

Anita Burdman Feferman and Salomón Feferman, *Alfred Tarski. Life and Logic* (USA: Cambridge University Press, 2004).

Es el libro que ahora reseño un libro cuyo título ciertamente hace honor a su contenido. Quien lo lee efectivamente se entera tanto de la vida del gran lógico polaco, Alfred Tarski, de muchos detalles y anécdotas todavía desconocidas inclusive para especialistas en su obra, como de lo que fueron sus grandes aportaciones en los terrenos de las matemáticas, la teoría de conjuntos y la lógica. A través de una prosa elegante y amena, los autores reconstruyen en forma magistral tanto la vida personal como la carrera científica de Tarski, invitándonos así a realizar un intrincado pero excitante recorrido que nos lleva de la Polonia de principios del siglo XX (Tarski nació en Varsovia el 14 de enero de 1901) hasta Berkeley, California (en donde Tarski murió el 27 de octubre de 1983). El libro se compone de 15 capítulos, algunos de los cuales contienen “Interludios” (6 en total), que son secciones amplias en las que los autores, ambos matemáticos y ambos ex-discípulos de Tarski, hacen presentaciones técnicas (si bien en un lenguaje accesible al lego) de sus resultados más importantes. Los autores, evidentemente, ofrecen una ilustrativa síntesis de la celeberrima teoría de la verdad para los lenguajes formalizados, presentada oficialmente por primera vez en París durante el Congreso Internacional de Filosofía que tuvo lugar en 1935, pero también de la curiosa paradoja de Banach-Tarski, de las aportaciones de Tarski en relación con la completitud y la decidibilidad de la geometría y el análisis y de su desarrollo de la teoría de conjuntos y la teoría de modelos, así como de diversas álgebras. El libro contiene alrededor de 80 fotografías, algunas de ellas históricas (de Tarski y Gödel, del documento que acredita su cambio de apellido, de Tarski en Zakopane antes de la Segunda Guerra Mundial, de Alonzo Church, de Carnap con su primera esposa, de Kotarbiński, etc.), multitud de referencias pertinentes, tanto históricas como lógicas, y una muy útil bibliografía (completa) de los trabajos de Tarski.

Aunque estupendamente estructurado e integrado, el libro tiene obviamente dos partes claramente discernibles: la concerniente a la vida personal de Tarski (sus costumbres, posiciones políticas, congresos a los que asistió y organizó, influencia académica, etc.) y la referente a sus ideas. Por consiguiente, lo que ahora haré será hacer una presentación global de ambas (en ese orden), tratando de mantener el equilibrio que tan hábilmente los autores supieron conferirle a su trabajo.

Dejando de lado anécdotas como la de su enfermiza dependencia del tabaco, su muy polaca proclividad por las bebidas espirituosas fuertes, sus amoríos con múltiples alumnas y colegas, hábitos nocturno-matutinos de trabajo y cosas por el estilo, me parece que los datos más relevantes en la vida de Tarski son, básicamente, los siguientes: de familia judía, Alfred Tarski se llamaba originalmente ‘Alfred Tajtelbaum’ (o Teitelbaum, en su versión germana). Nació, como ya se dijo, en Varsovia, la cual se convertiría en la capital de una nación independiente en

noviembre de 1918, como resultado del Tratado de Versalles. Para quien conoce un poco de la historia de Europa Oriental, la reconstrucción de los Feferman de la atmósfera de creatividad que inundó a Polonia después de la Primera Guerra Mundial resulta sencillamente deliciosa. Naturalmente, Tarski no podía ser indiferente a dicha atmósfera y desde muy temprana edad manifestó sin ambages su preferencia por lo polaco, antes que por lo judío. El mundo judío, tan fuerte en comunidad y rico en tradiciones, aspiraciones, cultura, etc., en esa parte del mundo, nunca lo atrajo. De hecho, Tarski nunca sintió ni siquiera simpatía por el sionismo, a pesar de que cuando su genio empezó a manifestarse, esto es, desde sus estudios universitarios (1919-1924), se topó con el secular anti-semitismo polaco (al grado de que, inclusive al momento de su inopinado viaje a los Estados Unidos a veinte días de que se iniciara la invasión alemana de Polonia y estallara la Segunda Guerra Mundial, esto es, el 1° de Septiembre de 1939, no se le había todavía conferido otro puesto en la Universidad de Varsovia que el de mero asistente de Łukasiewicz!). Independientemente de ello, es muy importante entender que la motivación fundamental para su cambio de apellido fue de carácter positivo, no negativo, es decir, no fue por temor o por ambiciones ocultas que decidió polonizar su apellido y convertirse al catolicismo, sino por el poderoso sentimiento de formar parte de la nueva nación independiente antes que de cualquier otra cosa. En verdad, él siempre fue un socialista, si bien (como todo polaco que se respeta) furibundo anti-soviético.

