

INTRODUCCIÓN

Por Bertrand Russell, F.R.S.

Independientemente de que logre o no alcanzar la verdad última sobre los asuntos de los que se ocupa, el *Tractatus Logico-Philosophicus* del Sr. Wittgenstein ciertamente merece que se le considere, por su amplitud, alcance y profundidad, un evento importante en el mundo filosófico. Partiendo de los principios del simbolismo y de las relaciones que son necesarias entre las palabras y las cosas en cualquier lenguaje, aplica el resultado de esta investigación en varios departamentos de filosofía tradicional, mostrando en cada caso cómo la filosofía tradicional y las soluciones tradicionales surgen de la ignorancia de los principios del simbolismo y por el mal empleo del lenguaje.

Lo primero en ser tratado es la estructura lógica de las proposiciones y la naturaleza de la inferencia lógica. De ahí pasamos sucesivamente a la teoría del conocimiento, a los principios de la física, a la ética y, finalmente, a lo místico (*das Mystische*).

Para comprender el libro del Sr. Wittgenstein es necesario darse cuenta de cuál es el problema del que él se ocupa. En la parte de su teoría que trata del simbolismo él se ocupa de las condiciones que tendrían que ser satisfechas por un lenguaje lógicamente perfecto. Hay varios problemas con respecto al lenguaje. Primero, está el problema de lo que sucede en nuestras mentes cuando usamos el lenguaje con la intención de querer decir algo por medio de él; este problema pertenece a la psicología. En segundo lugar, está el problema de cuál sea la relación que subsiste entre pensamientos, palabras u oraciones y aquello a lo que refieren o significan; este problema pertenece a la epistemología. En tercer lugar, está el problema de usar oraciones de manera que se transmita verdad antes que falsedad; esto pertenece a las ciencias especiales que versan sobre el tema de las oraciones en cuestión. En cuarto lugar, está la pregunta: ¿qué relación tiene que mantener un hecho (como una oración) con otro para que sea *susceptible* de ser un símbolo para ese otro? Esta última es una pregunta lógica y es de la que se ocupa el Sr. Wittgenstein. Él se ocupa de las condiciones para un simbolismo *preciso*, *i.e.*, para un simbolismo en el que una oración ‘significa’ algo totalmente definido. En la práctica, el lenguaje es siempre más o menos vago, de manera que lo que aseveramos no es nunca del todo preciso. Así, pues, en relación con el simbolismo la lógica tiene que lidiar con dos problemas: (1) las condiciones para el sentido antes que para el sinsentido en combinaciones de símbolos; (2) las condiciones para la unicidad del significado o referencia en símbolos o condiciones de símbolos. Un lenguaje lógicamente perfecto tiene reglas de sintaxis que evitan el sinsentido y tiene

símbolos individuales que siempre tienen un significado definido y único. El Sr. Wittgenstein se ocupa de las condiciones para un lenguaje lógicamente perfecto — no es que cualquier lenguaje sea lógicamente perfecto o que nos creamos capaces de construir, aquí y ahora, un lenguaje lógicamente perfecto, sino que toda la función del lenguaje es la de tener significado y sólo cumple esta función en la medida en que se aproxima al lenguaje ideal que nosotros postulamos.

La función esencial del lenguaje es aseverar o negar hechos. Dada la sintaxis de un lenguaje, el significado de una oración queda determinado tan pronto como se conoce el significado de las palabras componentes. Independientemente de cómo pueda construirse el lenguaje, para que una determinada oración pueda aseverar un cierto hecho tiene que haber algo en común entre la estructura de la oración y la estructura del hecho. Esta es, quizá, la tesis más fundamental de la teoría del Sr. Wittgenstein. Eso mismo que tiene que ser común a la oración y al hecho no puede a su vez, así lo sostiene él, ser *dicho* en el lenguaje. Sólo puede, en su fraseología, *mostrarse*, no decirse, porque sea lo que sea que podamos decir de todos modos necesitaremos tener la misma estructura.

El primer requisito de un lenguaje ideal sería el de que hubiera un nombre para cada simple y nunca el mismo nombre para dos simples. Un nombre es un símbolo simple en el sentido en que no tiene partes que sean ellas mismas símbolos. En un lenguaje lógicamente perfecto nada que no fuera simple tendría un símbolo simple. El símbolo para el todo sería un ‘complejo’, el cual contendría a los símbolos para las partes. Como se verá más abajo, al hablar de un ‘complejo’ ya estamos pecando en contra de las reglas de la gramática filosófica, pero ello es inevitable al principio. ‘La mayoría de las proposiciones y cuestiones que se han escrito sobre temas filosóficos no son falsas, sino sinsentidos. Por consiguiente, no hay forma de que podamos responder a cuestiones de esta clase, sino solamente señalar su carencia de sentido. La mayoría de las cuestiones y proposiciones de los filósofos surgen porque no comprendemos la lógica de nuestro lenguaje. (Son de esta clase de preguntas la de si lo bueno es más o menos idéntico a lo bello)’. (4.003). Lo que es complejo en el mundo es un hecho. Los hechos que no se componen de otros hechos son lo que el Sr. Wittgenstein llama *Sachverhalte*, en tanto que a un hecho que consistiera de dos o más hechos se le llama *Tatsache*: así, por ejemplo, ‘Sócrates es sabio’ es un *Sachverhalte*, en tanto que ‘Sócrates es sabio y Platón es su alumno’ es un *Tatsache*, mas no un *Sachverhalte*.

Él equipara la expresión lingüística con la proyección en geometría. Una figura geométrica puede ser proyectada de muchos modos: cada uno de estos modos corresponde a un lenguaje diferente, pero las propiedades proyectivas de la figura original permanecen sin cambio independientemente de los modos que puedan

adoptarse. Estas propiedades proyectivas corresponden a eso que en su teoría la proposición y el hecho tienen que tener en común, si la proposición ha de aseverar el hecho.

En algunos sentidos elementales esto es, desde luego, obvio. Es imposible, por ejemplo, hacer un enunciado acerca de dos hombres (suponiendo por el momento que se puede tratar a los hombres como si fueran simples) sin emplear dos nombres y si se va a aseverar una relación entre los dos hombres será necesario que la oración con la que se hace la aseveración establezca una relación entre los dos nombres. Si decimos 'Platón ama a Sócrates', la palabra 'ama' que aparece entre la palabra 'Platón' y la palabra 'Sócrates' establece una cierta relación entre estas dos palabras y es a este hecho que se debe que nuestra oración pueda aseverar una relación entre las personas nombradas por las palabras 'Platón' y 'Sócrates'. 'No: el signo complejo " aRb " dice que a está en una relación R con b ", sino: "*Que 'a' está en una cierta relación con 'b' dice que aRb* " (3.1432).

El Sr. Wittgenstein empieza su teoría del simbolismo con el enunciado (2.1): 'Nosotros nos hacemos retratos de los hechos'. Un retrato, dice, es un modelo de la realidad y a los objetos en la realidad corresponden los elementos en el retrato: el retrato mismo es un hecho. El hecho de que las cosas tengan una cierta relación entre sí está representada por el hecho de que en el retrato sus elementos tienen una cierta relación entre sí. 'Entre el retrato y lo retratado tiene que haber algo idéntico para que uno pueda siquiera ser retrato del otro. Lo que el retrato tiene que tener en común con la realidad para poder retratarla al modo como lo hace - correcta o incorrectamente - es su forma pictórica' (2.161, 2.17).

Hablamos de un retrato lógico de la realidad cuando deseamos implicar únicamente tanta semejanza como sea esencial para que se trate en cualquier sentido de un retrato, es decir, cuando no deseamos implicar más que identidad de forma lógica. El retrato lógico de un hecho, dice, es un *Gedanke*. Un retrato puede corresponder o no corresponder al hecho y, por consiguiente, ser verdadero o falso, pero en ambos casos comparte la forma lógica con el hecho. El sentido en el que él habla de retratos queda ilustrado por su enunciado: 'El disco, el pensamiento musical, la notación musical, las ondas acústicas, están todos en la misma relación pictórica interna que se da entre el lenguaje y el mundo. A todo esto es común la estructura lógica. (Como en la fábula, los dos jóvenes, sus dos caballos y sus lirios. En cierto sentido, todos ellos son lo mismo). (4.014). La posibilidad de que una proposición represente un hecho descansa en el hecho de que en ella los objetos están representados por signos. Las así llamadas 'constantes' lógicas no están representadas por signos, sino que ellas mismas están presentes en la proposición como en el hecho. La proposición y el hecho deben exhibir la misma 'multiplicidad'

lógica y ésta no puede ella misma ser representada por signos, puesto que tiene que ser común al hecho y al retrato. El Sr. Wittgenstein sostiene que todo lo que es propiamente filosófico pertenece a lo que sólo se puede mostrar, a lo que tienen en común un hecho y su retrato lógico. Resulta de esta concepción que nada correcto se puede decir en filosofía. Toda proposición filosófica es mala gramática y a lo más que podemos aspirar mediante la discusión filosófica es a guiar a la gente para que vea que la discusión filosófica es un error. ‘La filosofía no es una de las ciencias naturales. (La palabra “filosofía” debe designar algo que esté por encima o por debajo de las ciencias naturales, pero no junto a ellas). El objetivo de la filosofía es la aclaración lógica del pensamiento. La filosofía no es una doctrina, sino más bien una actividad. Una obra de filosofía se compone esencialmente de elucidaciones. El resultado de la filosofía no son “proposiciones filosóficas”, sino el esclarecimiento de las proposiciones. La filosofía debería aclarar y delimitar con precisión los pensamientos que de otro modo serían oscuros y confusos’. (4.111 y 4.112). En concordancia con este principio, todas las cosas que se tienen que decir para guiar al lector a fin de que comprenda la teoría del Sr. Wittgenstein son cosas que la teoría misma condena. Hecha esta advertencia, intentaremos transmitir el cuadro del mundo que parece subyacer a su sistema.

