

Los principios de la relatividad: Una introducción pedagógica

Yuri Bonder*

*Instituto de Ciencias Nucleares,
Universidad Nacional Autónoma de México
Circuito Exterior s/n, Col. Universidad Nacional Autónoma de México
Ciudad de México, 04510, México*

Elías Okon**

*Instituto de Investigaciones Filosóficas,
Universidad Nacional Autónoma de México
Circuito Maestro Mario de la Cueva s/n,
Col. Universidad Nacional Autónoma de México
Ciudad de México, 04510, México*

Se presentan los principios que dan sustento a la teoría de la relatividad, tanto especial como general. Se usa un lenguaje accesible y pedagógico y se discuten, a partir de ejemplos físicos, la motivación y algunas de las consecuencias de cada principio. Además, se mencionan algunos roles que tienen tales principios en la búsqueda de una teoría cuántica de la gravedad.

The principles underlying the theory of relativity, special and general, are presented. An easy to follow and pedagogical language is used and, based on physical examples, the motivation and some consequences of such principles are discussed. In addition, some roles of these principles when looking for a quantum gravity theory are mentioned.

PACS numbers: 01.40.gb, 03.30.+p, 04.20.-q

Keywords: Relatividad Especial, Relatividad General, Principio de Equivalencia

* bonder@nucleares.unam.mx

** eokon@filosoficas.unam.mx

I. INTRODUCCIÓN

La relatividad general es la teoría más aceptada para describir la gravitación. Para su formulación, fue necesario romper con varias ideas que son fundamentales en la física pre-relativista (usualmente llamada física Newtoniana). En esta contribución se presentan los principales principios que fundamentan a la teoría. Cabe recalcar que no hay consenso sobre cuáles son estos principios, ni sobre la forma de enunciar aquellos que discutiremos. Nuestro objetivo es enunciar dichos principios de forma que la idea general sea fácil de comprender por lectores que no sean especialistas en el tema. Buscamos elaborar una introducción didáctica y amena a la base fundacional de la teoría de la relatividad.

Existen, por supuesto, un gran número de introducciones pedagógicas a la teoría de la relatividad, entre las que destacan clásicos como [1–7]. Sin embargo, la presente exposición se distingue de éstas y otras en varios sentidos. Por un lado, la nuestra es una presentación enfocada principalmente en los principios que rigen la teoría, con especial hincapié en una discusión clara de las bases conceptuales que dan fundamento a dichos principios. Es común encontrar introducciones didácticas al tema, pero es menos habitual encontrar en ellas discusiones cuidadosas sobre asuntos fundamentales. Por otro lado, en el presente texto se discuten algunos problemas que surgen al considerar la unión entre la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica y se describe una interesante avenida para la búsqueda de una teoría que resuelva dichos problemas. Adicionalmente, cabe mencionar que, a pesar de ser un texto pedagógico, dirigido principalmente a personas que no son expertos en el tema, tocamos conceptos avanzados, como torsión nula, globalmente hiperbólico, condiciones de energía, etc. que por lo general no son abordados en introducciones similares. Por último, cabe mencionar que el presente artículo está en español, por lo cual puede ser de interés para lectores que no tienen acceso a otras introducciones al tema.

II. RELATIVIDAD ESPECIAL

Inicialmente, a la teoría de Einstein se le conoció simplemente como teoría de la relatividad. Actualmente se distingue entre relatividad especial y general; la diferencia es que la primera no considera la interacción gravitacional. En esta sección se discuten los principios de la relatividad especial.

En la física, un marco de referencia es un estándar con respecto al cual se describe el movimiento de los cuerpos. En el siglo XVII, gracias al trabajo de físicos como Galileo y Newton, se notó que existen ciertos marcos de referencia especiales, a los que se les llamó marcos inerciales. Éstos son los marcos de referencia en los que es posible distinguir movimientos acelerados de movimientos uniformes, y sólo en ellos son válidas las leyes de Newton. Por ejemplo, si alguien viaja en un coche con velocidad constante y sin cambiar de dirección, estará en una situación en la que las leyes de Newton se cumplen y puede, por ejemplo, aventar y cachar una pelota como si estuviera fuera del coche. Sin embargo, si el coche cambia su velocidad o dirección mientras la pelota está en el aire (por ejemplo, si el coche frena súbitamente), para la persona que la está aventando, la pelota se va a mover como si una fuerza actuara sobre ella. En realidad no hay nuevas fuerzas actuando sobre la pelota, lo que sucede es que, cuando el coche deja de viajar con velocidad y dirección constante, la persona deja de estar en un marco inercial (se está suponiendo que los efectos debidos a la rotación de la Tierra pueden despreciarse). La importancia de los marcos inerciales queda establecida en el *principio de relatividad* que sostiene

Experimentos idénticos realizados en distintos marcos inerciales dan resultados idénticos.