El que Tarski se haya impuesto muy pronto en el mundo académico polaco no es algo que pueda ser ignorado, desdeñado o minimizado, dado que se encontraba en medio de una pléyade de lógicos y filósofos de primer nivel, como Łukasiewicz, Ajdukiewicz, Leśniewski, Twardowski y Kotarbiński. Así, pues, fue por su origen judío que Tarski se vio negado el acceso a la universidad. La institución que lo acogió finalmente fue un Instituto de Pedagogía, lo cual le permitió combinar clases con investigación, puesto que los contactos con sus colegas siguieron vigentes (a pesar de diversas tensiones, en especial con Leśniewski). Sus logros lo llevaron en 1928 a Viena, en donde tuvo lugar el primer encuentro entre Tarski y Gödel. La relación entre ellos, aunque no explorada a fondo, queda bien atrapada por los autores: “Para establecer la incompletitud de sistemas así [como el de *Principia Matemática*. ATB], Gödel hizo uso de un modo novedoso de codificar las nociones metamatemáticas por medio de nociones aritméticas, llamado el *método de aritmetización*, a fin de construir enunciados aritméticos que indirectamente se refieren a sí mismos de manera que niegan su propia demostrabilidad. En tanto que el mundo en general todavía luchaba para comprender estos argumentos y resultados, Tarski de inmediato captó su importancia y fue el primero en presentarlos fuera de Viena, en Varsovia, durante el encuentro de abril de la Sociedad Filosófica. Todo esto era espléndido para Gödel. Pero para Tarski fue un golpe, puesto que él sentía que había estado cerca de descubrir él mismo los teoremas de incompletitud” (p. 84). O sea, siempre hubo entre ellos una cierta rivalidad, tácita pero no por ello menos real. En todo caso, ya en los Estados Unidos,

después de esfuerzos fallidos por instalarse en Princeton, que es donde Gödel a la sazón se encontraba, Tarski obtuvo el puesto de profesor en la Universidad de California, en Berkeley. No fue sino hasta seis años después de haber abandonado su tierra natal, esto es, el 6 de enero de 1946, que Tarski pudo finalmente reencontrarse con su familia, la cual sorprendentemente había sobrevivido a la ocupación alemana. Con dicho encuentro llegó a su fin un infernal periodo de desgaste emocional que sólo alguien muy fuerte, como Tarski, habría podido resistir sin colapsarse.

Ya en Berkeley, Tarski impuso todo un programa de investigación sobre los fundamentos lógicos de la ciencia, cooptó e impulsó a destacados matemáticos, lógicos y filósofos de la ciencia, como L. Henkin, B. Mates, Dana Scott y P. Suppes, y de hecho instauró un imperio académico cuya influencia se hizo sentir en todo el mundo a lo largo de muchos años. Con Tarski a la cabeza se impusieron y florecieron en prácticamente todas las universidades serias los estudios de lógica, teoría de conjuntos, teoría de modelos y en general de fundamentos de las matemáticas, hasta llegar a su zenit, en los años 80. Gran organizador de congresos, partícipe activo en múltiples encuentros académicos, un hombre de una gran creatividad, viajero incansable, Tarski le dio, desde su universidad, un impulso sin precedente a la clase de estudios que él favorecía. Sobre esto regresaremos más abajo. Tarski murió en la gloria a la edad de 83 años.

Es difícil no sentirse un tanto asombrado, cuando uno contempla a vuelo de pájaro la obra de Tarski, el que éste goce de tanto prestigio en el mundo filosófico, dado que es obvio que sus resultados se ubican claramente en el área de (para decirlo de una manera fácil) las ciencias formales. Por qué el desarrollo de las álgebras cilíndricas o teoremas sobre la completitud y decidibilidad de la geometría y el álgebra deberían resultar excitantes e importantes para la filosofía es algo que no queda en lo más mínimo claro. El que alguien sea un artista del formalismo es ciertamente digno de admiración, pero ni mucho menos es obvia su relevancia en o para el discurso filosófico. De hecho, como argumentaré más abajo, el virtuosismo formal ha generado más de un problema en filosofía. Naturalmente, no es que haya argumentos en contra del formalismo en cuanto tal, pero sí en contra de un recurso excesivo al mismo. De ahí que, en el fondo, de toda la obra de Tarski lo único que realmente es filosóficamente relevante sea su decisivo trabajo en torno a la verdad. Aunque cuantitativamente lo que al respecto tiene que decir es poco, cualitativamente es de primera importancia. Rápidamente consideraré su trabajo sobre la verdad pero antes quisiera, a manera de ilustración, presentar la paradoja Banach-Tarski, porque ello servirá para ilustrar algo de lo que afirmado más arriba.