El mundo consiste en hechos: estrictamente hablando, los hechos no pueden definirse, pero podemos explicar lo que queremos decir afirmando que los hechos son lo que hacen verdaderas o falsas a las proposiciones. Los hechos pueden contener partes que son hechos o pueden no hacerlo; por ejemplo, ‘Sócrates era un ateniense sabio’ se compone de dos hechos, ‘Sócrates era ateniense’ y ‘Sócrates era sabio’. A un hecho que no tiene partes que sean hechos el Sr. Wittgenstein lo llama un *Sarverhalt*. Esto es lo mismo que lo que llama un hecho atómico. Aunque no contiene partes que sean hechos, de todos modos un hecho atómico contiene partes. Si podemos considerar a ‘Sócrates es sabio’ como un hecho atómico, percibimos que contiene los componentes ‘Sócrates’ y ‘sabio’. Si se efectúa un análisis tan completo como sea posible (lo que se tiene en mente es posibilidad teórica, no práctica) de un hecho atómico, los componentes a los que finalmente se llega pueden llamarse ‘simples’ u ‘objetos’. Wittgenstein no pretende que de hecho podamos aislar lo simple o que tengamos conocimiento empírico de él. Se trata de una necesidad lógica exigida por la teoría, como un electrón. Su razón para sostener que tiene que haber simples es que todo complejo presupone un hecho. No se asume necesariamente que la complejidad de los hechos sea finita; inclusive si cada hecho se compusiera de un número infinito de hechos atómicos y si cada hecho atómico se compusiera de un número infinito de objetos, de todos modos tendría que haber objetos y hechos atómicos (4.2211). La aseveración de que hay un cierto complejo se reduce a la aseveración de que sus componentes están relacionados de cierto modo, que es la aseveración de un *hecho*: así, si le damos un nombre al complejo, el

nombre sólo tiene significado en virtud de la verdad de una cierta proposición, a saber, la proposición que asevera que los componentes del complejo están relacionados. Así, pues, el que se nombren complejos presupone proposiciones, en tanto que las proposiciones presuponen que los simples se nombren. De este modo se muestra que el que se nombren simples es lógicamente lo primero en la lógica.

El mundo queda plenamente descrito si se conocen todos los hechos atómicos, junto con el hecho de que esos son todos ellos. El mundo no queda descrito nada más por nombrar los objetos que hay en él; es necesario también conocer los hechos atómicos de los que estos objetos son los componentes. Dada esta totalidad de hechos atómicos se puede teóricamente inferir cualquier proposición verdadera, independientemente de qué tan compleja sea. A una proposición (verdadera o falsa) que asevera un hecho atómico se le llama una proposición atómica. Todas las proposiciones atómicas son lógicamente independientes entre sí. Ninguna proposición atómica implica a alguna otra o es inconsistente con ninguna otra. Así, toda la cuestión de la inferencia lógica tiene que ver con las proposiciones que no son atómicas. A estas proposiciones se les puede llamar moleculares.

La teoría de Wittgenstein de las proposiciones moleculares gira en torno a su teoría de la construcción de las funciones de verdad.

Una función de verdad de una proposición p es una proposición que contiene a p y tal que su verdad o falsedad depende únicamente de la verdad o falsedad de p y, asimismo, una función de verdad de varias proposiciones p, q, r, \dots es una proposición que contiene p, q, r, \dots y tal que su verdad o falsedad depende únicamente de la verdad o falsedad de p, q, r, \dots . A primera vista, podría parecer como si hubiera otras funciones de proposiciones, además de las funciones de verdad, como por ejemplo lo sería 'A cree p ', ya que en general A creará algunas proposiciones verdaderas y algunas proposiciones falsas: a menos de que se trate de un individuo excepcionalmente dotado, no podemos inferir que p es verdadera del hecho de que él la cree, ni que es falsa del hecho de que no la cree. Otras aparentes excepciones serían como ' p es una proposición muy compleja' o ' p es una proposición acerca de Sócrates'. No obstante, el Sr. Wittgenstein sostiene, por razones que ahora presento, que dichas excepciones son sólo aparentes y que toda función de una proposición es realmente una función de verdad. Se sigue que si podemos definir de manera general las funciones de verdad, podremos obtener una definición general de todas las proposiciones en términos del conjunto original de proposiciones atómicas. Esto es lo que Wittgenstein pasa a efectuar.

El Dr. Sheffer ya hizo ver (*Trans. Am. Math. Soc.*, Vol. XIV. pp. 481-488) que, a partir de cualquiera de las dos funciones ‘no p o no q ’ o ‘no p y no q ’, se pueden construir todas las funciones de verdad de un conjunto dado de proposiciones. Wittgenstein hace uso de la segunda, presuponiendo así el conocimiento de la obra del Dr. Sheffer. El modo como se construyen las otras funciones de verdad a partir de ‘no p y no q ’ es fácil de ver. ‘No p y no p ’ es equivalente a ‘no p ’, por lo que obtenemos una definición de la negación en términos de nuestra función primitiva: de ahí que podamos definir ‘ p o q ’, puesto que esto es la negación de ‘no p y no q ’, *i.e.*, de nuestra función primitiva. El desarrollo de las otras funciones de verdad a partir de ‘no p ’ y ‘ p o q ’ está dado en detalle al comienzo de *Principia Mathematica*. Esto nos da todo lo que queremos cuando las proposiciones que son argumentos de nuestra función de verdad se dan por enumeración. Sin embargo, Wittgenstein, mediante un análisis sumamente interesante, logra extender el proceso a las proposiciones generales, *i.e.*, a casos en los que las proposiciones que son argumentos para nuestra función de verdad no están dadas por enumeración, sino que están dadas como todas aquellas que satisfacen alguna condición. Por ejemplo, sea fx una función proposicional (*i.e.*, una función cuyos valores son proposiciones), como ‘ x es humano’ — entonces los diversos valores de fx forman un conjunto de proposiciones. Podemos extender la idea ‘no p y no q ’ de manera que se aplique a la negación simultánea de todas las proposiciones que son valores de fx . De esta manera llegamos a la proposición que comúnmente se representa en lógica matemática mediante las palabras ‘ fx es falsa para todos los valores de x ’. La negación de esto sería la proposición ‘hay por lo menos una x para la que fx es verdadera’, que es representada por ‘ $(\exists x) . fx$ ’. Si hubiéramos empezado con no fx en lugar de fx habríamos llegado a la proposición ‘ fx es verdadera para todos los valores de x ’, la cual es representada por ‘ $(x) . fx$ ’. El método de Wittgenstein para dar cuenta de las proposiciones generales [*i.e.*, ‘ $(x) . fx$ ’] y ‘ $(\exists x) . fx$ ’] difiere de métodos anteriores por el hecho de que la generalidad aparece solamente al especificar el conjunto de proposiciones involucradas y una vez hecho esto la construcción de las funciones de verdad procede exactamente como se haría en el caso de un número finito de argumentos enumerados p, q, r, \dots .

En este punto, la explicación que el Sr. Wittgenstein proporciona de su simbolismo no está del todo dada en el texto. El símbolo que él usa es

$$[p, \xi, N(\xi)].$$

Lo que sigue es la explicación de este símbolo:

p está en lugar de todas las proposiciones atómicas
 ξ está en lugar de cualquier conjunto de proposiciones

$N(\xi)$ está en lugar de la negación de todas las proposiciones que conforman a ξ .

El símbolo completo $[p, \xi, N(\xi)]$ significa todo aquello que puede obtenerse al hacer cualquier selección de proposiciones atómicas, negarlas a todas y luego tomar cualquier selección del conjunto de proposiciones ahora obtenidas, junto con cualquiera de las originales — y así indefinidamente. Esto es, dice él, la función de verdad general y, también, la forma general de la proposición. Lo que esto significa es algo menos complicado de como suena. Se pretende que el símbolo describa un proceso con ayuda del cual, dadas las proposiciones atómicas, todas las otras puedan fabricarse. El proceso depende de:

- (a) La prueba de Sheffer de que todas las funciones de verdad se pueden obtener a partir de la negación simultánea, *i.e.*, a partir de ‘no p y no q ’;
- (b) La teoría del Sr. Wittgenstein acerca de la derivación de las proposiciones generales a partir de conjunciones y disyunciones;
- (c) La aseveración de que una proposición sólo puede aparecer en otra proposición como argumento para una función de verdad.

Dados estos tres fundamentos, se sigue que todas las proposiciones que no sean atómicas se pueden derivar tal como son mediante un proceso uniforme y es este proceso lo que el símbolo del Sr. Wittgenstein indica.

Partiendo de este método uniforme de construcción, logramos una sorprendente simplificación de la teoría de la inferencia, así como llegamos a una definición de la clase de proposiciones que pertenecen a la lógica. El método de generalización que acaba de ser descrito le permite a Wittgenstein decir que todas las proposiciones se pueden construir, al modo como quedó indicado más arriba, a partir de proposiciones atómicas, y de este manera se define la totalidad de las proposiciones. (Se da cuenta de las aparentes excepciones que mencionamos más arriba de un modo que consideraremos más abajo). Wittgenstein está ya en posición de aseverar que las proposiciones son todo lo que se sigue de la totalidad de las proposiciones atómicas (junto con el hecho de que es la totalidad de ellas) que una proposición es siempre una función de verdad de proposiciones atómicas y que si p se sigue de q el significado de p está contenido en el de q , de lo cual desde luego resulta que no se puede deducir nada de una proposición atómica. Todas las proposiciones de la lógica, sostiene, son tautologías, como por ejemplo ‘ p o no p ’.

El hecho de que no se pueda deducir nada de una proposición atómica tiene aplicaciones interesantes, por ejemplo a la causalidad. En la lógica de Wittgenstein no puede haber algo así como un nexo causal. ‘No *podemos* inferir acontecimientos

futuros a partir de los presentes. La creencia en el nexos causa es *superstición*. Que el sol aparecerá mañana es una hipótesis. De hecho no sabemos si aparecerá, puesto que no se da ninguna compulsión de acuerdo con la cual una cosa deba suceder porque otra acontece.

Abordemos ahora otro tema — el de los nombres. En el lenguaje lógico teórico de Wittgenstein, se les da nombres sólo a los simples. No le damos dos nombres a una cosa o un nombre a dos cosas. De acuerdo con él, no hay ninguna forma mediante la cual podamos describir la totalidad de las cosas que pueden ser nombradas, o en otras palabras, la totalidad de lo que hay en el mundo. Para poder hacer esto, tendríamos que saber de alguna propiedad que por necesidad lógica tiene que pertenecer a toda cosa. Ya se trató de encontrar una propiedad así en la auto-identidad, pero Wittgenstein somete la concepción de la identidad a una crítica destructiva de la que no parece haber escapatoria. Se rechaza la definición de la identidad por medio de la identidad de los indiscernibles, porque la identidad de los indiscernibles no parece ser un principio lógicamente necesario. De acuerdo con este principio x es idéntico a y si toda propiedad de x es una propiedad de y , pero después de todo sería lógicamente posible que dos cosas tuvieran exactamente las mismas propiedades. Si de hecho esto no sucede, ello es una característica accidental del mundo, no una característica lógicamente necesaria y, claro está, las características accidentales del mundo no deben ser admitidas en la estructura de la lógica. Por consiguiente, el Sr. Wittgenstein expulsa la identidad y adopta la convención de que diferentes letras habrán de significar diferentes cosas. En la práctica se necesita la identidad entre, por ejemplo, un nombre y una descripción o entre dos descripciones. Se le necesita para proposiciones como ‘Sócrates es el filósofo que bebió la cicuta’ o ‘el primo par es el número después del 1’. En el sistema de Wittgenstein es fácil prever usos así de la identidad.

