

De Espacios y Geometrías

1) El Tractatus y el Espacio

Como es bien sabido, el concepto de espacio ha dado lugar – al igual que el de tiempo – a toda una gama de doctrinas filosóficas y de teorías científicas que van desde lo sensato y plausible hasta lo extravagante e increíble y que son las más de las veces incompatibles entre sí. Asimismo, las perspectivas desde las cuales el espacio ha sido estudiado son también sumamente diversas. Por ejemplo, se ha debatido tanto acerca del carácter geométrico del espacio como de su irrealidad, de su naturaleza mental como de la imposibilidad de pensarlo desligado del tiempo. De igual modo, las más variadas categorías se han utilizado en los intentos por aclarar los diferentes conceptos de espacio que de hecho están en circulación. Podemos mencionar, entre muchas otras, las de geometrías, hipótesis científica, forma *a priori* de la intuición sensible, representación, relaciones, sustancia, absoluto y relativo, tiempo, percepción, gramática, perspectivas, números, color, estructura, axiomas e idealismo trascendental. El resultado neto es que, a pesar de la asombrosa cantidad de escritos concernientes al espacio por parte tanto de matemáticos y físicos como de filósofos, difícilmente podría decirse que reinan en relación con este tema la claridad conceptual y el acuerdo generalizado. Este ensayo es un intento de contribución a la labor de esclarecimiento consistente básicamente en el mero establecimiento de conexiones entre datos relativamente bien conocidos.

Como muestra de las complicaciones asociadas con el concepto de espacio, podemos considerar brevemente lo que al respecto se dice en el *Tractatus Logico-Philosophicus*. En aquel primer gran libro, Wittgenstein hace diversas aseveraciones que un examen detallado muestra que no son compatibles. Recuérdese, antes que cualquier otra cosa, que un concepto fundamental del libro es el de “espacio lógico”, pero éste es ante todo un espacio proposicional. El espacio lógico resulta de lo que sería la red conformada por la totalidad de las proposiciones. El espacio lógico es, pues, una totalidad de posibilidades y acota y agota lo que sería el reino de la factualidad. Es evidente, asimismo, que aunque una noción que desempeña un papel importante en las elucidaciones del libro la de espacio lógico es básicamente una metáfora. Sea lo que sea, por lo tanto, su significación se deriva de uno u otro modo de la noción primitiva que permitió construirla y esta es la de espacio. Lo que queremos saber es entonces: ¿qué se sostiene en el *Tractatus* en relación con el espacio?

La verdad es que no mucho. “Espacio, tiempo y color (cromaticidad)”, se nos dice, “son formas de los objetos”.¹ Lo que esto significa es lo siguiente: las formas de un objeto son sus propiedades y relaciones formales y éstas son sus propiedades y relaciones necesarias. El problema, claro está, es que el lenguaje no permite la enunciación significativa de nada necesario. Por lo tanto, esas formas sólo pueden no enunciarse sino únicamente expresarse o mostrarse a través de proposiciones genuinas (*i.e.*, significativas). Así, el que el espacio sea una forma de los objetos implica que para que éstos queden constituidos como tales **tienen** que mantener entre sí **relaciones espaciales**. En otras palabras, no hay ningún objeto real del que no podamos en principio dar sus coordenadas espaciales. No hay objeto no espacial. El mundo tiene forzosamente una estructura espacial. Esto es por lo menos algo de lo que está implicado por la proposición citada.

A primera vista, el punto de vista del *Tractatus* es sensato y correcto. No obstante, aunque no explícitamente, Wittgenstein insinúa algo que no parece del todo compatible con dicha posición. Dice lo siguiente: “Cada cosa está, por así decirlo, en un espacio de hechos simples posibles. Puedo pensar que este espacio está vacío, pero no puedo pensar la cosa sin el espacio”.² De acuerdo con esto, el espacio sería una especie de contenedor, una metáfora a la que (como veremos) otros pensadores recurren. Pero ¿cómo es posible que por una parte el espacio sea la totalidad de las relaciones espaciales que mantienen entre sí los objetos y por otra parte que sea lógicamente independiente de éstos? Parecería, pues, que en relación con el espacio hay una cierta ambigüedad en el *Tractatus* y que se le podría adscribir a éste tanto el punto de vista de que el espacio es algo real e independiente de sus contenidos como la idea de que no es otra cosa que una hipóstasis de lo que es el sistema total de relaciones espaciales.

En contraste con las sibilinas aseveraciones del *Tractatus*, pienso que, aunque escasas, las observaciones del Wittgenstein posterior a 1929 y referentes a la geometría y al espacio constituyen una contribución transparente, auténticamente aclaratoria y que sería absurdo desaprovechar. Es evidente que, dado lo reducido del material con el que se cuenta, de ninguna manera podría sostenerse (a diferencia de lo que podría plausiblemente sostenerse en relación con otros temas) que Wittgenstein esclareció totalmente la temática. No obstante, lo que en este caso él tiene que decir es no sólo digno de ser recogido sino que es, aunque poco, definitivo. En lo que sigue me ocuparé de los temas del espacio y de la geometría en general, intercalando cuando lo juzgue conveniente las diversas aclaraciones de Wittgenstein. Posteriormente, examinaré los puntos de vista de Kant y Newton y terminaré atando cabos, esto es, tratando de redondear una posición que sea no sólo defendible, sino

¹ L. Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus* (London: Routledge and Kegan Paul, 1978), 2.0251.

² *Ibid.*, 2.013.

también atractiva. Como caso prueba para nuestra posición someteremos brevemente a consideración la tesis de que el espacio **podría** estar vacío.