Es importante recalcar que este principio se refiere a cualquier experimento y a todos los marcos inerciales.

A finales del siglo XIX los físicos enfrentaban una crisis porque la teoría electromagnética, que acababa de ser completada, parecía no cumplir con el principio de relatividad. Además, con esta teoría se había establecido que la luz es una onda electromagnética cuya velocidad es de casi 300,000 kilómetros por segundo, pero no estaba claro respecto a qué marco de referencia se tiene dicha velocidad. Asimismo, se creía que, como toda onda, la luz se propagaba sobre un medio, al que se le llamó el éter. Por ello, se propuso que el valor obtenido para la velocidad de la luz es respecto al marco de referencia asociado con el éter. Entonces, es natural pensar que, para otro marco de referencia, que, por ejemplo, podría estar sobre la superficie de la Tierra, la luz debía tener una velocidad distinta. Esa diferencia de velocidad se intentó medir en el famoso experimento de Michelson y Morley realizado a finales del siglo XIX [8]. Lo sorprendente es que no se encontró el efecto esperado. Por el contrario, parecía que la velocidad de la luz era la misma sin importar la velocidad del marco de referencia en el que se mida.

Esta crisis fue resuelta por Einstein en 1905 al postular lo que ahora conocemos como la teoría especial de la relatividad [9]. La propuesta principal de Einstein es que el principio de relatividad también es válido en la teoría electromagnética. Sin embargo, la relación entre marcos inerciales debe modificarse y debe abandonarse la idea de que existe una noción de tiempo universal (es decir, que si dos eventos son simultáneos en un marco de referencia, lo serán para cualquier otro). De esta forma es posible asumir que la luz se propaga sin la necesidad de un medio y que, además, lo hace de acuerdo con el principio de la *constancia de la velocidad de la luz*, que dice

En el vacío, la luz se propaga con la misma velocidad en todos los marcos inerciales, sin importar la velocidad relativa entre ellos, ni la velocidad de la fuente que emite la luz.

Este principio explica el resultado del experimento de Michelson y Morley, pero conlleva consecuencias físicas que van en contra de la intuición cotidiana.

Una consecuencia inmediata de la constancia de la velocidad de la luz es que, si, por ejemplo, alguien viaja a la mitad de la velocidad de la luz respecto a una fuente de luz, seguirá midiendo que la luz emitida por esta fuente viaja exactamente a la velocidad de la luz, y no a una velocidad distinta, como podría esperarse. Además, es posible darse cuenta que este principio afecta la noción de simultaneidad. Para ello, se puede considerar una situación que involucra una nave espacial que viaja por el espacio vacío con sus propulsores apagados. Justo al centro de la nave, hay un astronauta que dispara simultáneamente dos haces de luz en direcciones opuestas. Claramente, él verá que estos impactan la pared al mismo tiempo. Sin embargo, este no será el caso en un marco inercial que se mueve con una cierta velocidad en dirección de uno de los haces porque, debido al principio anterior, ambos haces viajan a la misma velocidad, pero uno de los haces debe viajar una distancia menor que el otro para llegar a la pared. La conclusión es que es necesario abandonar la idea de que la simultaneidad es absoluta: si dos eventos ocurren al mismo tiempo en algún marco inercial, no son necesariamente simultáneos en otro marco inercial.

Por medio de ejemplos similares se puede deducir que la longitud de los objetos y la duración entre eventos también dependen del estado de movimiento del marco inercial en que se miden. De hecho, lo que en un marco inercial es una distancia en el espacio o una duración temporal, para otro se combinan de forma parecida a como el largo, ancho y la altura de un objeto se mezclan cuando se cambia la orientación de quien lo mira. Siguiendo con esta analogía, así como el espacio suele considerarse un sólo ente y no algo formado por las direcciones asociadas con el largo, ancho y alto del objeto, conviene pensar en términos de un ente unificado que incluye al espacio y al tiempo y que se le conoce como el espacio-tiempo.