El rechazo de la identidad elimina un método de hablar de la totalidad de las cosas y nos encontraremos con que cualquier otro método que pueda sugerirse es igualmente falaz: por lo menos, así lo sostiene Wittgenstein, y pienso que con razón. Esto equivale a decir que ‘objeto’ es un pseudo-concepto. Decir ‘ x es un objeto’ no es decir nada. Se sigue de esto que no podemos hacer enunciados como ‘hay más de tres objetos en el mundo’ o ‘hay un número infinito de objetos en el mundo’. Los objetos sólo se pueden mencionar en conexión con alguna propiedad definida. Podemos decir ‘hay más de tres objetos que sean humanos’ o ‘hay más de tres objetos que sean rojos’, ya que en estos enunciados se puede reemplazar la palabra ‘objeto’ por una variable en el lenguaje de la lógica, en donde la variable es tal que satisface en el primer caso la función ‘ x es humano’ y en el segundo la función ‘ x es rojo’. Pero cuando intentamos decir ‘hay más de tres objetos’, esta sustitución de la

variable por la palabra 'objeto' se vuelve imposible y se ve, por lo tanto, que la proposición es asignificativa.

Tocamos aquí un caso de la tesis fundamental de Wittgenstein, a saber, que es imposible decir cualquier cosa acerca del mundo como todo y que todo lo que pueda decirse tiene que ser acerca de porciones circunscritas del mundo. Este punto de vista pudo haber sido sugerido, originalmente, por la notación \forall , si ello es así, hay mucho en su favor, porque una buena notación tiene un carácter sutil y sugerente que en ocasiones la hace parecer como un maestro viviente. A menudo las irregularidades notacionales son el primer signo de errores filosóficos y una notación perfecta sería un sustituto para el pensamiento. Pero aunque en un principio la notación haya podido sugerir al Sr. Wittgenstein la limitación por parte de la lógica respecto de las cosas dentro del mundo en tanto que opuestas al mundo como un todo, se ve de todos modos que la concepción, una vez sugerida, tiene mucho más para ser recomendada. Si es en última instancia verdadera, por mi parte no profeso saberlo. En esta Introducción mi función es exponerla, no pronunciarme acerca de ella. De acuerdo con esta concepción, sólo podríamos decir cosas acerca del mundo si pudiéramos salir del mundo, esto es, si éste dejara de ser para nosotros el mundo en su totalidad. Nuestro mundo pudiera estar limitado por algún ser superior que puede vigilarlo desde arriba, pero para nosotros, por finito que sea, no puede tener un límite, puesto que no hay nada fuera de él. Como analogía, Wittgenstein usa el campo visual. Para nosotros, nuestro campo visual no tiene límites, precisamente porque no hay nada fuera de él; de igual manera, nuestro mundo lógico no tiene fronteras lógicas porque nuestra lógica no sabe de nada fuera de ella. Estas consideraciones lo conducen a una discusión un tanto curiosa acerca del solipsismo. La lógica, afirma, permea el mundo. Los límites del mundo son también sus límites. En lógica, por lo tanto, no podemos decir en el mundo hay esto y esto pero no aquello, porque decir eso aparentemente presupondría que excluimos ciertas posibilidades y no puede ser éste el caso, puesto que ello requeriría que la lógica rebasara los límites del mundo, como si también pudiera contemplar dichos límites desde el otro lado. No podemos pensar lo que no podemos pensar y, por lo tanto, tampoco podemos decir lo que no podemos pensar.

Esto, él dice, da la clave para el solipsismo. Lo que el solipsismo pretende es perfectamente correcto, pero no puede decirse sino sólo mostrarse. Que el mundo es *mi* mundo se manifiesta en el hecho de que los límites del lenguaje (el único lenguaje que yo comprendo) indican los límites de mi mundo. El sujeto metafísico no pertenece al mundo, sino que es un límite del mundo.

Debemos abordar ahora la cuestión de las proposiciones moleculares que a primera vista no son funciones de verdad de las proposiciones que contienen, como sucede por ejemplo con ‘A cree p ’.

Wittgenstein introduce el tema en la presentación de su posición, a saber, que todas las funciones moleculares son funciones de verdad. Él dice (5.54): ‘En la forma proposicional general una proposición entra en otra únicamente como base de operaciones de verdad’. A primera vista, pasa él a explicar, parecería como si una proposición pudiera aparecer también de otros modos, *e.g.*, ‘A cree p ’. Superficialmente, aquí parece como si la proposición p estuviera en una especie de relación con el objeto A. ‘Pero es claro, sin embargo, que ‘A cree que p ’, ‘A piensa p ’, ‘A dice p ’, son de la forma ‘“ p ” dice p ’. Y aquí se trata no de la coordinación de un hecho con un objeto, sino de la coordinación de hechos a través de la coordinación de sus objetos’ (5.542).

Lo que aquí el Sr. Wittgenstein dice está dicho en forma tan breve que es muy probable que su contenido no resulte claro para aquellos que no tienen en mente las controversias de las que él se ocupa. La teoría con la que él está en desacuerdo se encontrará en mis artículos sobre la naturaleza de la verdad y la falsedad en *Philosophical Essays* y *Proceedings of the Aristotelian Society*, 1906-7. El problema que está en juego es el problema de la forma lógica de la creencia, *i.e.*, cuál es el esquema que representa lo que ocurre cuando un hombre cree. El problema vale, claro está, no sólo para la creencia, sino para todo un conglomerado de otros fenómenos mentales a los que se podría llamar actitudes proposicionales: dudar, considerar, desear, etc. En todos estos casos parece natural expresar el fenómeno en la forma ‘A duda p ’, ‘A desea p ’, etc., lo que hace que parezca como si nos las estuviéramos viendo con una relación entre una persona y una proposición. Desde luego que esto no puede ser el análisis final puesto que, al igual que las proposiciones, las personas son ficciones, salvo en el sentido en el que ellas son hechos por cuenta propia. Una proposición, considerada como un hecho por cuenta propia, puede ser un conjunto de palabras que un hombre se dice a sí mismo o una imagen compleja o un tren de imágenes que pasa por su mente o un conjunto de movimientos corpóreos incipientes. Puede ser cualquiera de innumerables cosas diferentes. La proposición como un hecho por cuenta propia, por ejemplo el conjunto real de palabras que el hombre pronuncia para sí mismo, no es relevante en lógica. Lo que es relevante para la lógica es aquel elemento común a todos esos hechos y que le permiten, como decimos, *referirse* al hecho que la proposición asevera. Para la psicología, desde luego, son relevantes más cosas, ya que un símbolo no significa lo que simboliza en virtud únicamente de una relación lógica, sino en virtud también de una relación psicológica de intención o asociación o lo que sea. La parte psicológica del significado, sin embargo, no es de incumbencia del

lógico. Lo que a él le importa en este problema de la creencia es el esquema lógico. Es claro que, para explicar lo que está pasando cuando una persona cree una proposición, no se tiene que asumir a la persona, considerada como un sujeto metafísico. Lo que tiene que explicarse es la relación entre el conjunto de palabras que es la proposición considerada como un hecho por cuenta propia y el hecho 'objetivo' que hace verdadera o falsa la proposición. En última instancia, esto se reduce a la cuestión del significado de las proposiciones, es decir, el significado de las proposiciones es la única porción no psicológica del problema involucrado en el análisis de la creencia. Este problema es simplemente el de una relación de dos hechos, a saber, la relación entre la serie de palabras usadas por el creyente y el hecho que hace verdaderas o falsas a esas palabras. La serie de palabras es un hecho tanto como eso que la hace verdadera o falsa es un hecho. La relación entre estos dos hechos no es inanalizable, puesto que el significado de una proposición resulta del significado de sus palabras componentes. El significado de la serie de palabras que es una proposición es una función de los significados de las palabras separadas. Por consiguiente la proposición como un todo no entra realmente en lo que ha de explicarse al explicar el significado de la proposición. Quizá contribuiría a sugerir el punto de vista que estoy tratando de indicar decir que en los casos que hemos estado considerando la proposición aparece como un hecho, no como una proposición. Sin embargo, no se debe tomar un enunciado así demasiado literalmente. El punto importante es que al creer, desear, etc., lo que es lógicamente fundamental es la relación de una proposición, *considerada como un hecho*, con el hecho que la hace verdadera o falsa y esa relación de dos hechos es reducible a una relación de sus componentes. Así, la proposición no aparece en absoluto en el mismo sentido en que aparece en una función de verdad.

Hay algunos respectos en los que, tal me lo parece, la teoría del Sr. Wittgenstein necesita un mayor desarrollo técnico. Esto se aplica en particular a su teoría del número (6.02 y sigs.) la cual, así como está, es susceptible de dar cuenta únicamente de los números finitos. Ninguna lógica puede considerarse adecuada hasta que se muestre que es susceptible de dar cuenta de los números transfinitos. No pienso que haya nada en el sistema del Sr. Wittgenstein que haga imposible que llene este hueco.

Más interesante que estas cuestiones comparativamente detalladas es la actitud del Sr. Wittgenstein hacia lo místico. Su actitud al respecto brota naturalmente de su doctrina de lógica pura, de acuerdo con la cual la proposición lógica es un retrato (verdadero o falso) del hecho y tiene, en común con el hecho, una cierta estructura. Es esta estructura común lo que lo hace susceptible de ser un retrato del hecho, pero la estructura misma no puede ser puesta en palabras, puesto que es una estructura *de* palabras así como de los hechos a los que ellas refieren. Por

lo tanto, todo lo que comporta la idea misma de la expresividad del lenguaje tendrá que seguir siendo reacio a su ser expresado en el lenguaje y es, por lo tanto, inexpresable en un sentido perfectamente preciso. Esto que es inexpresable contiene, según el Sr. Wittgenstein, el todo de la lógica y la filosofía. El método correcto de enseñar filosofía, dice, sería el de limitarse a las proposiciones de las ciencias, enunciadas con toda la claridad y la exactitud posibles, dejándole las aseveraciones filosóficas al aprendiz y probándole, siempre que las hiciera, que son asignificativas. Es verdad que el destino de Sócrates podría caer sobre un hombre que intentara este método de enseñanza, pero no es este miedo lo que habrá de disuadirnos, si es el único método correcto. No es esto lo que causa cierto titubeo en aceptar la posición del Sr. Wittgenstein, a pesar de los muy poderosos argumentos que aporta en su apoyo. Lo que causa el titubeo es el hecho de que, después de todo, el Sr. Wittgenstein se las arregla para decir un buen número de cosas acerca de lo que no se puede decir, sugiriéndole así al lector escéptico el que posiblemente haya una escapatoria a través de una jerarquía de lenguajes, o mediante alguna otra salida. Todo el tema de la ética, por ejemplo, es colocado por el Sr. Wittgenstein en la región mística e inexpresable. No obstante, él resulta capaz de transmitir sus opiniones éticas. Su defensa sería que lo que él llama lo místico se puede mostrar, aunque no se pueda decir. Pudiera ser que esta defensa fuera adecuada pero, por mi parte, confieso que me deja con un cierto sentido de inconformidad intelectual.