II) *Percepción y Realidad*

Cuando al despertarnos abrimos los ojos con lo que nos topamos es con nuestro campo visual, el cual coincide parcialmente con lo que es nuestro campo de experiencia. Digo ‘parcialmente’ porque es obvio que “campo visual” y “campo de experiencia” no son lo mismo. Un invidente no tiene campo visual, pero sí tiene vivencias o experiencias. A diferencia de lo que pasa con nuestro campo perceptual, que nos es dado, por así decirlo, de golpe, nuestro campo de experiencias es una construcción conformada, entre otras cosas, gracias a las correlaciones sistemáticas que hemos aprendido a establecer entre los *data* de los diversos espacios de los sentidos (táctil, visual, auditivo, etc.). Ahora bien, dejando de lado cuestiones referentes a la génesis del espacio de experiencia: ¿qué es lo que, aparte de los objetos (o lo que tomamos por tales) discernimos en nuestro campo visual? Como dato de experiencia, lo que podemos decir es que no percibimos espacio. Lo que en cambio podemos afirmar no que percibimos mas sí que discernimos es lo que normalmente llamamos ‘relaciones espaciales’, las cuales nos resultan indispensables para poder hablar de experiencia de objetos en lo absoluto. Por lo menos relaciones como las de “arriba/abajo” y “derecha/izquierda” y posiciones como “el centro de” son así. Nuestro campo visual es obviamente una totalidad estructurada y dicha estructura la conforman relaciones espaciales como las mencionadas. Por otra parte, ya constituido nuestro campo visual incluye no sólo relaciones propias de un espacio de dos dimensiones. Las relaciones de profundidad son esenciales a él. Alguien que intentara enfrentar el mundo que se le presenta en el espacio visual como si fuera un mundo de dos dimensiones exclusivamente podría volverse loco. Por otra parte, es claro que el marco general de nuestro espacio perceptual es fijo. Lo que quiero decir es que el sujeto percipiente no se mueve dentro del campo visual como un objeto más. De ahí que podamos afirmar del campo visual o perceptual lo siguiente:

- a) resulta de la interacción “educada” de todos los sentidos
- b) incorpora o presupone un punto fijo (el cual no es un objeto mas de percepción)
- c) **en** él las posiciones son absolutas
- d) son indispensables a él el color y la forma
- e) está estructurado y organizado (no es caótico ni mutante)
- f) es ilimitado
- g) los objetos de mi campo visual son los objetos del mundo.

Esto último quizá amerite algunas aclaraciones. La significatividad del discurso acerca de los objetos requiere y presupone de un mecanismo de identificación y éste no puede ser otro que el lenguaje. Pero el lenguaje es público y, por ende, compartido. Cuando empleamos las mismas palabras, ‘perro’ por ejemplo, lo que vemos es un perro, el cual es básicamente el mismo para todos, y de lo que hablamos es de un perro, no de la imagen de perro. Podemos, pues, liberarnos de la recurrente falacia del idealismo, esto es, la idea de que hay algo intermedio entre el sujeto percipiente y los objetos “percibidos”, algo a lo que podemos llamar ‘idea’, ‘sense’ data’, etc. La noción de impresión sensorial no es una noción primitiva, sino derivada de la idea de percepción de objetos materiales. Lo que es importante entender es que mi campo visual coincide con el mundo: lo que percibo cuando digo que percibo algo son objetos del mundo. Pocas cosas hay tan absurdas como la idea de que estamos hundidos en una fantasía permanente tratando de acceder al mundo objetivo o real.

III) *Clases de Espacios*

Si lo que hemos dicho es aceptable, podemos afirmar que disponemos de una noción primaria de espacio, en la cual valen o se dan relaciones espaciales. Evidentemente, nunca percibimos espacio: lo que detectamos son objetos colocados a ciertas distancias unos de otros. Cómo sea el espacio puro es, lo confieso, algo de lo que no tengo ni la más remota idea. El lenguaje natural induce a pensar en el espacio como en el gran contenedor, puesto que ‘espacio’ es un sustantivo y que tendemos a decir que los objetos están **en** el espacio. No obstante, el sentido común es neutral respecto a la cuestión de si el espacio es real, si es una sustancia, si es absoluto, etc., o si más bien no es sino un intrincado sistema de relaciones espaciales. El sentido común y el lenguaje natural no pueden (ni tienen por qué) pronunciarse sobre dilemas así.

Ahora bien, la noción de espacio quedó muy pronto vinculada a la geometría. Respecto a esta última no estará de más recordar que más que como una rama independiente de las matemáticas vio la luz como una disciplina con aspiraciones eminentemente prácticas. Los primeros “geómetras” empíricos, los ingenieros pioneros de Babilonia y zonas aledañas, a lo que aspiraban era a dividir terrenos, encauzar ríos, construir edificios, diseñar jardines. Fue sólo en la época de los griegos cuando la geometría se estableció como una rama autónoma de las matemáticas. Surgió así la geometría euclidiana y fue entonces que empezaron a brotar los malentendidos tanto en relación con su *status* como respecto al *status* del espacio.

Desde los griegos y hasta el siglo XIX, la geometría euclidiana fue vista básicamente como una **descripción** abstracta de la estructura tanto del espacio perceptual como del espacio real (puesto que, como dijimos, en principio coinciden). O sea, en un primer momento se identificaron el espacio visual, el espacio físico y el espacio euclidiano. Estas fáciles identificaciones, junto con algunas otras incomprensiones matemáticas y complicaciones metafísicas, permitieron que Zenón formulara sus extraordinarias paradojas. Algunas de ellas pueden ser formalmente refutadas, pero ciertamente no todas sus ideas son descabelladas o absurdas. Por ejemplo, Zenón aspiraba a mostrar, entre otras cosas, que el espacio no se compone de un número infinito de puntos. Como veremos, se le habría podido responder a Zenón que su planteamiento era ambiguo, puesto que si lo que tenía en mente era el espacio de la geometría euclidiana quizá estaba en el error, pero si a lo que se refería era al espacio real entonces tenía razón. Así, confusiones de origen respecto a la naturaleza del espacio visual y de la geometría permitieron la gestación de enigmas de los cuales puede decirse que sólo hasta muy recientemente nos hemos liberado.

Gracias al desarrollo de las matemáticas, en particular a la invención de sistemas geométricos no euclidianos, y al avance de la física se logró construir una plataforma para la resolución de antiguos problemas, pero (como era de esperarse) surgieron nuevos. Lo que quedó claro es que la geometría euclidiana no es una descripción de nada, que los espacios matemáticos forman parte de cálculos, que el espacio perceptual no necesariamente es euclidiano o, mejor dicho, no lo es totalmente, y que hay algo que podemos llamar ‘espacio físico’, que no es ni un espacio matemático ni es el espacio perceptual. Ahora tenemos tres clases diferentes de espacios. El espacio perceptual es una clase con un solo elemento; la clase de espacios matemáticos es una clase infinita y la del espacio físico probablemente contenga diversos elementos. Por ejemplo, el espacio real de la vida cotidiana es diferente del espacio real de la astro-física y muy probablemente diferente también del espacio de la física cuántica.