El trabajo de Tarski y el matemático Banach versa sobre “Sobre la descomposición de conjuntos de puntos en partes respectivamente congruentes”. Ellos presentan una paradoja que, sin embargo, no es incompatible con los principios de la teoría de conjuntos, como pasa con las paradojas conocidas (Burali-

Forti, Russell, etc.). El origen del trabajo se ubica en la geometría y tiene que ver básicamente con lo que se conoce como el problema de la medición. La idea es la siguiente: el área de cualquier polígono, regular o irregular, puede ser reducida, mediante cortes y recomposiciones, a la de un cuadrado. Pero eso no pasa con el círculo (de ahí la imposibilidad del círculo cuadrado). Y lo que pasa con áreas pasa con volúmenes. Al preguntarse por las relaciones entre conjuntos cerrados (de cualquier dimensión) de puntos y números, se plantea el problema de si se puede asignar algún número a cada subconjunto cerrado  $A$  de un espacio de  $n$  dimensiones de manera que si, después de ser dividido en subconjuntos se le puede reconstituir de modo que el resultado sea un conjunto  $B$  que tenga la misma medida que  $A$ , es decir, si la medida de la unión de los dos conjuntos ajenos es la suma de las medidas de los subconjuntos de  $A$  y si la medida de la unidad cubo de  $n$  dimensiones es igual a 1. Hausdorff demostró que la respuesta es negativa para  $n \geq 3$ . Posteriormente, Banach demostró que la respuesta es positiva para 1 y 2. Lo que Tarski y Banach demostraron es que para cualquier conjunto de espacios de dimensión superior a 3 la respuesta es negativa, sólo que en su prueba usaron el controvertido Axioma de Elección. Para ilustrar el resultado lógico-matemático: se puede descomponer una pelota de golf y reconstituirla de manera que sea del tamaño de Júpiter. En eso consiste la paradoja. Lo importante de la demostración es que recurre forzosamente a la idea lógica o conjuntista de infinito y al vilipendiado Axioma de Elección y, claro está, que no permite generar contradicciones, puesto que el axioma en cuestión es, como lo demostró Gödel, independiente de los axiomas de la teoría de conjuntos. La otra implicación fundamental de la demostración de Tarski y Banach es lo que podría llamarse la ‘imposición de la perspectiva metamatemática’.

Lo anterior está íntimamente conectado con la teoría tarskiana de la verdad. Lo interesante de la reconstrucción de los Feferman es que presentan la teoría como respuesta a un problema. Éste consiste en lo siguiente: la cláusula tarskiana de verdad a primera recoge lo que normalmente entendemos por ‘verdad’ o por ‘verdadero’, esto es,

(T)  $S$  es verdad si y sólo si  $P$

en donde ‘ $P$ ’ es el enunciado del lenguaje objeto y ‘ $S$ ’ su nombre en el metalenguaje. El problema radica en que este esquema, que se supone que es aceptable por todos, desemboca en contradicciones, como lo pone de manifiesto la Paradoja del Mentiroso. En efecto, si digo ‘estoy mintiendo’ (‘ $P$ ’), entonces ‘ $S$ ’ es verdad si y sólo si  $P$ , es decir, ‘estoy mintiendo’ es verdad si y sólo si lo que digo es falso. De acuerdo con Tarski, esta paradoja surge en el lenguaje natural porque éste es “semánticamente cerrado”, es decir, no distingue niveles de lenguaje. El problema es esencialmente, pues, esencialmente semántico. Lo que se requiere, por lo tanto, es formalizar el lenguaje de manera que el predicado “verdad” quede claramente circunscrito al meta-lenguaje. Esto implica una idea de una riqueza virtual

insospechada, puesto que la idea de lenguaje formalizado acarrea consigo toda una gama de nociones, como las de variables, cuantificadores, operadores, etc., la idea de una jerarquía de lenguajes, la crucial idea de satisfacción (mediante la cual se puede dar cuanta de la verdad de proposiciones de la forma  $(x) Fx$ ) y, por consiguiente, la de asignación (dotación de valores a variables). Todo este aparataje permite una definición simple de la verdad:

Una oración  $S$  es verdadera si y sólo si toda asignación satisface a  $S$ .