Hay un problema puramente lógico con respecto al cual estas dificultades son particularmente agudas. Me refiero al problema de la generalidad. En la teoría de la generalidad es necesario considerar todas las proposiciones de la forma fx en donde fx es una función proposicional dada. Esto pertenece a la parte de la lógica que puede expresarse, según el sistema del Sr. Wittgenstein. Pero entre las cosas de las que se puede hablar, el Sr. Wittgenstein no admite la totalidad de los valores posibles de x que podría parecer que están involucrados en la totalidad de las proposiciones de la forma fx , pues ésta no es otra que la totalidad de las cosas del mundo y, por consiguiente, comporta el intento por concebir el mundo como un todo; ‘sentir el mundo como un todo limitado es lo místico’; de ahí que la totalidad de los valores de x sea lo místico (6.45). Esto está argumentado en forma expresa cuando el Sr. Wittgenstein niega que podamos hacer proposiciones respecto a cuántas cosas hay en el mundo, como por ejemplo que hay más de tres.

En mi opinión, estas dificultades sugieren una posibilidad como la siguiente: que todo lenguaje tiene, como dice el Sr. Wittgenstein, una estructura respecto a la cual, *en el lenguaje*, no puede decirse nada, pero que podría haber otro lenguaje que se ocupara de la estructura del primer lenguaje y que tuviera él mismo una nueva estructura y que pudiera no haber límite a esta jerarquía de lenguajes. El Sr. Wittgenstein, claro está, contestaría que toda su teoría se aplica sin modificaciones

a la totalidad de dichos lenguajes. La única respuesta sería negar que hay dicha totalidad. El Sr. Wittgenstein piensa que las totalidades respecto de las cuales él sostiene que es imposible hablar lógicamente de todos modos existen y son el tema de su misticismo. La totalidad que resulta de nuestra jerarquía sería no tan sólo meramente inexpresable, sino una ficción, un mero espejismo y, de esta manera, la supuesta esfera de lo místico quedaría abolida. Una hipótesis así es muy difícil y puedo ver objeciones en su contra que por el momento no sabría cómo responder. Sin embargo, no veo cómo una hipótesis más fácil pudiera eludir las conclusiones del Sr. Wittgenstein. Inclusive si esta muy difícil hipótesis resultara defendible, dejaría intacta una gran parte de la teoría del Sr. Wittgenstein, aunque posiblemente no la parte en la que él mismo más desearía insistir. Como alguien con una larga experiencia en las dificultades de la lógica y del carácter engañoso de las teorías que parecen irrefutables, me encuentro yo mismo imposibilitado para sentirme seguro de la corrección de una teoría, tan sólo sobre la base de que no puedo ver ningún punto en el que esté mal. Pero haber construido una teoría de lógica que no es en ningún punto obviamente equivocada es haber realizado una labor de una extraordinaria dificultad e importancia. En mi opinión, este mérito recae sobre el libro del Sr. Wittgenstein y lo convierte en una obra que ningún filósofo serio se puede permitir descuidar.

Bertrand Russell

Mayo 1922

Ludwig Wittgenstein

TRACTATUS
LOGICO-PHILOSOPHICUS

PRÓLOGO

Quizá este libro pueda comprenderlo sólo aquel que haya tenido los mismos pensamientos que los que en él se expresan – o pensamientos parecidos. No es, pues, un manual. Habrá alcanzado su objetivo si logra dar satisfacción a quien lo leyó comprendiéndolo.

El libro lidia con problemas de filosofía y muestra – así lo creo – que el planteamiento de estos problemas surge de incomprendiones concernientes a la lógica de nuestro lenguaje. Todo el sentido del libro se puede resumir en las siguientes palabras: lo que pueda en absoluto decirse, puede decirse con claridad; y de lo que no se puede hablar, mejor es callarse.

Este libro quiere pues, también, trazar un límite al pensamiento o, mejor dicho, no al pensamiento, sino a la expresión del pensamiento. Puesto que para trazar un límite al pensamiento tendríamos que poder pensar ambos lados de dicho límite (y tendríamos por consiguiente que poder pensar lo que no se puede pensar).

Por lo tanto, este límite sólo puede trazarse en el lenguaje y todo cuanto quede del otro lado del límite será simplemente un sinsentido.

En qué medida mis esfuerzos coincidan con los de otros filósofos es algo que no quiero juzgar. En verdad, lo que aquí he escrito no tiene realmente ninguna pretensión de novedad. Y es por ello que no menciono ninguna fuente, puesto que es para mí indiferente que lo que yo he pensado lo haya pensado otro antes que yo.

Sólo quiero hacer constar que es en gran medida a la gran obra de Frege y a los trabajos de mi amigo Bertrand Russell que debo la estimulación de mis pensamientos.

Si este escrito tiene algún valor, éste consiste en dos cosas. Primero, que en él se expresan pensamientos y este valor será mayor cuanto mejor estén expresados – cuanto mayor se haya remachado el clavo. Estoy consciente aquí de no haber profundizado todo lo que era posible, sencillamente porque mis fuerzas son insuficientes para cumplir con dicha tarea. Puedan otros emprenderla y hacerlo mejor.

Por otra parte, la *verdad* de los pensamientos aquí comunicados me parece intocable y definitiva. Soy, pues, de la opinión de que, en lo esencial, los problemas quedaron finalmente resueltos. Y si no estoy en un error al respecto, el valor de este trabajo consiste, en segundo lugar, en que muestra cuán poco se ha hecho cuando se han resuelto los problemas.

I) *El mundo como una totalidad de hechos en el espacio lógico*

- 1 El mundo es todo lo que acontece.
- 1.1 El mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas.
- 1.11 El mundo está determinado por los hechos y por ser *todos* los hechos.
- 1.12 Ya que la totalidad de los hechos determina lo que acontece y también todo lo que no acontece.
- 1.13 Los hechos en el espacio lógico son el mundo.
- 1.2 El mundo se divide en hechos.
- 1.21 Cualquier hecho puede acontecer o no acontecer y todos los demás siguen igual.

II) *Hechos simples, objetos y espacio lógico*

- 2 Lo que acontece, el hecho, es la existencia de los hechos simples.
- 2.01 Un hecho simple es una combinación de objetos (entidades, cosas).
- 2.011 Es esencial a la cosa que pueda ser un componente de un hecho simple.
- 2.012 En lógica nada es contingente: si la cosa *puede* entrar en un hecho simple, la posibilidad del hecho simple debe ya estar inscrita en la cosa.
- 2.0121 Parecería como una mera casualidad el que una cosa que puede existir por sí sola encajara posteriormente en un hecho simple.
Si una cosa puede entrar en un hecho simple, esta posibilidad ya debe estar en ella.
(Lo que pertenece a la lógica no puede ser meramente posible. La lógica lidia con todas las posibilidades y todas las posibilidades son sus hechos).
Así como no podemos en absoluto pensar objetos espaciales fuera del espacio ni objetos temporales fuera del tiempo, así tampoco podemos pensar *ningún* objeto sin la posibilidad de integrarse con otros.
Si puedo pensar el objeto en la integración de un hecho simple, entonces no puedo pensarlo sin la *posibilidad* de esa integración.
- 2.0122 Las cosas son independientes, por cuanto pueden formar parte de todos los hechos simples *posibles*, pero esta forma de independencia es una forma de conexión con los hechos simples, una forma de dependencia. (Es imposible que las palabras aparezcan de dos modos diferentes, solas y en proposiciones).

- 2.0123 Si conozco un objeto, entonces conozco también la totalidad de sus posibilidades de formar parte de hechos simples.
(Cada una de dichas posibilidades tiene ya que estar inscrita en la naturaleza del objeto).
No se puede posteriormente encontrar una nueva posibilidad.
- 2.01231 Para conocer un objeto tengo que conocer no sus propiedades externas, sino todas sus propiedades internas.
- 2.0124 Si se dan todos los objetos, entonces con ellos se dan también todos los hechos simples *posibles*.
- 2.013 Cada cosa está, por así decirlo, en un espacio de hechos simples posibles. Puedo pensar que este espacio está vacío, pero no puedo pensar la cosa sin el espacio.
- 2.0131 Un objeto espacial tiene que yacer en el espacio infinito. (Un punto espacial es un lugar de argumento).
Una mancha en el campo visual puede no ser roja, pero tiene que tener algún color; tiene que estar, por así decirlo, inmersa en el espacio del color. El tono tiene que tener *alguna* altura, el objeto del tacto *alguna* dureza, etc.
- 2.014 Los objetos contienen la posibilidad de todos los hechos simples.
- 2.0141 La posibilidad de formar parte de los hechos simples es la forma del objeto.

III) *Los objetos como la sustancia del mundo*

- 2.02 El objeto es simple.
- 2.0201 Los enunciados acerca de complejos pueden descomponerse en enunciados acerca de sus partes y en proposiciones que los describen en forma exhaustiva.
- 2.021 Los objetos constituyen la sustancia del mundo. De ahí que no puedan ser compuestos.
- 2.0211 Si el mundo no tuviera sustancia, el que una proposición tuviera sentido dependería de que otra proposición fuera verdadera.
- 2.0212 En ese caso, sería imposible elaborar un retrato (verdadero o falso) del mundo.
- 2.022 Es evidente que por muy diferente del mundo real que sea un mundo imaginado, de todos modos debe tener algo en común - una forma - con él.
- 2.023 Esta forma fija está constituida por los objetos.
- 2.02231 La sustancia del mundo no *puede* determinar ninguna propiedad material, sino únicamente una forma. Porque ellas aparecen a través de

- las proposiciones - se producen por medio de la configuración de los objetos.
- 2.0232 Por decirlo de alguna manera: los objetos no tienen color.
- 2.0233 Dejando de lado sus propiedades externas, dos objetos que tengan la misma forma lógica se diferencian entre sí sólo porque son diferentes.
2. 02331 O bien una cosa tiene propiedades que ninguna otra tiene, en cuyo caso podemos sin más distinguirla de otras por medio de una descripción y referirnos a ella; o bien hay otras cosas que tienen todas sus propiedades en común y entonces es absolutamente imposible indicar alguna de ellas.
- Ya que si una cosa no se distingue por nada, entonces yo no la puedo distinguir, porque entonces ya sería distinta.
- 2.024 La sustancia es aquello que existe independientemente de lo que acontece.
- 2.025 Ella es forma y contenido.
- 2.0251 Espacio, tiempo y color (cromaticidad) son formas de los objetos.
- 2.026 Sólo si hay objetos puede el mundo tener una forma fija.
- 2.027 Lo fijo, lo existente y el objeto son lo mismo.
- 2.0271 El objeto es lo fijo, lo existente; la configuración es lo cambiante, lo alterable.