Es claro que las naturalezas de los espacios y las relaciones entre ellos no se pueden entender si no se tiene una visión clara de lo que es (son) la(s) geometría(s). Es por no entender su *status* (o sus respectivos *statu*) que no tenemos tampoco una idea clara de lo que son los espacios de diversa clase y sus relaciones entre ellos. Es por incomprensiones fundadas en identificaciones dudosas que se articularon teorías del espacio tan diversas como inverosímiles, como lo son las de Newton o Kant. Es, pues, la naturaleza de la geometría en general lo que urge esclarecer y de lo que pasaré ahora a ocuparme.

IV) Clases de Geometrías

Si no me he equivocado en lo que he afirmado, tenemos derecho a hablar de un espacio perceptual y de relaciones espaciales en ese particular contexto y quizá lo primero que llama la atención es que, contrariamente a lo que se ha sostenido durante siglos, el espacio perceptual **no** es estrictamente euclidiano. Por ejemplo, en el espacio visual los rieles se van acercando cada vez más y parecen tocarse en el horizonte, lo cual contradice el postulado euclidiano de las paralelas. Pero, además, el campo visual es nítido en el centro y se va haciendo cada vez más borroso hacia los bordes, lo cual no encaja con las implicaciones de las definiciones de ‘punto’, ‘línea’, ‘plano’ o ‘volumen’ de la geometría euclidiana. Tal vez entonces lo que podríamos decir es que para el espacio visual de lo que disponemos es de una geometría puramente fenomenológica, constituida exclusivamente por ideas como “ubicación” o “lugar”, “centro” y relaciones como las mencionadas al principio del ensayo. Para la vida animal o primitiva o básica la “geometría fenomenológica” es más que suficiente. Obviamente, su carácter modesto se revela tan pronto se rebasa el nivel orgánico elemental. Entonces resulta como claramente insuficiente para todo lo que no sea meramente ubicarse, moverse y orientarse en el mundo real. Sobre la naturaleza del espacio fenomenológico regresaré posteriormente.

Entendidas como sistemas matemáticos, las geometrías no son descripciones de nada. ¿Qué son entonces? Son simplemente cálculos en los que ciertas proposiciones juegan el papel de axiomas y otras son deducidas de ellos por medio de reglas de inferencias. Esta caracterización coincide plenamente con la definición de las matemáticas que Russell ofrece en *Los Principios de las Matemáticas*. De acuerdo con él, “Las matemáticas puras son la clase de todas las proposiciones de la forma ‘ p implica q ’, en donde p y q son proposiciones que contienen una o más variables, las mismas en las dos proposiciones, y ni p ni q contienen ninguna constante salvo las constantes lógicas”.³ El problema es, pues, entender, qué son los sistemas matemáticos (*i.e.*, un sistema simbólico que cumple las condiciones que Russell enuncia). Si no son descripciones de nada: ¿qué son y para qué sirven? La respuesta correcta a esta pregunta nos la da Wittgenstein: las geometrías son básicamente propuestas de reglas de sintaxis para la elaboración de enunciados referentes a un grupo definido de objetos. Por ejemplo, la geometría euclidiana es la sintaxis para las descripciones que hacemos de los objetos del espacio visual. Ella no los describe, sino que rige nuestras descripciones, es decir, determina lo que tiene o no tiene sentido decir en un ámbito dado. “Los axiomas – *e.g.* – de la geometría euclidiana son reglas disfrazadas de una sintaxis”.⁴ La geometría euclidiana fija el

³ B. Russell, *The Principles of Mathematics* (New York: W. W. Norton & Company, Inc), p. 3.

⁴ L. Wittgenstein, *Observaciones Filosóficas*. Traducción de Alejandro Tomasini Bassols (México: IIF/UNAM, 1997), sec. 178, p. 206.

marco lingüístico de lo que posteriormente serán nuestras ulteriores descripciones y mediciones. Tiene, pues, una función esencialmente normativa. Así, por ejemplo, si al dividir un terreno cuadrangular alguien encuentra que la superficie no es igual al producto de la base por la altura, se le dirá que hizo mal su cálculo y se le pedirá que lo vuelva a hacer. O sea, la geometría euclidiana no resulta de la experiencia, sino que determina o constriñe la experiencia. Esa es su función primordial.

En este punto quizá deberíamos hacer una aclaración, a fin de impedir mayores confusiones. La geometría euclidiana no es geometría fenomenológica, por la sencilla razón de que, como bien lo señala Wittgenstein, “En el espacio visual no hay mediciones”⁵ y, más en general, “En el espacio visual (...) no hay tal cosa como un experimento geométrico”.⁶ De hecho, nuestra percepción puede entrar en conflicto con lo que la geometría euclidiana estipula o enuncia. Por ejemplo, podemos ver figuras geoméricamente diferentes como si fueran la misma, como pasaría con un círculo y una figura de mil lados, o como diferentes aunque sean del mismo tamaño. En verdad, hay multitud de ilusiones óptico-geométricas, en el sentido de que hay multitud de descripciones visuales que no coinciden con lo que la geometría prescribe. Como dice Wittgenstein “La palabra ‘igualdad’ tiene un significado diferente cuando la aplicamos en los tramos en el espacio visual que cuando la aplicamos en el espacio físico. La igualdad en el espacio visual tiene otra multiplicidad que la igualdad en el espacio físico”.⁷ Pero la geometría euclidiana no sirve para corregir nuestra percepción, la cual no es alterable o modificable, puesto que no hay nada con que se le pueda reemplazar. Nuestro acceso a los objetos del espacio perceptual es directo. “¿O debería más bien decir que inclusive en el espacio visual algo puede parecer diferente de cómo es? Ciertamente no!”⁸ Los errores en relación con el campo visual son de carácter visual (miopía, *e.g.*), no de geometría. Naturalmente, surgirán complicaciones cuando intentemos explicar lo que es la aplicación de la geometría.

Consideremos ahora brevemente la geometría física, en el sentido de ‘geometría que se usa en física’. Cuál sea el sistema geométrico que los científicos favorezcan para su integración en una teoría física es algo que dependerá ante todo de los requerimientos y del desarrollo de su disciplina. Aquí el fenómeno curioso es el siguiente: una vez que un sistema geométrico particular se integra en una teoría física dada automáticamente cambia de *status*, es decir, deja de ser un cálculo formal para convertirse en parte de una teoría empírica y adquiere por lo tanto el *status* de la teoría. Desde esta perspectiva, la geometría **puede** ser falsa. Hay aquí una gran

⁵ *Ibid.*, sec., 212, p. 256.

⁶ *Ibid.*, sec., 178, p. 207.

⁷ *Ibid.*, sec., 215, p. 260.