La utilidad de dicha sentencia es demostrable en cada caso.

Tarski demostró que en los lenguajes formalizados ‘verdadero’ no puede ser definido **en** los lenguajes-objeto mismos. “Verdad” pertenece, inevitablemente, al metalenguaje. Pero ¿se aplica eso al lenguaje natural, el cual ciertamente no es formalizable *in toto*? Lo más que podemos hacer es, de acuerdo con Tarski, formalizar sectores del lenguaje y en ellos definir “verdad”. En todo caso, de lo que no hay duda es de la importancia metamatemática de la teoría tarskiana de la verdad. “La teoría de la verdad de Tarski habría de tener su mayor impacto en los desarrollos técnicos de la lógica y en sus aplicaciones en el campo de la teoría de modelos” (p. 122). No deja de ser un dato curioso que multitud de filósofos hayan insistido en transportar una teoría de la verdad elaborada intencionalmente para los lenguajes formalizados al terreno del lenguaje natural, en contra de la insistencia de Tarski de que su teoría no estaba pensada para él. Por último, vale la pena notar que, desarrollada hasta sus últimas consecuencias, en lo que desemboca la teoría tarskiana es en el teorema de Gödel, por lo que la frustración que Tarski sintió cuando Gödel le comunicó sus resultados es perfectamente comprensible.

El libro de los Feferman es un espléndido trabajo, pero adolece de un defecto: los autores están tan identificados con su objeto de estudio que se vuelven incondicionales de él, de manera que cuando su propia exposición abre una posibilidad de crítica sencillamente la dejan pasar. El libro debería haber contenido o bien críticas diseminadas (sobre todo en los Apéndices) o bien un capítulo crítico al final, puesto que una evaluación global así es siempre factible. ¿Cómo es posible, por ejemplo, que los autores tranquilamente relaten que, en uno de los últimos eventos a los que Tarski asistió, en Calgary, “Después de enterarse de que el interés en Wittgenstein era alto, al día siguiente le dio a Verena una seria conferencia moral acerca de su deber de proteger a los estudiantes de malas influencias como la de Wittgenstein” (p. 373) y no hagan absolutamente ningún comentario al respecto! Después de todo, la acusación es grave y no es de cualquier persona, sino del autor del *Tractatus Logico-Philosophicus* y de las *Philosophische Untersuchungen*. Huecos así los encontramos a lo largo y ancho del libro. Por mi parte, pienso que ya estamos en posición de ofrecer una evaluación general de la obra de Tarski y me parece que, como mínimo, podría sostenerse lo siguiente: Tarski fue un hombre que

hizo avanzar enormemente a su ciencia pero, paradójicamente, por ello mismo pertenece a la clase de genios científicos que miran con desdén a la filosofía, en donde el progreso se mide de manera diferente. Junto con otros inventó un enfoque y desarrolló una técnica impresionante que permitió el avance fulgurante en muchas áreas científicas y tuvo inclusive importantes repercusiones tecnológicas. Pero ya es hora de preguntarnos cuál es el valor de su aportación para la filosofía y aquí es donde podemos defender la idea de que éste ha sido magnificado. El problema con dicha magnificación y utilización irrestricta de su teoría de la verdad (que es prácticamente todo lo que a los filósofos profesionales ha interesado) fue simplemente el bloqueo de la reflexión filosófica en torno al tema de la verdad. Si le creemos a pensadores como Donald Davidson (y su filosofía es, pienso, un buen ejemplo de ello), ya no hay nada más que decir acerca de la verdad que lo que Tarski enseñó. Eso me parece un error craso y de un dogmatismo inaceptable. El peligro del formalismo y de las demostraciones matemáticas y lógicas es que tienden a deslumbrar y, por consiguiente, a desviar la atención sobre consideraciones inesenciales o francamente superficiales. En este sentido, no está fuera de lugar afirmar que Tarski ejerció una mala influencia en la filosofía contemporánea.

Independientemente de lo anterior, el libro de Anita Burdman Feferman y de Solomon Feferman es un libro que Tarski ciertamente merecía, un libro gracias al cual uno aprende mucho sobre toda una variedad de temas, tanto filosóficos como extra-filosóficos, un libro ameno que, sin duda alguna, formará parte de la bibliografía obligada para todo aquel que pretenda adentrarse en la obra de uno de los más grandes lógicos de todos los tiempos, esto es, Alfred Tarski.