IV) *Estructura y forma de los hechos simples*

- 2.0272 El hecho simple está conformado por la configuración de los objetos.
- 2.03 En un hecho simple, los objetos encajan unos con otros, como los eslabones de una cadena.
- 2.031 En un hecho simple los objetos mantienen entre sí una relación determinada.
- 2.032 El modo como se conectan los objetos en el hecho simple es la estructura del hecho simple.
- 2.033 La forma es la posibilidad de la estructura.
- 2.034 La estructura de un hecho no es sino la estructura de un hecho simple.

V) *La realidad y la no existencia de hechos simples*

- 2.04 El mundo es la totalidad de los hechos simples existentes.
- 2.05 La totalidad de los hechos simples existentes determina también qué hechos simples no son existentes.
- 2.06 La existencia y la no existencia de los hechos simples es la realidad.
(A la existencia de un hecho simple la llamamos también un hecho positivo y a la no existencia un hecho negativo).

- 2.061 Los hechos simples son independientes unos de otros.
- 2.062 De la existencia o no existencia de un hecho simple no se puede inferir la existencia o no existencia de otro.
- 2.063 La realidad total es el mundo.

VI) *Retratos de hechos*

- 2.1 Nosotros nos hacemos retratos de los hechos.
- 2.11 Un retrato presenta una situación en el espacio lógico, la existencia y no existencia de un hecho simple.
- 2.12 El retrato es un modelo de la realidad.
- 2.13 Los objetos corresponden en el retrato a los elementos del retrato.
- 2.131 Los elementos del retrato están en el retrato en lugar de los objetos.
- 2.14 Un retrato consiste en que sus elementos se conectan entre sí de un modo determinado.
- 2.141 El retrato es un hecho.
- 2.15 Que los elementos del retrato se combinen entre sí de un modo determinado representa que es así como se combinan las cosas. A esta conexión de elementos del retrato se le llama su estructura y a su posibilidad su forma pictórica.

VII) *La forma de representación como un vehículo entre retrato y realidad*

- 2.151 La forma pictórica es la posibilidad de que las cosas se conecten unas con otras como los elementos del retrato.
- 2.1511 Es *así* como el retrato se vincula con la realidad; llega hasta ella.
- 2.1512 Es como un instrumento de medición aplicado a la realidad.
- 2.15121 Sólo los puntos extremos de la línea graduada *tocan* al objeto por medir.
- 2.1513 En esta interpretación, forma parte también del retrato la relación pictórica, que es lo que la convierte en retrato.
- 2.1514 La relación pictórica consiste en las correlaciones de los elementos del retrato con las cosas.
- 2.1515 Estas correlaciones son algo así como los tentáculos de los elementos del retrato y con los cuales el retrato toca la realidad.
- 2.16 Para que un hecho pueda ser un retrato tiene que tener algo en común con lo retratado.
- 2.161 En el retrato y lo retratado tiene que haber algo idéntico para que uno pueda siquiera ser retrato del otro.
- 2.17 Lo que el retrato tiene que tener en común con la realidad para poder

retratarla al modo como lo hace - correcta o incorrectamente - es su forma pictórica.

VIII) *La imposibilidad de retratar la forma de representación*

- 2.171 Un retrato puede retratar cualquier realidad cuya forma tenga. Un retrato espacial, cualquier cosa que sea espacial; uno coloreado, cualquier cosa que tenga color, etc.
- 2.172 Un retrato, sin embargo, no puede retratar su forma pictórica; la exhibe.
- 2.173 Un retrato presenta su objeto desde fuera (su punto de vista es su forma de representación), porque el retrato presenta su objeto correcta o incorrectamente.
- 2.174 Un retrato, sin embargo, no puede situarse fuera de su forma de representación.

IX) *El retrato lógico*

- 2.18 Lo que todo retrato, de la forma que sea, tiene que tener en común con la realidad para poder en lo absoluto retratarla - correcta o incorrectamente - es la forma lógica, es decir, la forma de la realidad.
- 2.181 Si la forma pictórica es la forma lógica, entonces al retrato se le denomina un retrato lógico.
- 2.182 Todo retrato es *también* un retrato lógico. (Pero en cambio, por ejemplo, no todo retrato es espacial).
- 2.19 Un retrato lógico puede retratar el mundo.
- 2.2 Lo que el retrato tiene en común con lo retratado es la forma pictórica.
- 2.201 Un retrato retrata la realidad representando una posibilidad de existencia y de no existencia de hechos simples.
- 2.202 Un retrato presenta una situación posible en el espacio lógico.
- 2.203 Un retrato contiene la posibilidad de la situación que representa.
- 2.21 Un retrato concuerda con la realidad o no; es correcto o incorrecto, verdadero o falso.
- 2.22 El retrato presenta lo que representa, independientemente de que sea verdadero o falso, a través de su forma pictórica.
- 2.221 Lo que el retrato representa es su sentido.

X) *El sentido de un retrato*

- 2.222 Es en la concordancia o no concordancia de su sentido con la realidad que consiste su verdad o falsedad.

- 2.223 Para saber si un retrato es verdadero o falso, tenemos que contrastarlo con la realidad.
- 2.224 No se puede saber sólo por el retrato si éste es verdadero o falso.
- 2.225 No hay retratos verdaderos *a priori*.

XI) *Los pensamientos como retratos lógicos*

- 3 El pensamiento es un retrato lógico de hechos.
- 3.001 ‘Un hecho simple es pensable’ significa: nos podemos hacer un retrato de él.
- 3.01 La totalidad de los pensamientos verdaderos es un retrato del mundo.
- 3.02 Un pensamiento contiene la posibilidad del hecho simple, al cual piensa. Lo que es pensable también es posible.
- 3.03 No podemos pensar nada ilógico, porque para ello tendríamos que pensar ilógicamente.
- 3.031 Solía decirse que Dios podía crear todo, salvo lo que fuera contrario a las leyes de la lógica. La verdad es que no podríamos *decir* cómo sería un mundo ‘ilógico’.
- 3.032 Representar en el lenguaje algo que contradiga a la lógica es tan imposible como lo es en geometría representar por sus coordenadas una figura que contradice las leyes del espacio o como dar las coordenadas de un punto que no existe.
- 3.0321 Podemos representarnos espacialmente un hecho simple que entra en conflicto con las leyes de la física, pero no uno que contradiga las leyes de la geometría.
- 3.04 Un pensamiento verdadero *a priori* sería tal que su posibilidad asegurara su verdad.
- 3.05 Sólo se podría saber *a priori* que un pensamiento es verdadero si por el pensamiento mismo (sin objeto de comparación) se pudiera conocer su verdad.

XII) *La proposición en su relación proyectiva con el mundo*

- 3.1 En una proposición un pensamiento se expresa en forma perceptible por los sentidos.
- 3.11 Nosotros empleamos el signo sensorialmente perceptible de una proposición (sonidos o signos escritos, etc.) como una proyección de una situación posible.
El método de proyección es el pensar el sentido de la proposición.
- 3.12 Al signo mediante el cual expresamos un pensamiento lo llamo ‘signo

proposicional'. Y una proposición es un signo proposicional en su relación proyectiva sobre el mundo.

3.13 A la proposición pertenece todo lo que pertenece a la proyección, mas no lo proyectado.

O sea, la posibilidad de lo proyectado, pero no lo proyectado mismo.

Pues una proposición no contiene su propio sentido, sino tan sólo la posibilidad de expresarlo.

(‘El contenido de una proposición’ significa el contenido de una proposición con sentido).

Una proposición contiene la forma mas no el contenido de su sentido.

XIII) *El signo proposicional es un hecho*

3.14 El signo proposicional consiste en que sus elementos, las palabras, están conectados de un modo determinado.

El signo proposicional es un hecho.

3.141 La proposición no es una mezcla de palabras. - (Así como un tema musical no es una mezcla de tonos). La proposición está articulada.

3.142 Sólo los hechos pueden expresar un sentido, un conjunto de nombres no puede.

3.143 Que el signo proposicional es un hecho es algo que queda oculto por la forma usual de expresión, escrita o impresa.

Porque en, por ejemplo, una proposición impresa, el signo proposicional no se ve como esencialmente diferente de la palabra.

(Así fue posible que Frege llamara a la proposición un nombre compuesto).

3.1431 La esencia del signo proposicional se aclara cuando lo imaginamos compuesto de objetos espaciales (como mesas, sillas, libros) en vez de signos escritos.

La colocación espacial de estas cosas expresa entonces el sentido de la proposición.

3.1432 No: “El signo complejo ‘ aRb ’ dice que a está en una relación R con b ”, sino: “*Que* ‘ a ’ está en una cierta relación con ‘ b ’ dice *que* aRb ”.

3.144 Los hechos simples se pueden describir, pero no *nombrar*. (Los nombres son como puntos, las proposiciones como flechas: tienen sentido).

XIV) *Las proposiciones completamente analizadas como compuestas de nombres*

- 3.2 En las proposiciones los pensamientos pueden expresarse de modo que a los objetos del pensamiento correspondan los elementos de los signos proposicionales.
- 3.201 A estos elementos los llamo ‘signos simples’ y a la proposición ‘completamente analizada’.
- 3.202 Los signos simples empleados en las proposiciones se llaman ‘nombres’.
- 3.203 Un nombre denota un objeto. El objeto es su significado. (‘A’ es el mismo signo que ‘A’).
- 3.21 A la configuración de los signos simples en el signo proposicional corresponde la configuración de los objetos en el hecho simple.
- 3.22 El nombre representa al objeto en la proposición.
- 3.221 A los objetos sólo puedo *nombrarlos*. Los signos los representan. Yo puedo solamente hablar *de ellos*, *no puedo expresarlos*. Una proposición sólo puede decir *cómo* son las cosas, *no qué* sean.