Tal vez la consecuencia de la relatividad especial más conocida es la famosa fórmula $E = mc^2$, donde E representa energía, m masa, y c es la velocidad de la luz (que aparece elevada al cuadrado). El significado de esta fórmula es que la masa también es una forma de energía, lo que ayuda a entender por qué se puede obtener energía en algunas reacciones atómicas. Para finalizar esta sección, vale la pena mencionar que, cuando las velocidades relativas son mucho menores que la velocidad de la luz, los efectos novedosos de la relatividad especial son extremadamente pequeños, por lo que son imperceptibles en la vida cotidiana.

III. RELATIVIDAD GENERAL

Como se mencionó arriba, la relatividad general incluye a la interacción gravitacional. Pero, ¿por qué fue necesario buscar una teoría de la gravedad que remplace a la de Newton? Resulta que, en la teoría de Newton, la gravedad es una fuerza que depende de la distancia instantánea entre dos objetos con masa. Pero, ¿la distancia para qué observador?, ¿con qué noción de simultaneidad? Claramente la fuerza gravitacional de Newton no va de acuerdo con los principios de la relatividad especial. Por tal motivo, Einstein se dio a la tarea de buscar una nueva teoría de la gravitación que sea compatible con la relatividad especial, lo que le tomó alrededor de diez años [10]. La relatividad general es una teoría de la gravedad que es plenamente compatible con la relatividad especial, pero además, es una de las teorías físicas más elegantes e innovadoras y ha sido verificada experimentalmente en repetidas ocasiones [11]. Para formular la relatividad general, Einstein se basó en algunos principios, mismos que se revisan a continuación.

A. Principio de equivalencia

La idea clave que le permitió a Einstein formular la relatividad general, y que en algún momento llamó el pensamiento más feliz de su vida [12], es que, en caída libre, la gravedad desaparece. Para entender esta idea es útil pensar en un astronauta que se encuentra en la superficie de un planeta donde prácticamente no hay atmósfera. Si el astronauta se deja caer de un acantilado y, mientras cae, suelta un pedazo de papel, va a notar que, para él, el papel se queda donde lo soltó. Es decir, para el astronauta parece no haber gravedad, pues si soltara un objeto cuando sí siente gravedad, el objeto caería. Por su puesto, si alguien ve al astronauta desde el fondo del acantilado, verá que tanto él como el papel están cayendo (y, si el astronauta tiene suerte, esta persona preparará algo para amortiguar su caída). Esta idea está incorporada en el llamado *principio de equivalencia*:

Observadores en caída libre en presencia de gravedad y observadores inerciales en regiones sin gravedad obtienen los mismos resultados al realizar cualquier experimento suficientemente pequeño.

¿Qué quiere decir que un experimento sea suficientemente pequeño? ¿Por qué se necesita dicha condición? Para entender esto es útil regresar al experimento del astronauta en el planeta sin atmósfera. Resulta que la magnitud

y dirección de los efectos de la gravedad dependen de la posición del objeto. Por ello, el pedazo de papel que cae junto al astronauta puede ser atraído en otra dirección que el astronauta, y la distancia entre ellos puede cambiar durante la caída. Sin embargo, este efecto es pequeño cuando la distancia que separa a los objetos que caen también es pequeña. Por ello, el principio de equivalencia sólo es válido localmente y la noción de “suficientemente pequeño” está determinada, en cada experimento, por el tamaño del cambio en la gravedad dentro de la región donde se realiza el experimento.

