{3\}$  7.  $k$  Simplificación de 6

$\{1,2,3\}$  8.  $a \wedge k$  Conjunción de 5 y 7

$\therefore a \wedge k$



{1} 1.  $r \wedge \neg t$  Prem.

{2} 2.  $a \vee t$  Prem.

{3} 3.  $r \wedge (m \wedge k)$  Prem.

> {4} n.  $i \in I$  Prem.

{1} 4.  $\neg t$  Simplificación de 1

{1,2} 5.  $a$  Silogismo disyuntivo de 2 y 4

{3} 6.  $(r \wedge m) \wedge k$  Asociación de 3

{3} 7.  $k$  Simplificación de 6

{1,2,3} 8.  $a \wedge k$  Conjunción de 5 y 7

por lo que no está 4

$\therefore a \wedge k$

Para derivar la conclusión sólo se usaron las premisas 1, 2 y 3. } 4 era "paja".

# Estrategias para creación de argumentos

- ◊ Vea qué formas lógicas tiene su conclusión.
- ◊ Escoja una estrategia que sirva para llegar a conclusiones con alguna de esas formas.
- ◊ Complete el esquema de la estrategia con oraciones que hagan verdaderas todas las premisas.
- ◊ Transcriba en español cotidiano el esquema.

# Escogiendo los esquemas

- ◆ Hay infinitos esquemas de inferencia deductivamente válidos.
- ◆ Constantemente son bautizados más en disciplinas como el derecho (silogismo jurídico), la lingüística (secuenciación) o las matemáticas (inducción matemática).



# Para obtener una negación

Usando la estrategia:  
Obtenemos:

A partir de:

de Morgan

$$\neg P \ \& \ \neg Q$$

$$\neg (P \ \vee \ Q)$$

$$\neg P \ \vee \ \neg Q$$

$$\neg (P \ \& \ Q)$$

definición de  $\supset$   
( $\neg Q$ )

$$P \supset Q$$

$$\neg (P \ \& \ \neg Q)$$

$$\neg P \ \vee \ Q$$

$$\neg (P \ \& \ \neg Q)$$

principio de

Contradicción

Nada

$$\neg (P \ \& \ \neg P)$$

Double Negación

P

$$\neg \neg P$$

modus Ponendo Tollens

$$P \neq Q, \ P$$

$$\neg Q$$

modus Tollens

$$P \supset Q, \ \neg Q$$

$$\neg P$$

reducción al Absurdo

(Ley de Clavius)

$$P \supset \neg P$$

$$\neg P$$

# Para obtener una conjunción

sando la estrategia:  
Obtenemos:

A partir de:

ociación

$$P \& (Q \& R)$$

$$(P \& Q) \& R$$

$$(P \& Q) \& R$$

$$P \& (Q \& R)$$

omposición

$$P \supset (Q \& R)$$

$$(P \supset Q) \& (P \supset R)$$

efinición de  $\equiv$

$$P \equiv Q$$

$$(P \supset Q) \& (Q \supset P)$$

istribución  
 $\vee R)$

$$P \vee (Q \& R)$$

$$(P \vee Q) \&$$

$$(P \& Q) \vee (P \& R)$$

$$P \& (Q \vee R)$$

e Morgan

$$\neg(P \vee Q)$$

$$\neg P \& \neg Q$$

e Morgan

$$\neg(\neg P \vee \neg Q)$$

$$P \& Q$$

empotencia/Tautología

$$P$$

$$P \& P$$

$$P \vee P$$

$$P \& P$$

onjunción

$$P, Q$$

$$P \& Q$$

onmutación/Permutación

$$P \& Q$$

$$Q \& P$$

# Para obtener una disyunción inclusiva

usando la estrategia:  
Obtenemos:

A partir de:

Principio del Tercio Excluido

Nada

$P \vee \neg P$

'Paradojas' de  $\supset$   
( $Q \supset P$ )