XV) *El análisis de las proposiciones*

- 3.23 El requerimiento de que los signos simples sean posibles es el requerimiento de que el sentido esté determinado.
- 3.24 Una proposición que versa sobre un complejo está en una relación interna con las proposiciones que versan sobre sus partes constitutivas.
Un complejo sólo puede darse a través de su descripción, y ésta será apropiada o inapropiada. La proposición por medio de la cual se habla de un complejo no será verdadera si éste no existe, sino falsa.
Se puede ver que un elemento proposicional designa un complejo por la indeterminación de la proposición en la que aparece. Nosotros *sabemos* que la proposición no está del todo determinada. (La notación de generalidad ya contiene un prototipo).
La contracción de símbolos para un complejo en un símbolo simple puede expresarse en una definición.
- 3.25 Análisis completo de una proposición hay uno y sólo uno.
- 3.251 Lo que expresa una proposición lo expresa de un modo determinado y es claramente especificable: una proposición está articulada.
- 3.26 Un nombre no puede ser subsecuentemente analizado: es un signo primitivo.
- 3.261 Todo signo definido designa *a través* de los signos por medio de los cuales fue definido; y las definiciones indican el camino.
Dos signos, uno primitivo y otro definido por medio de signos

primitivos, no pueden designar de la misma manera. *No se puede* desmembrar nombres por medio de definiciones. (Ningún signo tiene, por sí solo y en forma independiente, una referencia).

XVI) *El significado de los nombres*

- 3.262 La aplicación del signo muestra lo que en él no está expresado. La aplicación declara lo que el signo oculta.
- 3.263 Las denotaciones de los signos primitivos pueden explicarse por medio de elucidaciones. Las elucidaciones son proposiciones que contienen signos primitivos. De ahí que éstas puedan comprenderse sólo si ya se conocen los significados de dichos signos.
- 3.3 Sólo las proposiciones tienen sentido; sólo en el contexto de una proposición tiene un nombre referencia.

XVII) *Expresiones y variables*

- 3.31 Llamo ‘expresión’ (‘símbolo’) a cada una de las partes de la proposición que caracterizan su sentido.
(La proposición misma es una expresión).
Una expresión es todo aquello que es esencial al sentido proposicional y que las proposiciones tienen en común.
Una expresión es la marca de una forma y un contenido.
- 3.311 La expresión presupone la forma de todas las proposiciones en las que pueda aparecer. Es la nota característica común de una clase de proposiciones.
- 3.312 De ahí que esté representada por la forma general de las proposiciones a las que caracteriza.
Y de este modo la forma de la expresión será *constante* y todo lo demás *variable*.
- 3.313 Así, pues, la expresión está representada por una variable cuyos valores son las proposiciones que contienen la expresión.
(En el caso límite, la variable se transforma en constante y la expresión en proposición).
A una variable así la llamo ‘variable proposicional’.
- 3.314 La expresión tiene referencia sólo en proposiciones. Toda variable puede concebirse como variable proposicional. (Inclusive la variable para nombres).

XVIII) *El proto-retrato lógico; las proposiciones como funciones de expresiones*

3.315 Si convertimos un componente de una proposición en una variable, hay una clase de proposiciones que son todos los valores de la función proposicional resultante. En general, también esta clase dependerá de lo que nosotros, por una convención arbitraria, queramos decir por ‘parte de una proposición’.

Pero si cambiamos en variables todos los signos cuyas denotaciones quedaron determinadas arbitrariamente, entonces sigue habiendo una clase así. Empero, ésta ya no dependerá de ninguna convención, sino únicamente de la naturaleza de la proposición.

Corresponde a una forma lógica - a un prototipo lógico.

3.316 Qué valores pueda asumir una función proposicional es algo estipulado.

La estipulación de los valores *es* la variable.

3.317 La estipulación de los valores de la función proposicional está *dada por las proposiciones* cuyo nota característica común es la variable.

La estipulación es una descripción de esas proposiciones.

Así, la estipulación tiene que ver únicamente con los símbolos, no con sus referencias.

Y lo único que es esencial a la estipulación es que sea solamente una descripción de símbolos y no asevere nada respecto a las designaciones.

Cómo se describa una proposición no es algo esencial.

3.318 Como Frege y Russell, yo concibo a la proposición como una función de las expresiones que contiene.

XIX) *Signo y símbolo contrastados; modos de significación*

3.32 El signo es aquello del símbolo que se puede percibir por los sentidos.

3.321 Dos símbolos diferentes pueden también tener en común un signo (escrito u oral) - los designa de manera diferente.

3.322 No se puede nunca indicar la nota característica común de dos objetos a los que designamos mediante el mismo signo pero a través de dos *modos de designación* diferentes. Porque el signo es arbitrario. Se puede también elegir dos signos diferentes. Pero entonces ¿dónde queda lo que era común en la designación.

XX) *Confusiones en el lenguaje común y necesidad de una ideografía mejorada*

- 3.323 En el lenguaje común a menudo sucede que la misma palabra tiene modos diferentes de designación - por lo que pertenece a diferentes símbolos - o que dos palabras que tienen dos modos de designación diferentes son empleadas en proposiciones en lo que parece ser el mismo modo.
Así, la palabra 'es' aparece como cópula, como signo de identidad y como expresión de existencia. 'Existe' aparece como verbo intransitivo, al igual que 'ir'; 'idéntico' como adjetivo; hablamos de *algo*, pero también de que *algo* sucede.
(En la proposición 'Verde es verde' - en donde la primera palabra es un nombre propio y la última un adjetivo - estas palabras no sólo tienen diferentes referencias, sino que también son *diferentes símbolos*).
- 3.324 Es así como fácilmente surgen las confusiones más fundamentales (de las que está llena la filosofía).
- 3.325 Para evitar estos errores tenemos que emplear un sistema de signos que los excluya, no usando los mismos signos para símbolos diferentes ni usando signos que tienen modos de designación diferentes en lo que aparentemente es el mismo modo. O sea, un sistema de signos regulado por la gramática *lógica* - por la sintaxis lógica.
(La notación conceptual de Frege y Russell es un sistema así, aunque en verdad no evita todos los errores).
- 3.326 Para reconocer el símbolo en el signo se debe tomar en cuenta cómo se le usa en forma significativa.
- 3.327 Un signo determina una forma lógica sólo junto con su aplicación lógico-sintáctica.
- 3.328 Si un signo *no es empleado*, entonces carece de referencia. Ese es el sentido de la navaja de Ockham.
(Si todo funciona como si un signo tuviera una referencia, entonces tiene una referencia).
- 3.33 En la sintaxis lógica la referencia de un signo no debe nunca desempeñar ningún papel; ésta se debe poder establecer sin que para ello haya que hablar de la *referencia* de un signo; se debería presuponer *solamente* la descripción de la expresión.

XXI) *El rechazo de la teoría de los tipos*

- 3.331 A partir de esta observación podemos ver más claramente en la “teoría de los tipos” de Russell: el error de Russell se manifiesta en que para establecer las reglas de los signos tuvo que hablar de sus significados.
- 3.332 Ninguna proposición puede enunciar nada acerca de sí misma, puesto que el signo proposicional no puede estar contenido en sí mismo (eso es toda la “teoría de los tipos”).
- 3.333 Una función no puede ser su propio argumento, puesto que el signo de función contiene ya el prototipo de su propio argumento y no puede contenerse a sí mismo.

Si, por ejemplo, suponemos que la función $F(fx)$ pudiera ser su propio argumento, entonces ‘ $F(F(fx))$ ’ sería también una proposición y en esta proposición la función externa F y la función interna F tendrían diferentes referencias, pues la interna tiene la forma $\varphi(fx)$, en tanto que la externa sería de la forma $\psi(\varphi(fx))$. Lo único en común que tienen ambas funciones es la letra ‘ F ’, que por sí misma no designa nada.

Esto se aclara de inmediato si en lugar de ‘ $F(F(u))$ ’ escribimos ‘ $(\exists\varphi): F(\varphi u) \cdot \psi u = Fu$ ’. Así se desvanece la paradoja de Russell.

XXII) *Rasgos esenciales y accidentales de los símbolos*

- 3.334 Las reglas de la sintaxis lógica tienen que ser comprensibles por sí mismas, una vez que se sabe cómo designa cada signo.
- 3.34 Una proposición posee rasgos esenciales y contingentes. Son accidentales aquellos rasgos que tienen que ver con el modo particular de producir un signo proposicional. Son esenciales sólo aquellos que permiten que la proposición exprese su sentido.
- 3.341 Lo esencial en una proposición es también aquello que tienen en común todas las proposiciones que puedan expresar el mismo sentido. Y, de la misma manera, en general lo esencial a un símbolo es aquello que tienen en común todos los signos que pueden cumplir el mismo objetivo.
- 3.3411 Se puede también decir: el auténtico nombre es aquel que tienen en común todos los símbolos que designan un objeto. De aquí se seguiría paso a paso que no es esencial a los nombres ninguna clase de composición.
- 3.342 Ciertamente hay en nuestras notaciones algo de arbitrario, pero *esto* no es arbitrario: que *una vez* que hemos determinado lo arbitrario,

- entonces algo diferente tiene necesariamente que acontecer. (Esto se deriva de la *esencia* de la notación).
- 3.3421 Un modo particular de designación puede no ser importante, pero lo que siempre es importante es que se trate de un modo de designación *posible*. Y así ocurre en general en filosofía: lo singular reviste cada vez menos importancia, pero la posibilidad de todo lo que es singular nos revela algo acerca de la esencia del mundo.
- 3.343 Las definiciones son reglas de traducción de un lenguaje a otro. Todo sistema de signos correcto tiene que ser traducible a cada uno de los otros de acuerdo con dichas reglas: es *eso* lo que todos tienen en común.
- 3.344 Lo que designa de un símbolo es aquello que es común a todos los símbolos por los cuales puede ser sustituido en concordancia con las reglas de la sintaxis lógica.
- 3.3441 Por ejemplo, se puede expresar lo común a todas las notaciones de funciones de verdad como sigue: tienen en común, por ejemplo, que todas ellas *pueden ser sustituidas* por la notación ' $\sim p$ ' ('no p ') y ' $p \vee q$ ' (p o q).
- (Con esto se indica el modo como una notación posible especial puede darnos una información general).
- 3.3442 El análisis no resuelve de manera arbitraria el signo del complejo, de modo que su resolución fuera diferente en cada estructura proposicional.