⁸ *Ibid.*, sec., 208, p. 248.

diferencia con las otras clases de geometrías. La geometría fenomenológica, en el sentido en que empleé la expresión, es inmutable, *a priori*, necesaria; las geometrías matemáticas son desde luego también *a priori*, pero son meramente propuestas gramaticales y, por ello, no son ni verdaderas ni falsas, sino coherentes o incoherentes, útiles o no, etc. En cambio, las geometrías empíricas, es decir, las que forman parte de teorías empíricas (de astrofísica, por ejemplo) son hipótesis científicas y son, por consiguiente, *a posteriori* y, sobre todo, verdaderas o falsas. Esto es interesante, por lo siguiente: podemos corroborar algo a primera vista inaceptable, *viz.*, que un mismo sistema geométrico puede tener dos *statu* diferentes. Pero en el fondo esto no tiene nada de extraño, por la simple razón de que qué significado le confirmamos a los signos dependerá de lo que de hecho hagamos con ellos. Un sistema geométrico dado en tanto que sistema formal puede ser *a priori*, pero en tanto que descripción de algún sector de la realidad puede ser falso. No parece haber en esto contradicción alguna.

Las clases de geometrías que hemos considerado se diferencian claramente también por sus respectivas ontologías. Podemos preguntar: ¿qué es lo que vemos cuando abrimos los ojos? La respuesta es tan simple como obvia: cuerpos, con toda la indeterminación que ellos acarrear. Ahora bien, los cuerpos contrastan con los objetos de la geometría euclidiana, los cuales no son cuerpos sino puntos, líneas y demás. Pero ¿qué es un punto, por ejemplo? No es una entidad real, en el sentido de existente en el mundo real. El punto es una entidad matemática y por lo tanto, más que otra cosa, una regla. Por eso Wittgenstein sostiene, con toda razón en mi opinión, que “el espacio no es una colección de puntos, sino la realización de una ley”.⁹ E inmediatamente añade: “Que un punto en el plano esté representado por una pareja de números y en el espacio tri-dimensional por un triplo de números basta para mostrar que el objeto no es el punto, sino la red de puntos”.¹⁰ Qué digamos acerca de las “entidades de la geometría” dependerá de qué pensemos acerca de las “entidades matemáticas” en general, de los números por ejemplo. Sobre este tema no me pronunciaré en este ensayo y me limitaré a recordar que desde la perspectiva wittgensteiniana no tiene mayor sentido hablar de ontología *stricto sensu* en relación con las matemáticas. Los números (naturales) tienen más bien que ver con formas proposicionales y operaciones y otras clases de números (los irracionales, por ejemplo) requieren de explicaciones diferentes, las cuales básicamente giran (como las entidades de la geometría) en torno a la noción de ley. En todo caso, la geometría no trata con objetos ideales, objetos abstractos ni nada por el estilo. La sintaxis no versa sobre nada en particular, sino que rige el discurso que versa sobre un sector de la realidad. Por último, consideremos los objetos de las geometrías empíricas. Éstos pueden ser de lo más variado, pero son ante todo entidades teóricas. Qué sea una

⁹ *Ibid.*, sec., 177, p. 206.

¹⁰ *Ibid.*, sec., 177, p. 206

entidad teórica dependerá de que visión de la ciencia se tenga. Para un realista burdo cualquier entidad teórica será un objeto tan real y objetivo como cualquier cuerpo, en tanto que para un instrumentalista es más bien un complejo mecanismo conectado de manera indirecta con determinados objetos de percepción (los instrumentos de laboratorio, por ejemplo). Sobre este asunto, empero, tampoco me pronunciaré en este trabajo.

V) *Newton y Kant*

Al igual que el tiempo y los números irracionales, el espacio y la geometría han dado lugar a un sinnúmero de teorías. Como podremos apreciar, éstas las más de las veces están plagadas de confusiones, son ambiguas o declaradamente falsas. La verdad es que en no pocas ocasiones más que concepciones filosóficas propiamente hablando con lo que nos encontramos es con teorías científicas, esto es, teorías empíricas en las que aparece el concepto de espacio y en las que se utilizan diversos sistemas geométricos. El problema con esto es que con lo que nos topamos es con grandes construcciones que no vienen acompañadas de las aclaraciones pertinentes respecto a sus respectivos *statu* y, por consiguiente, nos quedamos realmente sin entender de qué se está hablando.

Un caso así es el de Newton. Su monumental obra, *Los Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, estableció las bases y el marco general de la física para los siguientes 300 años. En realidad, la teoría de Newton es una teoría general del universo. Gracias a avance matemáticos por él efectuados (como la invención del cálculo infinitesimal), Newton inauguró lo que se conoce como la ‘mecánica clásica’ y pudo ofrecer una explicación unificada, sistemática, congruente y plausible de los movimientos de los cuerpos, tanto terrestres como celestes. Empero, su teoría, aunque en más de un sentido un paradigma de teoría científica, de todos modos no está exenta de elementos que, estrictamente hablando, son irrelevantes. Tal es el caso de la concepción newtoniana del espacio, acerca de la cual rápidamente diré unas cuantas palabras.

Newton, como se sabe, es el gran defensor de la idea de espacio absoluto (y de tiempo absoluto). Desde su perspectiva, el espacio es algo así como el gran contenedor: abarca, abraza o contiene todo lo que hay en el mundo y que sea objeto de estudio para la física. Por lo tanto, para Newton es lógica y factualmente posible que dicho contenedor estuviera vacío. Los objetos (animales, estrellas, galaxias, etc.) no pueden pensarse sin el espacio, pero en la teoría de Newton el espacio sí puede pensarse sin los objetos. Qué o cómo sea el espacio vacío es algo que Newton nunca explica suficientemente. La idea que está detrás de tan extraña sugerencia es, como

era de esperarse, la idea de que el espacio es una sustancia, es decir, es un algo en sí mismo, algo real. Este punto de vista es si no incompatible por lo menos redundante en una teoría estrictamente matemática del mundo material. O sea, la idea del espacio físico como una cosa especial es teóricamente gratuita. Esto es algo que Leibniz mostró cuando hizo ver que todo lo que se diga asumiendo la idea newtoniana de espacio absoluto se puede decir reemplazándola con un sistema de relaciones espaciales.