Otra consecuencia del principio de equivalencia es que la gravedad actúa de igual manera sobre todos los objetos, sin importar su masa o estructura interna, lo que ha sido verificado experimentalmente con gran precisión [13]. Además, de acuerdo con el principio de equivalencia, siempre es posible hacer desaparecer los efectos de la gravedad, y en tales situaciones debe seguir siendo válida la relatividad especial. Estas consecuencias pueden describirse si se asume que la geometría del espacio (o más bien, del espacio-tiempo) no es plana, como lo sugiere nuestra intuición, sino que está deformada. El término preciso para referirse a tales deformaciones es el de *curvatura*, que refleja el hecho de que las líneas rectas que son paralelas en algún instante, sí pueden cruzarse. Para entender los efectos de la curvatura puede recurrirse a la Tierra: la Tierra es esférica, pero si únicamente se tiene acceso a una pequeña porción de la superficie de la Tierra, es difícil notar los efectos de su curvatura y es posible asumir que el pedazo de la Tierra al que se tiene acceso es prácticamente plano. Además, los meridianos, que son líneas rectas con la propiedad de ser paralelas en el Ecuador, se terminan cruzando en los polos. Lo importante es que, en la descripción geométrica de la gravedad, todos los objetos que se encuentran en una región del espacio-tiempo son afectados de la misma forma y, para regiones espacio-temporales suficientemente pequeñas, siempre es posible desprestigiar los efectos de su curvatura.

Este cambio en la descripción de la gravedad tiene consecuencias profundas. Por ejemplo, en la relatividad general la gravedad no es una fuerza sino el efecto de moverse en una geometría con curvatura. En particular, la Tierra no orbita al Sol por estar sujeta a una fuerza, sino, más bien, sigue su órbita porque es el camino más recto que hay en la geometría curvada del espacio-tiempo. Más aún, la gravedad, al ser un efecto de la geometría del espacio-tiempo, debe afectar a todos los objetos que están en el espacio-tiempo, incluyendo a la luz (cosa que no sucede en la teoría de Newton). Esto motivó a Einstein a proponer una observación que fue la primera confirmación experimental de la relatividad general: la luz de las estrellas debe desviarse al pasar cerca del Sol. Para buscar este efecto hay que observar a las estrellas que están detrás del Sol pero, para eso, es necesario tapar al Sol, lo que ocurre de forma natural durante un eclipse solar. Justamente en un eclipse solar que ocurrió en 1919 se notó que la posición aparente de tales estrellas estaba corrida de manera consistente con las predicciones de la relatividad general [14]. Otra consecuencia interesante de que la luz sea afectada por la gravedad es la existencia de agujeros negros, que son regiones donde la curvatura del espacio-tiempo no deja que nada escape, ni siquiera la luz. Estos objetos son una predicción de la relatividad general, y su existencia se sustenta con varias observaciones [15], incluyendo las recientes detecciones de ondas gravitacionales [16–18].

B. Ecuaciones de Einstein

Hasta ahora se ha argumentado que, de acuerdo con la relatividad general, la gravedad es el efecto de la curvatura del espacio-tiempo. Sin embargo, no se ha dicho cómo se genera tal curvatura. Está claro que la Tierra orbita en torno al Sol gracias a que el Sol es un objeto muy grande, por lo que es de esperarse que las concentraciones grandes de materia generen la curvatura del espacio-tiempo. La ecuación concreta que vincula a la materia con la geometría del espacio-tiempo es la *ecuación de Einstein*, misma que no se presenta explícitamente en esta contribución. Dicha ecuación debe tomarse como otro de los postulados de la teoría y es tal que la relatividad general, en situaciones adecuadas, se parece a la teoría de Newton, que describe bien los fenómenos gravitacionales a las escalas del sistema solar y menores.

Un resultado interesante que obtiene de las ecuaciones de Einstein es que las partículas libres y pequeñas (es decir, aquellas que pueden pensarse como un punto y cuya contribución a la curvatura del espacio-tiempo es tan pequeña que puede desprestigiar) siguen unas trayectorias especiales en el espacio-tiempo. Dichas trayectorias son llamadas geodésicas y pueden pensarse como las curvas más rectas que hay. Vale la pena recalcar que el hecho de que las partículas libres y pequeñas sigan geodésicas no es un principio de la teoría [19] sino un resultado que puede derivarse.

C. Otros principios

Adicionalmente a los principios descritos hasta ahora, para que la relatividad general esté completamente definida es necesario asumir otros principios que tienen un carácter más técnico. En particular, se requiere que la geometría del espacio-tiempo tenga la propiedad de que cualquier paralelogramo suficientemente pequeño “cierra”. Es decir, que al recorrer una curva formada por cuatro segmentos geodésicos donde el primero y el tercero son paralelos,

así como el segundo y el cuarto, se regrese al punto inicial. A esta hipótesis se le conoce como el postulado de *torsión espacio-temporal nula* y, desgraciadamente, no ha podido ser probada experimentalmente [20].