XXIII) *Una proposición como un punto en el espacio lógico*

- 3.4 Una proposición determina un lugar en el espacio lógico. La existencia de este lugar lógico está garantizada por la existencia de sus componentes, por la existencia de las proposiciones con sentido.
- 3.41 El signo proposicional y las coordenadas lógicas: ese es el lugar lógico.
- 3.411 Los lugares geométrico y lógico concuerdan en que ambos son la posibilidad de una existencia.
- 3.42 Aunque la proposición sólo puede determinar un lugar en el espacio lógico, el todo del espacio lógico tiene que estar dado por ella.
- (De otro modo, la negación, la suma lógica, el producto lógico, etc., introducirían permanentemente - en forma coordinada - nuevos elementos).
- (El armazón lógico que rodea al retrato determina el espacio lógico. La proposición atraviesa el todo del espacio lógico).

XXIV) *El lenguaje usual disfraz a el pensamiento; la filosofa como 'crítica del lenguaje'*

- 3.5 El signo proposicional aplicado, pensado, es el pensamiento.
- 4 El pensamiento es la proposición con sentido.
- 4.001 La totalidad de las proposiciones es el lenguaje.
- 4.002 El hombre posee la capacidad de construir lenguajes que permiten expresar cualquier sentido sin tener ninguna idea de cómo y qué significa cada palabra. Así como se habla sin saber cómo se producen los sonidos emitidos.
- El lenguaje común es parte del organismo humano y no menos complicado que éste.
- No es humanamente posible captar de inmediato a partir de él la lógica del lenguaje.
- El lenguaje disfraz a el pensamiento. Y lo hace de tal manera que por la forma externa del ropaje no se puede inferir nada respecto a la forma del pensamiento oculto, porque la forma externa del ropaje no está diseñada para permitir reconocer la forma del cuerpo, sino para objetivos completamente diferentes.
- Las convenciones tácitas para comprender el lenguaje común son enormemente complicadas.
- 4.003 La mayoría de las proposiciones y cuestiones que se han escrito sobre temas filosóficos no son falsas, sino sinsentidos. Por consiguiente, no hay forma de que podamos responder a cuestiones de esta clase, sino solamente señalar su carencia de sentido.
- La mayoría de las cuestiones y proposiciones de los filósofos surgen porque no comprendemos la lógica de nuestro lenguaje.
- (Es de esta clase de preguntas la de si lo bueno es más o menos idéntico a lo bello).
- No hay que sorprenderse de que los problemas más profundos no sean realmente *ningún* problema.
- 4.0031 Toda filosofía es "crítica del lenguaje" (si bien no en el sentido de Mauthners). El mérito de Russell es que él mostró que la forma lógica superficial no tiene por qué ser su forma real.

XXV) *Las proposiciones como retratos*

- 4.01 Una proposición es un retrato de la realidad.
- Una proposición es un modelo de la realidad tal como la pensamos.
- 4.001 A primera vista una proposición - tal como está impresa en el papel, por ejemplo - no parece ser un retrato de la realidad sobre la que versa.

Tampoco la notación musical parece un retrato de la música, ni nuestro sistema de signos sonoros (letras) un retrato de nuestro lenguaje hablado.

No obstante, estos lenguajes de signos demuestran, inclusive en el sentido usual, que son retratos de lo que se representa.

4.012 Es claro que percibimos una proposición de la forma ‘*aRb*’ como un retrato. Es claro aquí que el signo es un trasunto de lo designado.

4.013 Y si penetramos en la esencia de esta pictoreidad, veremos que *no* se altera por *aparentes irregularidades* (como el uso de # y ♯ en la notación musical).

Porque también estas irregularidades retratan eso que deberían expresar, sólo que lo hacen de una manera diferente.

4.014 El disco, el pensamiento musical, la notación musical, las ondas acústicas, están todos en la misma relación pictórica interna que se da entre el lenguaje y el mundo.

A todo esto es común la estructura lógica. (Como en la fábula, los dos jóvenes, sus dos caballos y sus lirios. En cierto sentido, todos ellos son lo mismo).

4.0141 Hay una regla general gracias a la cual el músico puede extraer la sinfonía de la partitura, por medio de la cual se puede reconstruir la sinfonía a partir de los surcos del disco y así, usando la primera regla, llegar de nuevo a la partitura, que es lo que constituye la semejanza interna de cosas que parecen haber sido construidas de manera tan diferente. Y esa regla es la ley de proyección, la cual proyecta la sinfonía en el lenguaje de la notación musical. Esta es la regla de traducción del lenguaje de la notación musical al lenguaje del disco.

4.015 La posibilidad de todos los trasuntos, de toda pictoreidad de nuestros medios de expresión, se funda en la lógica de lo pictórico.

4.016 Para comprender la esencia de la proposición, pensemos en los jeroglíficos, los cuales retratan los hechos que describen.

La notación alfabética procede de ella, sin perder lo que es esencial a la pictoreidad.

4.02 Y, así, vemos que comprendemos el sentido del signo proposicional sin que se nos lo explique.

4.021 La proposición es un retrato de la realidad, pues yo conozco la situación que representa si comprendo la proposición. Y comprendo la proposición sin que su sentido me haya sido explicado.

XXVI) *Las proposiciones como diciendo y mostrando*

4.022 La proposición *muestra* su sentido.

La proposición, *si* es verdadera, *muestra* cómo son las cosas. Y *dice que* las cosas son así.

- 4.023 Una proposición tiene que fijar la realidad en un sí o en un no.
Para ello, la realidad tiene que quedar completamente descrita.
Una proposición es una descripción de un hecho simple.
Así como se describe un objeto por sus propiedades externas, así una proposición describe la realidad por sus propiedades internas.
Una proposición construye un mundo con la ayuda de un armazón lógico y porque se puede ver a través de una proposición, *si* es verdadera, cómo todo se sostiene lógicamente. Se pueden *extraer conclusiones* de una proposición falsa.

XXVII) *El sentido de una proposición como resultando de los significados de sus componentes*

- 4.024 Comprender una proposición significa saber qué acontece si es verdadera. (Así, se le puede comprender aunque no se sepa si es verdadera).
Se le comprende cuando se comprenden sus partes componentes.
- 4.025 La traducción de un lenguaje a otro no se efectúa traduciendo una *proposición* de uno a otra *proposición* del otro, sino que únicamente se traducen los componentes de las proposiciones.
(Y el diccionario no traduce únicamente sustantivos, sino también verbos, adjetivos y conjunciones, etc.; y trata a todos del mismo modo).
- 4.026 Se nos deben explicar los significados de los signos simples (las palabras) para que los comprendamos.
Pero con las proposiciones nosotros nos damos a entender.
- 4.027 Pertenece a la esencia de la proposición el que pueda comunicarnos un *nuevo* sentido.
- 4.03 Una proposición tiene que comunicar un nuevo sentido con expresiones viejas.
Una proposición que nos comunica una situación tiene también que estar conectada *esencialmente* con la situación.
Y esta conexión consiste precisamente en que es su retrato lógico.
Una proposición dice algo sólo en la medida en que es un retrato.
- 4.031 En una proposición, a la manera de un experimento, por así decirlo, se construye una situación.

En lugar de ‘esta proposición tiene tal y cual sentido’, se puede decir: esta proposición presenta tal y cual situación.

4.0311 Un nombre está en lugar de una cosa, otro en lugar de otra cosa y así se unen, y el todo - como un cuadro vivo - presenta un hecho simple.

4.0312 La posibilidad de las proposiciones descansa en el principio de que los objetos son representados por signos.

XXVIII) *Las constantes lógicas no están en lugar de objetos*

Mi pensamiento fundamental es que las ‘constantes lógicas’ no representan, que la lógica de los hechos no se deja representar.

XXIX) *La multiplicidad de una proposición*

4.032 Una proposición es un retrato de una situación sólo en la medida en que la proposición está lógicamente articulada.

(Inclusive la proposición ‘Ambulo’ es compuesta, pues su raíz con otra terminación o su terminación con otra raíz dan un sentido diferente).

4.04 En una proposición se tienen que distinguir tantas partes como en la situación que representa. (Cfr. la *Mecánica* de Hertz en relación con los modelos dinámicos).

4.041 Naturalmente, no se puede retratar esta multiplicidad matemática. No se puede escapar de ella al construir retratos.

4.0411 Si queremos, por ejemplo, expresar lo que se expresa mediante ‘ $(x)fx$ ’ anteponiendo un índice delante de ‘ fx ’ - como ‘Gen. fx ’, ello no sería adecuado, porque no sabríamos qué es lo que se generaliza. Si quisiéramos indicarlo con un índice ‘ g ’, como ‘ $f(x_g)$ ’, tampoco sería adecuado, pues desconoceríamos el alcance del signo de generalización. Si quisiéramos intentarlo introduciendo una señal en los lugares de argumento, como ‘ $(G, G) \cdot F(G, G)$ ’, tampoco sería adecuado, pues no podríamos establecer la identidad de las variables. Etc.

Todos estos modos de designación son inadecuados, porque no tienen la multiplicidad matemática necesaria.

4.0412 Por la misma razón, no es adecuada la explicación idealista de la visión de las relaciones espaciales por medio de “anteojos espaciales”, porque esto no puede explicar la multiplicidad de estas relaciones.

XXX) *Valor de verdad y sentido; negación*

- 4.05 La realidad se compara con proposiciones.
- 4.06 Una proposición puede ser verdadera o falsa sólo en la medida en que es un retrato de la realidad.
- 4.061 No se debe pasar por alto que una proposición tiene un sentido que es independiente de los hechos, pues de otro modo podemos fácilmente creer que verdadero y falso son relaciones del mismo orden entre los signos y lo designado.
Se podría, por ejemplo, decir que ' p ' designa de modo verdadero lo que ' $\sim p$ ' designa de modo falso, etc.
- 4.062 ¿No podríamos acaso entendernos por medio de proposiciones falsas, como lo hemos hechos hasta ahora con las verdaderas, siempre y cuando se supiera que son falsas? No! Porque una proposición es verdadera cuando las cosas son como por medio de ella decimos que son; y si por ' p ' queremos decir ' $\sim p$ ' y las cosas son como queremos decir, entonces ' p ' en la nueva construcción es verdadera y no falsa.
- 4.0621 Pero es importante que los signos ' p ' y ' $\sim p$ ' *puedan* decir lo mismo. Pues esto muestra que al signo ' \sim ' no corresponde nada en la realidad.
Que la negación entre en una proposición no es una nota característica de su sentido ($\sim \sim p = p$).
Las proposiciones ' p ' y ' $\sim p$ ' tienen sentidos opuestos, pero les corresponde una y la misma realidad.
- 4.063 Una analogía para aclarar el concepto de verdad: consideremos una mancha negra sobre papel blanco; se puede describir la forma de la mancha diciendo, de cada uno de los puntos de la superficie, si es blanco o si es negro. Al hecho de que un punto sea negro corresponde un hecho positivo - y al hecho de que un punto sea blanco (no negro) corresponde un hecho negativo. Si designo un punto de la superficie (un valor de verdad fregeano), esto corresponde a la suposición propuesta para ser juzgada, etc., etc.
Pero para poder decir de un punto que es negro o que es blanco, yo tengo previamente que saber cuándo a un punto se le llama 'negro' y cuándo se le llama 'blanco'; pero a una proposición sin sentido no le corresponde nada, ya que no designa ninguna cosa (valor de verdad) cuyas propiedades se llamen 'verdadero' o 'falso'; el verbo de una proposición no es 'es verdadero' o 'es falso' - como creía Frege; más bien, eso que es verdadero debe ya contener al verbo.
- 4.064 Toda proposición tiene *ya* que tener un sentido; la aseveración no puede dársele, puesto que lo que se asevera es el sentido. Y lo mismo vale para la negación, etc.