Del espacio newtoniano se da cuenta por medio de la geometría euclidiana. El espacio newtoniano es euclidiano. Ahora bien ¿de qué espacio habla Newton? Es obvio que el espacio absoluto de la teoría de Newton no es un mero espacio matemático más, pero ¿es acaso el espacio perceptual? El espacio de Newton es el espacio físico, entendiendo por ‘espacio físico’ el espacio real. Newton rechazaría la sugerencia de que su espacio es un espacio puramente teórico, es decir, que no es un espacio de experiencia. En todo caso, lo que él sostendría (como lo sugieren sus trabajos de óptica) sería más bien que el espacio perceptual es idéntico al espacio real y que, por lo tanto, ambos son euclidianos. Desde su perspectiva, la geometría euclidiana sería una descripción tanto del espacio real como del espacio perceptual, puesto que él no distinguiría entre éstos.

Formalmente, la teoría newtoniana del espacio absoluto ha quedado teórica, si bien no prácticamente, refutada. Ello tiene por lo menos dos causas. Una de ellas es que con el desarrollo de las matemáticas surgieron las geometrías no euclidianas y la segunda es que el avance de la física llevó a integrar a estas últimas en teorías empíricas más avanzadas. Así, al ser aplicadas en cálculos cósmicos, sistemas geométricos no euclidianos permitieron hacer mejores predicciones y contribuyeron a revelar que el espacio sideral no es, estrictamente, newtoniano. Dicho de otro modo, las geometrías no euclidianas aunadas a la teoría de la relatividad permitieron echar por tierra las pretensiones universalistas de Newton, pero lo que las geometrías no euclidianas y la teoría de la relatividad ciertamente **no** demostraron es que el espacio perceptual no sea básicamente euclidiano o, alternativamente, más euclidiano que no euclidiano.

Hay, no obstante, un detalle que no debería pasarse por alto. Cuando se habla de la “refutación” de Newton en realidad a lo que se alude es a predicciones de fenómenos ubicados sumamente lejos de nosotros en el espacio y en el tiempo (miles de años luz). Pero para la vida en la Tierra, esto es, la vida en donde los cuerpos son más o menos rígidos, y para los objetivos cotidianos, el mundo sigue siendo en lo esencial newtoniano. Es sólo para la astro-física y para la física cuántica que Newton perdió vigencia. Pero ¿qué podemos inferir nosotros de eso? El desarrollo de la física algo nos dice acerca de la naturaleza del espacio, pero lo que

tenemos que entender es que lo que nos dice nos lo dice sólo indirectamente. Lo que en realidad la ciencia parece mostrar es que el mundo no es ni totalmente euclidiano ni totalmente no euclidiano. La física presupone y trabaja con diversos conceptos de espacio y el que lo haga algo nos indica acerca de la naturaleza del mundo, acerca de su flexibilidad y elasticidad, por así decirlo. En distintos contextos mundanos valen o se aplican distintas geometrías. El gran cambio teórico que se operó en relación con Newton fue la sustitución del espacio absoluto y el tiempo absoluto por una estructura de cuatro dimensiones conocida como ‘espacio-tiempo’. El avance de la física llevó del espacio y el tiempo absolutos al espacio-tiempo relativos, pero eso es un avance teórico, no de aclaración de los conceptos involucrados.

La obra de Newton fue tan impactante que marcó a la filosofía del espacio hasta finales del siglo XIX y principios del XX. Eso no significa, sin embargo, que no se hubieran producido desde su aparición sublevaciones en contra de las diversas implicaciones de lo que era la nueva física de Newton. No olvidemos que éste habla de sus objetos de estudio (materia, movimiento, gravitación, visión, espacio, luz, tiempo, colores, fuerzas, etc.) como si nos estuviera dando su naturaleza última. Goethe, por ejemplo, intentó (un tanto ingenuamente, quizá) oponer a la teoría física de los colores lo que podríamos llamar una ‘teoría fenomenológica del color’.¹¹ Pero si hay algo de lo que quizá podríamos lamentarnos con mayor razón es que las teorías de Newton sirvieron de aliciente para que uno de los más importantes filósofos de todos los tiempos elaborara y echara a rodar su propia teoría de la geometría y del espacio. Me refiero desde luego a Kant, del cual pasaré ahora a ocuparme.

Quizá pueda afirmarse que la grandiosa teoría de Newton quedó finalmente refutada, pero en todo caso es claro que con él se sabía de qué se estaba hablando y cómo era factible mostrar que lo que sostenía era falso. Con Kant la cosa cambia. La impresión general imposible de evitar es que Kant hace trampa porque es sistemáticamente ambiguo, de manera que cuando uno cree haberlo refutado él tiene tranquilamente preparada su salida por otra parte. Veamos si esta acusación puede ser presentada en forma transparente y convincente.

Que una ambigüedad sería permea la posición de Kant es algo que la mera enunciación de su posición general deja en claro: él se presenta simultáneamente como un realista empírico y un idealista trascendental. La idea general es compleja y la argumentación de Kant intrincada. Intentaré resumirla de manera que queden expuestos los puntos que para este ensayo me interesa discutir.

¹¹ Para una breve presentación de la posición de Goethe, véase el capítulo “Colores” en mi *Enigmas Filosóficos y Filosofía Wittgensteiniana* (México: Edere, 2002).

Kant se propone en primer lugar dar cuenta del conocimiento humano. Desde este punto de vista, el conocimiento es algo esencialmente ligado a la experiencia. Por ‘experiencia’ Kant entiende ‘experiencia posible’. O sea, es cognoscible todo aquello de lo que en principio podamos tener una experiencia posible. Y ¿cómo es posible el conocimiento? Es posible porque estamos epistemológicamente condicionados. Por una parte, tenemos impresiones sensoriales o, como Kant las llama, ‘intuiciones’ y, por la otra, operamos con conceptos o, en su terminología, con categorías. El conocimiento empírico es una síntesis de sensoriedad e intelecto. Desde esta perspectiva, Kant es un empirista radical. De hecho, se le podría adscribir la posición de los empiristas lógicos, si no fuera por el hecho de que él no aborda los temas de los que se ocupa desde la perspectiva del lenguaje, sino desde la perspectiva del conocimiento y del funcionamiento de la mente. Pero hay un punto importante de coincidencia entre Kant y los positivistas lógicos: todo lo que sea inverificable es inaceptable: incognoscible para Kant y asignificativo para los empiristas lógicos.