Hay otros requisitos que se suelen imponer para que un espacio-tiempo sea físicamente factible. Un ejemplo son las llamadas *condiciones de energía*. Éstas son condiciones sobre la materia y lo que se está suponiendo, de manera burda, es que no existe materia con masa negativa [21]. Sin embargo, por el vínculo entre materia y geometría del espacio-tiempo, estas condiciones limitan el tipo de espacio-tiempos que se consideran admisibles. Asimismo, se suele pedir que el espacio-tiempo sea *globalmente hiperbólico*, es decir, que sea posible, a partir de la información dada en un instante de tiempo, calcular la evolución temporal del espacio-tiempo y la materia que lo habita [22]. Esta condición permite excluir espacio-tiempos donde aparecen situaciones paradójicas como aquellos en los que, al viajar hacia el futuro, se termina en el pasado. Una de tales situaciones es la llamada paradoja del abuelo, donde alguien, por estar en un espacio-tiempo así, mata a su abuelo antes de que éste fecunde a su padre.

Para terminar esta sección es importante mencionar que el llamado *principio de Mach*, que influyó a Einstein cuando estaba desarrollando la relatividad general, no está plenamente incorporado en la relatividad general (recientemente han habido propuestas de teorías que lo incorporan mejor [23]). Este principio postula:

La distribución de materia en el universo es la que determina qué marcos son inerciales.

Por ejemplo, si alguien va cayendo por el espacio vacío, debido al principio de relatividad, no puede determinar su velocidad, pero sí puede hacer un experimento para saber si está rotando: vierte un poco de agua en una cubeta y ve si la superficie de la cubeta se torna convexa. Pero, ¿respecto a qué es que esta persona rota? La respuesta, según Mach, es que rota con respecto al resto de la masa del universo. Este tipo de ideas motivó a Einstein a proponer que las cosas lejanas afectan la geometría del espacio-tiempo. Sin embargo, en la relatividad general no todos los efectos gravitacionales pueden explicarse en términos de movimiento relativo, como Mach buscaba.

IV. HACIA UNA NUEVA TEORÍA

La relatividad general ha hecho predicciones asombrosas, muchas de las cuales han sido comprobadas en experimentos. Por ello, parecería que es una teoría física adecuada. Sin embargo, dicha teoría no toma en cuenta que la materia, la cual juega un papel crucial, sólo se sabe describir consistentemente con la mecánica cuántica. Más aún, la mecánica cuántica predice situaciones donde, por ejemplo, las partículas no tienen una posición bien definida. El problema es que se desconoce cómo debe responder la geometría del espacio-tiempo ante tales situaciones. Esto sugiere que debe haber una nueva teoría de la gravitación, compatible con la mecánica cuántica, que es aún desconocida. La construcción de esta nueva teoría, genéricamente llamada teoría de gravedad cuántica, es uno de los retos más grandes en la física contemporánea. Si bien existen varias propuestas concretas que buscan construir una teoría de gravedad cuántica, como la teoría de cuerdas o la gravedad cuántica de lazos [24], varias preguntas centrales continúan abiertas. Un camino prometedor para buscar pistas que ayuden a su construcción es poner a prueba los principios de la relatividad general.

La forma más directa de probar los principios de la relatividad general es por medio de experimentos. Para hacerlo de manera sistemática es útil contar con un lenguaje matemático donde se incluyan los efectos de violar cierto principio. El principio más estudiado en esta dirección es el de relatividad (también llamado principio de invariancia local de Lorentz). En este sentido se ha desarrollado la llamada Extensión al Modelo Estándar [25–27] donde se incluyen modificaciones a la física establecida que no respetan dicho principio. Dicho modelo ha generado una gran cantidad de nuevos experimentos, con los que, a la fecha, no se ha encontrado evidencia de que tal principio se viole. Pero gracias a los esfuerzos por poner a prueba este principio sabemos cualitativamente hasta qué grado es válido dicho principio [28]. Además, la Extensión al Modelo Estándar permite probar si la teoría que resulta al dejar de suponer el principio de relatividad es consistente [29, 30], lo que a su vez ayuda a comprender mejor el rol que juega dicho principio en la formulación de la relatividad general.