Nada

$(P \supset Q) \vee$

Commutación

P

$P \vee Q$

P

$Q \vee P$

Commutación/Permutación

$P \vee Q$

$Q \vee P$

Idempotencia/Tautología

$P \& P$

$P \vee P$

P

$P \vee P$

Lema Constructivo

$P \supset Q, R \supset S, P \vee R$

$Q \vee S$

Lema Destructivo

$P \supset Q, R \supset S, \neg Q \vee \neg S$

$\neg P \vee \neg R$

Morgan

$\neg(P \& Q)$

$\neg P \vee \neg Q$

$\neg(\neg P \& \neg Q)$

$P \vee Q$

# Para obtener una implicación material

ando la estrategia:  
Obtenemos:

A partir de:

entidad	Nada	$P \supset P$
ducción al Absurdo (Ley de Clavius)	$\neg P$ $P$	$P \supset \neg P$ $\neg P \supset P$
'paradojas' de $\supset$	$Q$ $\neg P$	$P \supset Q$ $P \supset Q$
ndicionalización	$Q$ (¿inferida de $P$ ?)	$P \supset Q$
definición de $\supset$	$\neg P \vee Q$ $\neg(P \ \& \ \neg Q)$	$P \supset Q$ $P \supset Q$
ntroposición/Transposición	$P \supset Q$ $\neg Q \supset \neg P$	$\neg Q \supset \neg P$ $P \supset Q$

# Para obtener cualquier cosa

ando la estrategia:

A partir de:

Obtenem

mpotencia/Tautología

$P \& P$   $P$

$P \vee P$   $P$

olificación

$P \& Q$   $P$

$Q \& P$   $P$

le Negación

$\neg \neg P$   $P$

ucción al Absurdo

$\neg P \supset P$   $P$

(v de Clavius)

$Q \& \neg Q$   $P$

ncipio del Pseudo Scoto

$Q \supset P, Q$   $P$

us Ponendo Ponens

ogismo Disyuntivo

us Tollendo Ponens)

$P \vee Q, \neg Q$   $P$

$P \neq Q, \neg Q$   $P$



Principio del Factor

Monotonía

$$P \supset Q$$

$$(P \& R) \supset (Q \& R)$$

Adición

$$P \supset Q$$

$$P \supset (P \& Q)$$

$$P \supset (P \& Q)$$

$$P \supset Q$$

Regla Hipotética

Transitividad

$$P \supset Q, Q \supset R$$

$$P \supset R$$

Distribución

$$(P \supset Q) \& (P \supset R)$$

$$P \supset (Q \& R)$$

Contradicción

$$(P \& Q) \supset R$$

$$(P \& \neg R) \supset \dots$$

$$(P \& \neg R) \supset \neg Q$$

$$(P \& Q) \supset R$$

Principio Conmutativo

$$P \supset (Q \supset R)$$

$$Q \supset (P \supset R)$$

Distribución

$$(P \& Q) \supset R$$

$$P \supset (Q \supset R)$$

Distribución

$$P \supset (Q \supset R)$$

$$(P \& Q) \supset R$$

Definición de  $\supset$

$$P \supset Q$$

$$\neg P \vee Q$$

$$\neg(P \& \neg Q)$$

$$\neg P \vee Q$$

Definición de  $\equiv$

$$P \equiv Q$$

$$(P \& Q) \vee (\neg P \& \neg Q)$$

$$(P \supset Q) \& (Q \supset P)$$

$$(P \& Q) \vee (\neg P \& \neg Q)$$

Asociación

$$P \vee (Q \vee R)$$

$$(P \vee Q)$$

$\vee R$

$$(P \vee Q) \vee R$$

$$P \vee (Q \vee$$

$R)$

Distribución

$$(P \vee Q) \& (P \vee R)$$

$$P \vee (Q \& R)$$

$$P \& (Q \vee R)$$

$$(P \& Q) \vee (P \& R)$$