Kant se ve forzado por su propio planteamiento a distinguir entre las cosas de las que tenemos experiencia y las cosas en sí mismas. De éstas no sabemos nada, pero parecería que tenemos que presuponer su realidad, porque de lo contrario no podríamos salir de los pantanos de la gnoseología empirista clásica. Ahora bien, aunque consideremos las cosas en sí mismas como entidades reales, nada de lo que digamos se les aplica o, mejor dicho, no podemos saber si lo que decimos y que vale para las “apariencias” vale también para ellas. El conocimiento, como se dijo, está ligado a la experiencia, en el sentido de experiencia ordenada, es decir, captada sensorialmente y categorizada. Como el mundo no puede ser meramente de apariencias, tenemos que presuponer que detrás de éstas hay un mundo de entidades tales como son en sí mismas, independientemente de cómo accedamos a ellas, sólo que de nada concerniente a ellas podemos hablar, por la sencilla razón de que siempre que hablemos de algo ese algo habrá sido ya absorbido, por así decirlo, por nuestra red mental. Sea lo que sea, si hablo significativamente de algo entonces automáticamente ya convertí a ese algo en un objeto de experiencia posible. En este sentido hay un sorprendente y sugerente paralelismo entre, por una parte, los razonamientos de Kant y, por la otra, los de Parménides y Meinong.

Es obvio, pues, en qué sentido Kant es un realista empírico: él defiende un empirismo radical sólo que, para evitar los absurdos y las contradicciones a los que se ven llevados los empiristas tradicionales, Kant intenta superar el obstáculo que representa la idea de un mundo de apariencias. Por lo tanto, sus experiencias no son nada más experiencias subjetivas de un agente. Por ser realista, las experiencias de las que Kant habla son, por así decirlo, “objetivas”. En eso consiste su “realismo”. Por lo tanto, Kant está aquí jugando un papel doble: enfatiza la subjetividad y luego

la suprime en aras del conocimiento. Esto nos lleva a examinar el otro lado de la moneda, esto es, la tesis del idealismo trascendental.

Kant sostiene que el espacio y el tiempo son las formas puras de la intuición sensible. En otras palabras: es sólo bajo la modalidad de espacio (relaciones espaciales) y tiempo (relaciones temporales) que, de acuerdo con él, podemos tener experiencias de objetos. Desde esta perspectiva, el espacio y el tiempo son simplemente condiciones de posibilidad de la experiencia. Es éste un punto de vista muy afín al del *Tractatus*. El espacio en particular es requerido para que podamos tener la idea de objetos “fuera” de nosotros y de objetos que son independientes unos de otros. Esto suena bien, pero habría que fijarse en que la trampa ya está puesta, porque las experiencias de las que Kant habla no son meramente subjetivas. O sea, Kant parece manejar, además de una noción simple de experiencia como recepción de *data*, otra diferente. En este segundo sentido, la experiencia kantiana no es mera vivencia, un mero contenido de la conciencia, sino que es experiencia organizada y, por lo tanto, **de** algo. Una experiencia sensorial cruda cualquiera que no fuera “espacial” no sería una experiencia en el sentido kantiano. El hecho de ser espacial (y temporal) introduce un rasgo de objetividad que cambia la naturaleza de la experiencia e indica, por lo tanto, que se está hablando de experiencias en un sentido que no es, por ejemplo, el de la experiencia pura de los empiristas. Kant sostiene que en **su** sentido de experiencia, el espacio es esencial y, para evitar acusaciones de aseveraciones inverificables, limita todo su discurso sobre el espacio y el tiempo a sus “experiencias” y rehúsa pronunciarse sobre si el espacio y el tiempo valen también para las cosas en sí. Pero en realidad, lo que queda claro es que todo su discurso sobre las cosas en sí se vuelve entonces perfectamente redundante: el rasgo de objetividad de la experiencia, requerido para poder hablar del conocimiento humano, quedó previamente introducido. Es por eso que a Kant no le preocupa especular sobre si el espacio, la aritmética, el tiempo, etc., valen o no para las cosas en sí: valen para los objetos de experiencia, que son externos al sujeto y los únicos relevantes para el conocimiento.

Si apelamos a las nociones de espacio y de geometría que hemos considerado: ¿qué es lo que Kant sostiene? De inmediato queda claro que él no distingue entre espacio perceptual y espacio real. Una vez más, él de hecho maneja dos nociones de espacio real, desdeñando una de ellas. Hay un espacio real, que es el de las experiencias posibles, y un supuesto espacio real que es el de las cosas en sí mismas y que a nadie importa. Ahora bien, su espacio es simultáneamente el perceptual y el físico, pues es el espacio de los objetos de experiencia, es decir, de los objetos del sentido externo. Dicho espacio es, según Kant, euclidiano, pues es el espacio descrito por la geometría euclidiana. Kant, no imagina que puede haber un número infinito de espacios matemáticos, pero eso es algo que, por razones obvias,

no se le puede criticar: si los matemáticos de su época no habían inventado sistemas geométricos alternativos, ni Kant ni nadie podía saber de ellos y por lo tanto él no estaba en posición de considerarlos. Ahora bien, eso no lo exime del error, independientemente de que su error haya quedado al descubierto muchos años después. ¿En qué consiste el error de Kant en lo que al espacio concierne? Primero, en que no distingue entre espacio físico y espacio perceptual y, segundo, en que sostiene que tanto el primero como el segundo, que según él son uno y el mismo, son euclidianos.

Consideremos ahora la teoría kantiana de la geometría. Ésta es para él ante todo una descripción del espacio, en el sentido omniabarcador en que él maneja el término. En relación con esto podemos categóricamente afirmar que Kant quedó, al igual que Newton, empíricamente refutado. Es interesante notar, no obstante, dos cosas. Primero, que puede sostenerse con un alto grado de plausibilidad que la posición kantiana fue elaborada con miras a refutar ni más ni menos que a Newton. En la medida en que éste sostenía que el espacio era algo real e independiente de lo que en él se encuentra, Newton estaba comprometido con la idea de que debemos de uno u otro modo tener la experiencia del espacio. Pero ¿qué clase de experiencia sería esa? Nosotros tenemos experiencias de objetos situados a diferentes distancias unos de otros, pero ¿experiencia del espacio vacío? Fue para salir de este problema que Kant se lanzó por la senda del idealismo trascendental. No obstante, hay un sentido en el que él siguió siendo newtoniano y eso es lo que explica que los avances de la ciencia que significaron la derrota de Newton representaron también la bancarrota del kantismo. Empero, Kant hizo una aportación magistral a la cuestión de la naturaleza de la geometría: para él, las proposiciones de la geometría son sintéticas *a priori*. Esto amerita algunas aclaraciones.