Por otra parte, también es interesante estudiar si los principios de la relatividad pueden formularse consistentemente en el marco de la mecánica cuántica, o si es posible reformularlos para que sean compatibles con dicho marco. En esta dirección resaltan los esfuerzos por estudiar el principio de equivalencia [31]. Tomando en cuenta las lecciones que se han aprendido al estudiar la validez y compatibilidad con la mecánica cuántica de este y otros principios, parece prometedor realizar estudios similares donde se pongan a prueba otros de los principios que sustentan a la relatividad general, como el de torsión espacio-temporal nula o la suposición de que la ecuación que vincula a la geometría del espacio-tiempo con la materia es la ecuación de Einstein.

V. CONCLUSIONES

La relatividad general es la teoría del espacio, el tiempo y la gravedad, y rompe con algunos de los paradigmas de la física Newtoniana. Para su construcción fue crucial postular los principios que se presentan en esta contribución y tomarse en serio las consecuencias que de ellos se desprenden. Sin embargo, la relatividad general es incompatible con la mecánica cuántica, por lo que debe haber una teoría de la gravitación aún más fundamental. Poner a prueba los principios de la relatividad es, sin duda, un camino interesante para buscar evidencia de la estructura de una nueva teoría de la gravedad; al hacerlo se puede aprender mucho de dichos principios, pero además, existe la posibilidad de encontrar física nueva.

-
- [1] B. Russell, *The ABC of Relativity* (Routledge, 2001 (first published 1925)).
 - [2] G. Gamow, *Mr Tompkins in Wonderland* (Cambridge University Press, 1993 (first published 1939)).
 - [3] R. M. Wald, *Space, Time, and Gravity: The Theory of the Big Bang and Black Holes* (The University of Chicago Press, 1977).
 - [4] R. Geroch, *General relativity from A to B* (The University of Chicago Press, 1978).
 - [5] C. M. Will, *Was Einstein Right?: Putting General Relativity to the Test* (Basic Books, 1993).
 - [6] K. S. Thorne, *Black holes and time warps: Einstein's outrageous legacy* (W. W. Norton, 1995).
 - [7] R. Penrose, "The road to reality," (Alfred A. Knopf, 2005) Chap. 17.9.
 - [8] A. A. Michelson and E. W. Morley, *American Journal of Science* **34**, 333 (1887).
 - [9] A. Einstein, *Annalen der Physik* **17**, 890 (1905).
 - [10] A. Einstein, *Annalen der Physik* **354**, 769 (1915).
 - [11] C. M. Will, *Liv. Rev. Rel.* **17** (2014).
 - [12] A. Pais, 'Subtle is the Lord...' *The Science and life of Albert Einstein* (Oxford University Press, 1982).
 - [13] S. Schlamminger *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 041101 (2008).
 - [14] F. W. Dyson, A. S. Eddington, and C. Davidson, *Phil. Trans. Proc. R. Soc. A* **220**, 291 (1920).
 - [15] S. Gillessen *et al.*, *Astrophys. Journal* **692**, 1075 (2009).
 - [16] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **116**, 061102 (2016).
 - [17] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **116**, 241103 (2016).
 - [18] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **118**, 221101 (2017).
 - [19] A. Papapetrou, *Proc. R. Soc. A* **209**, 248 (1951).
 - [20] Y. Bonder, *Int. J. Mod. Phys. D* **25**, 1644013 (2016).
 - [21] S. W. Hawking and G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time* (Cambridge University Press, 1973).
 - [22] R. M. Wald, *General Relativity* (University of Chicago Press, 1984).
 - [23] T. A. Koslowski, *Int. J. Mod. Phys. A* **28**, 1330017 (2013).
 - [24] L. Smolin, *Three roads to quantum gravity* (Science Masters, 2002).
 - [25] D. Colladay and V. A. Kostelecký, *Phys. Rev. D* **55**, 6760 (1997).
 - [26] D. Colladay and V. A. Kostelecký, *Phys. Rev. D* **58**, 116002 (1998).
 - [27] V. A. Kostelecký, *Phys. Rev. D* **69**, 105009 (2004).
 - [28] V. A. Kostelecký and N. Russell, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 11 (2011).
 - [29] Y. Bonder and C. A. Escobar, *Phys. Rev. D* **93**, 025020 (2016).
 - [30] Y. Bonder, *Phys. Rev. D* **91**, 125002 (2015).
 - [31] E. Okon and C. Callender, *European Journal for Philosophy of Science* **1**, 133 (2010).