La posición actual más extendida es que la geometría, en tanto que rama de las matemáticas, es ciertamente *a priori*, pero también analítica. Lo que en ella se hace es deducir teoremas a partir de ciertos axiomas. Dejando de lado diversas cuestiones relacionadas con la posibilidad de traducir los resultados de la geometría a los de otras ramas de las matemáticas, lo que sí podemos afirmar es que desde la perspectiva tradicional más extendida, esto es, la empirista lógica, la concepción kantiana de la geometría (considerada como un sistema puramente formal) es acertada por cuanto la hace una disciplina *a priori*, pero falsa por cuanto la convierte en sintética. En este punto Kant está claramente equivocado. Por otra parte, si de lo que hablamos es de la geometría física, entonces se le puede reconocer a Kant que la geometría es sintética, pero no ya que es *a priori*. Después de todo, la geometría física forma parte de hipótesis físicas y, en esa medida se convierte también en una hipótesis empírica más. Nos queda por considerar la noción kantiana de geometría en tanto que aplicable al campo de la experiencia visual, de la experiencia

inmediata. Pienso que éste es el contexto en el que la concepción kantiana de la geometría y el espacio es casi totalmente acertada. Kant diría que la experiencia sensorial es necesaria y esencialmente euclidiana. O sea, el espacio perceptual es euclidiano y la geometría del espacio perceptual no es analítica ni podría, por razones evidentes de suyo, ser *a posteriori*. En este punto la posición de Kant es sorprendentemente cercana, aunque no idéntica, a la de Wittgenstein.

Si lo que hasta aquí hemos afirmado es plausible, podemos entonces inferir que es básicamente por falta de distinciones, no de ingeniosidad, que las grandes teorías del espacio y la geometría han culminado en el fracaso. Creo que con Wittgenstein se logró avanzar en el terreno de la comprensión y que se sentaron las bases para el esclarecimiento progresivo de la investigación concerniente a los espacios y a las geometrías. Lo que ahora me propongo hacer es atar cabos y tratar de establecer algunas conclusiones que permitan redondear nuestro enfoque y tratamiento del tema.

VI) *Consideraciones Generales*

Estamos quizá ya en posición de replantear, con una óptica nueva, la temática de la que nos hemos ocupado y quizá podamos sugerir vías de salida para algunos de los problemas tradicionales heredados. Y me parece que mi primera tarea debería ser la de hacer algunos recordatorios concernientes a los diversos tópicos considerados. Dijimos, por ejemplo, que en el espacio perceptual discernimos ciertas posiciones y relaciones básicas, como <arriba/abajo> y <derecho/centro/izquierda>. Este, vale la pena enfatizarlo, es el único espacio de experiencia. Los espacios matemáticos, en cambio, pertenecen a los diversos sistemas o cálculos geométricos que se inventen, en tanto que el espacio físico es un sistema geométrico integrado en una teoría científica y es también, por lo tanto, una hipótesis empírica. Así, un sistema geométrico en un contexto puramente formal adquiere un *status* diferente del que tiene en un contexto empírico.

Una inquietud que de inmediato nos asalta es: ¿son las relaciones espaciales del espacio perceptual relaciones geométricas? Si lo que hasta aquí he dicho es acertado, la respuesta es que no. Es claro que, como lo dice Wittgenstein, sea lo que sea el espacio visual éste no es un conglomerado de puntos, líneas, volúmenes, etc. El espacio perceptual no contiene objetos matemáticos. De ahí entonces que no sea un espacio geométrico en sentido estricto. Nuestro espacio visual se nos da como un todo: nadie construye su espacio visual paulatinamente, yuxtaponiendo elementos discretos unos con otros. Esa idea del espacio visual es delirante. Que la geometría se aplique en nuestro espacio perceptual lo único que hace es indicar que éste es

manipulable de cierta manera, así como el hecho de que multitud de sistemas geométricos no se puedan aplicar hace ver que su manipulación tiene límites. Como resultado que emana de la experiencia podemos decir que nuestro espacio visual es básicamente euclidiano, pero es obvio que no lo es totalmente. Ahora bien, lo que eso a su vez implica es que no hay ningún sistema geométrico susceptible de captar o de dar cuenta de o aplicarse a o de valer totalmente para nuestro espacio visual. En el espacio visual hay distancias, pero no mediciones ni cálculos; hay posiciones, pero no hay mapas; hay cuerpos, pero no hay figuras geométricas, y así indefinidamente.

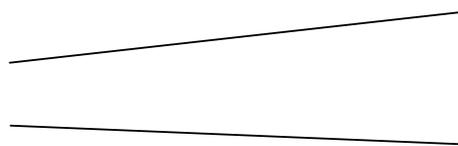
¿Qué utilidad reviste la geometría (euclidiana) en nuestra vida cotidiana? La utilidad es eminentemente práctica. Siguiendo a Wittgenstein, lo que podemos decir es que lo que hace es fijar las reglas para la significatividad de ciertas descripciones de objetos de nuestro espacio visual y de operaciones que estemos interesados en realizar con ellos. Por ejemplo, si lo que nos interesa es comprar y vender terrenos, necesitamos tener alguna manera de satisfacer dichos requerimientos de manera coordinada y sistemática. Las descripciones que podamos hacer y las indicaciones de cómo proceder para hacer ciertos cálculos las fija la geometría. En terminología wittgensteiniana, la geometría es la sintaxis de nuestras descripciones en relación con las cuales queremos realizar operaciones de cierta clase (cálculos de distancias, de áreas, de volúmenes, etc.). Sin dicha “sintaxis” las descripciones no podrían rebasar el nivel puramente fenomenológico. Pero, y esto es muy importante, la geometría, euclidiana u otra, no es ella misma la descripción de nada.

El famoso axioma de las paralelas puede servir para ilustrar lo que hemos dicho. Como se ha hecho ver en más de una vez, el axioma euclidiano de las paralelas es matemáticamente sospechoso. No es deducible de los demás axiomas de Euclides ni hay forma de probarlo. Empero, así considerado, el problema que plantea es un problema interno a las matemáticas y por lo tanto cae fuera de nuestro ámbito de discusión. Por otra parte, es claro que dicho axioma contribuye a conformar un espacio matemático particular, *viz.*, el euclidiano. Pero para nuestros objetivos el punto realmente interesante es más bien el de la relación de dicho axioma con el espacio perceptual. La interesante de dicho axioma es que muestra que puede darse una cierta discordancia entre la *data* de la vista y del tacto. Yo diría, permitiéndome un barbarismo, que el axioma en cuestión es táctilmente verdadero y visualmente inexacto: transita de verdadero a falso en función de las distancias involucradas.

Aunque quizá se podría acusarnos de caer aquí en un psicologismo inaceptable, me parece que podemos sostener que el fundamento de la geometría como ciencia son en última las posiciones y las relaciones “geográficas” (por

llamarlas de algún modo) de o en nuestro campo visual. O sea, la idea de relación geométrica tiene que tener su origen en las posiciones y relaciones básicas que nos sirven para ubicarnos y orientarnos en el espacio perceptual. Posteriormente, dicho sistema de ejes básicos se puede sistematizar e idealizar y lo que entonces tenemos es, primero, la geometría euclidiana y, después, las geometrías no-euclidianas. Este proceso de hecho se desarrolló aún más, puesto que lo que se logró hacer fue conectar de manera sistemática la geometría con la teoría de los números, de modo que cualquier sistema geométrico puede ser presentado como una teoría numérica axiomatizada. Pero es obvio que estos desarrollos ulteriores no eliminan la dependencia original de las nociones geométricas *vis-à-vis* la experiencia visual.

Los sistemas geométricos tienen ámbitos precisos de significación. ‘Línea recta’ en un espacio plano no significa lo mismo que ‘línea recta’ en un espacio curvo. Podría argumentarse que en ambos casos se quiere decir lo mismo, a saber, la distancia más corta entre dos puntos. Sin embargo, esta mismidad de significado no pasa de ser una fórmula compartida, porque las clases de líneas en cuestión son diferentes. Después de todo, una línea recta euclidiana no es lo mismo que una geodésica. No obstante, creo que lo que habría que defender es más bien la idea de que los sistemas geométricos son inconmensurables. Lo que eso quiere decir es simplemente que las afirmaciones que se hagan en un contexto son ininteligibles en otro. Lo mismo pasa con el axioma de las paralelas. Y esto está conectado con múltiples otros temas, como por ejemplo temas de percepción. Dada la definición euclidiana de ‘paralelas’, las líneas del diagrama ciertamente no lo son. Pero ¿no son acaso paralelas en otro espacio? Ello es perfectamente viable y dependerá de las definiciones que se ofrezcan. Si por medio de esas nuevas definiciones se pueden hacer cálculos confiables en, digamos, un espacio curvo, entonces esas líneas **son** paralelas, aunque obviamente no lo sean en el sentido euclidiano.



Así, el que ciertas líneas sean paralelas o no no es un asunto nada más de percepción, sino algo que depende de las definiciones que se ofrezcan, de la clase de ecuaciones que se resuelvan, etc. Y lo que obviamente no tiene el menor sentido intentar hacer es traspasar una definición de un sistema a otro.

¿Qué relaciones se dan entre el espacio perceptual y el espacio físico? Lo primero que hay que recordar es que en la física actual la noción de espacio ya no se usa sola: el concepto con el que se le reemplazó es el de “espacio-tiempo”. Pero

dejando de lado esta cuestión, lo que quisiéramos saber es lo siguiente: decididamente, el espacio físico no es un espacio de experiencia, pero entonces ¿no es real? El espacio físico es un espacio teórico y, por lo tanto, es un espacio construido. De acuerdo con Russell, por ejemplo, el espacio físico es un espacio de seis dimensiones, puesto que es una estructura de tres dimensiones constituida por medio de espacios de tres dimensiones, es decir, es una estructura tridimensional en el que cada punto es un espacio de tres dimensiones. Si así efectivamente es el espacio de la física, entonces es claro que no se trata de un espacio de experiencia. Pero entonces ¿cuál es el *status* del espacio físico, si el único espacio de experiencia para nosotros es un espacio tri-dimensional? Desde la perspectiva que hago mía, la noción física de espacio es la de un constructo que se requiere para poder efectuar cierta clase de mediciones y toda una variedad de cálculos. Pero nuestro aparato perceptual ciertamente no está adaptado para el “espacio-tiempo”. Por ejemplo, nosotros podemos hablar de una imagen mental o de un recuerdo que tuvimos en un momento dado, pero sería absurdo preguntar por la ubicación espacial de la imagen o del recuerdo.

Consideremos ahora rápidamente la idea de espacio vacío. Es, obviamente, una idea intrigante. El *Tractatus*, como vimos, la hace suya, al igual que Newton y Kant. Pero examinémosla en relación con cada uno de los espacios considerados. Primero: ¿qué sería hablar de espacio vacío en relación con el espacio perceptual? Si no hay experiencia alguna de espacio en estado puro sino sólo de relaciones espaciales de objetos, la idea de espacio sin objetos sería algo así como la idea de ceguera total, de oscuridad completa, de no percepción en lo absoluto. Si se admite que el espacio perceptual puede estar vacío, daría lo mismo tener los ojos abiertos que no tenerlos, pero ¿puede decirse que se ve algo cuando se tienen los ojos cerrados? Es obvio que no. Infero que la idea de espacio de experiencia sin objetos de experiencia, esto es, objetos perceptuales, equivale a la supresión del espacio perceptual y no puede más que dar lugar a sinsentidos. Consideremos ahora los espacios matemáticos: ¿tiene acaso sentido hablar de espacios matemáticos vacíos? El único sentido con que puedo dotar a la expresión ‘espacio matemático vacío’ es que se tendrían ciertas reglas que están allí, pero que no se usan. O sea, las reglas serían potencialmente utilizables, pero mientras no se utilizaran no podría con todo rigor hablarse de espacios matemáticos. Los espacios matemáticos son, como las demás entidades matemáticas, construibles. De ahí que no tiene sentido preguntar si son reales o no mientras de hecho no se les construya. Es como si dijéramos que el dígito número ciento cincuenta en la expansión de π es el 3: mientras no se construya dicha expansión, el 3 ni está ni no está. Eso es algo que la construcción misma determinará. Lo mismo sucede, *mutatis mutandis*, con los espacios matemáticos y sus contenidos. De ahí que tampoco en este caso tenga mayor sentido hablar de espacios vacíos. Por último: ¿qué querría decirse al hablar del espacio

físico como de un espacio vacío? Me parece que, una vez más, la idea es ininteligible. El espacio de la física no es una presuposición, sino una construcción teórica que presupone otras entidades teóricas. Pretender usar el concepto sin sus presuposiciones es mutilarlo y, por ende, inutilizarlo. Concluyo que, contrariamente a lo insinuado en el *Tractatus* y a lo sostenido por diversos pensadores importantes, la idea de espacio vacío no es más que una fórmula hueca que no permite construir ningún pensamiento genuino. Y con esto reforzamos al mismo tiempo la idea de que es el enfoque analítico lo que realmente permite el progreso en filosofía.