- 4.0641 Se puede decir : la negación está ya remitida al lugar lógico determinado por la negación negada.
 La proposición que niega determina *otro* lugar lógico que el de la proposición negada.
 La proposición que niega determina un lugar lógico con ayuda del lugar lógico de la proposición negada, pues lo describe como yaciendo fuera de éste.
 Que la proposición negada pueda de nuevo ser negada basta para mostrar que lo que es negado ya es una proposición y no meramente algo previo a una proposición.

XXXI) *La naturaleza de la filosofía; la filosofía no es una ciencia*

- 4.1 Una proposición presenta la existencia y la no existencia de los hechos simples.
- 4.11 La totalidad de las proposiciones verdaderas es el todo de la ciencia natural (o la totalidad de las ciencias naturales).
- 4.111 La filosofía no es una de las ciencias naturales.
 (La palabra ‘filosofía’ debe designar algo que esté por encima o por debajo de las ciencias naturales, pero no junto a ellas).
- 4.112 El objetivo de la filosofía es la aclaración lógica del pensamiento.
 La filosofía no es una doctrina, sino más bien una actividad. Una obra de filosofía se compone esencialmente de elucidaciones.
 El resultado de la filosofía no son ‘proposiciones filosóficas’, sino el esclarecimiento de las proposiciones.
 La filosofía debería aclarar y delimitar con precisión los pensamientos que de otro modo serían oscuros y confusos.
- 4.1121 La psicología no es más afín a la filosofía que cualquier otra ciencia natural. La teoría del conocimiento es la filosofía de la psicología.
 ¿No corresponde acaso mi estudio del lenguaje de signos al estudio de los procesos de pensamiento, que los filósofos sostenían que era tan esencial a la filosofía de la lógica? Sólo que la mayoría de las veces se hundieron en investigaciones psicológicas inesenciales; y también mi método corre un peligro análogo.
- 4.1122 La teoría de Darwin tiene tanta relación con la filosofía como cualquier otra hipótesis de la ciencia natural.
- 4.113 La filosofía delimita el campo de lo disputable en las ciencias naturales.
- 4.114 Debe delimitar lo pensable y con ello lo impensable.
 Debe delimitar lo impensable desde dentro de lo pensable.
- 4.115 Referirá a lo indecible presentando claramente lo decible.

4.116 Todo aquello que se puede pensar, se puede pensar claramente. Todo lo expresable es expresable claramente.

XXXII) *La imposibilidad de representar la forma lógica*

4.12 Las proposiciones pueden representar el todo de la realidad, pero no pueden representar lo que tienen que tener en común con la realidad para poder representarla, la forma lógica.

Para poder representar la forma lógica, tenemos que poder colocarnos con las proposiciones fuera de la lógica, es decir, fuera del mundo.

4.121 Las proposiciones no pueden representar la forma lógica; se reflejan en ella.

Lo que se refleja en el lenguaje, el lenguaje no puede representarlo.

Lo que en el lenguaje *se* expresa, *nosotros* no podemos expresarlo por medio de él.

Las proposiciones *muestran* la forma lógica de la realidad.

La exhiben.

4.1211 Así, una proposición '*fa*' muestra que en su sentido entra el objeto *a*; dos proposiciones, '*fa*' y '*ga*', que en ambas se habla del mismo objeto.

Si dos proposiciones se contradicen mutuamente, ello se muestra en sus estructuras; lo mismo si una se sigue de la otra, etc.

4.1212 Lo que *puede* mostrarse no *puede* decirse.

4.1213 Ahora comprendemos también nuestro sentimiento de que si todo está bien en nuestro lenguaje de signos, ya disponemos entonces de la perspectiva lógica correcta.

XXXIII) *Propiedades formales y relaciones formales*

4.122 En cierto sentido, podemos hablar de propiedades formales de los objetos y de los hechos simples, o de las propiedades de la estructura de los hechos y, en el mismo sentido, de relaciones formales y de relaciones de estructuras.

(En lugar de 'propiedad de estructura' digo también 'propiedad interna'; en lugar de 'relación de estructura', 'relación interna').

Introduzco estas expresiones para indicar la fuente de la confusión, tan extendida entre los filósofos, entre relaciones internas y relaciones genuinas (externas).

La existencia de dichas propiedades y de relaciones internas, sin embargo, no puede establecerse por medio de proposiciones, sino que más bien se muestra en las proposiciones que representan hechos simples y que versan sobre los objetos en cuestión.

4.1221 Podemos llamar a una relación interna de un hecho un rasgo de este hecho. (En el sentido en que hablamos de los rasgos de un rostro).

4.123 Una propiedad es interna si es impensable que su objeto no la posea. (Estos azules están *eo ipso* en la relación interna de más claro y más oscuro. Es impensable que estos dos objetos no estén en esta relación).

(Aquí al uso oscilante de la palabra ‘objeto’ corresponde el uso oscilante de las palabras ‘propiedad’ y ‘relación’).

XXXIV) *Cómo se expresan los rasgos formales*

4.124 La existencia de una propiedad interna de una situación posible no queda expresada por medio de una proposición, sino que se expresa en la proposición que representa la situación a través de una propiedad interna de esa proposición.

Sería tan sin sentido adscribirle una propiedad formal a una proposición como negársela.

4.1241 No se pueden distinguir unas formas de otras diciendo que una tiene tal propiedad y la otra una propiedad diferente, porque eso presupone que tiene sentido aseverar dichas propiedades de ambas formas.

4.125 La existencia de una relación interna entre dos situaciones posibles se expresa en el lenguaje a través de una relación interna entre las proposiciones que las representan.

4.1251 Aquí tenemos la resolución de la gastada cuestión de “si todas las relaciones son internas o externas”.

4.1252 A las series que están ordenadas por una relación *interna* las llamo ‘series de formas’.

La serie de los números no está ordenada por una relación externa, sino por una interna.

Lo mismo pasa con la serie de proposiciones

‘ aRb ’

‘ $(\exists x) : aRx . xRb$ ’

‘ $(\exists x, y) : aRx . xRy . yRb$ ’, y así sucesivamente.

(S b está en una relación como estas con a , llamo a b el sucesor de a).

- 4.126 En el sentido en que hablamos de propiedades formales, podemos hablar también de conceptos formales.
 (Introduzco esta expresión para aclarar las razones de la confusión entre conceptos formales y conceptos genuinos de la que está impregnada toda la vieja lógica).
 Que algo caiga bajo un concepto formal como su objeto es algo que no se puede expresar por medio de una proposición. Ello más bien se muestra en el signo del objeto en cuestión. (El nombre muestra que designa un objeto, el signo de número que designa un número, etc.).
 Es claro que, a diferencia de un concepto genuino, un concepto formal no se puede representar por medio de una función.
 Por sus notas características, las propiedades formales no se expresan por medio de funciones.
 La expresión para un concepto formal es un rasgo de ciertos símbolos.
 Así también el signo para los rasgos característicos de un concepto formal es también un rasgo característico de todos los símbolos cuyas referencias caen bajo el concepto.
 La expresión de un concepto formal es, pues, una variable proposicional en la cual sólo este rasgo característico es constante.

XXXV) *Las variables como signos para conceptos formales*

- 4.127 Una variable proposicional designa un concepto formal y sus valores designan los objetos que caen bajo dicho concepto.
- 4.1271 Toda variable es signo de un concepto formal.
 Toda variable presenta una forma constante, poseída por todos sus valores, a la cual se puede considerar como una propiedad formal de esos valores.
- 4.1272 Así, la variable para nombres ‘ x ’ es el signo adecuado para el pseudo-concepto *objeto*.
 Siempre que la palabra ‘objeto’ (‘cosa’, ‘entidad’, etc.) se use correctamente, en la notación conceptual está expresada por una variable para nombres.
 Por ejemplo, en la proposición ‘hay dos objetos que ...’, se expresa por medio de ‘ $(\exists x, y) \dots$ ’.
 Siempre que se use de otro modo, esto es, como palabra-concepto, surgen pseudo-proposiciones sin sentido.
 Así, por ejemplo, no se puede decir ‘hay objetos’ como se dice ‘hay libros’. Y tampoco se puede decir ‘hay 100 objetos’ o ‘hay \aleph_0 objetos’.

Y es un sinsentido hablar del *número de todos los objetos*.

Lo mismo vale para las palabras ‘complejo’, ‘hecho’, ‘función’, ‘número’, etc.

Todas ellas designan conceptos formales y se representan en la notación conceptual por medio de variables, no por medio de funciones o clases. (Como Frege y Russell creían).

Expresiones como ‘1 es un número’, ‘hay sólo un conjunto vacío’ y otras semejantes son sinsentidos.

(Es tan sinsentido decir ‘hay solamente un 1’ como lo sería decir ‘2 + 2 a las 3 en punto es igual a 4’).

- 4.12721 Un concepto formal ya está dado tan pronto se dé un objeto que caiga bajo él. No se puede, pues, introducir como idea primitiva los objetos que caen bajo un concepto formal y el concepto formal mismo. Así, por ejemplo, no se puede introducir como ideas primitivas (que es lo que Russell hace) tanto el concepto de función como funciones específicas; o el concepto de número y números particulares.

XXXVI) *Cómo expresar el término general de una serie formal*

- 4.1273 Si queremos expresar en la notación conceptual la proposición general ‘*b* es el sucesor de *a*’, necesitaremos una expresión para el término general de la series de formas

$$\begin{aligned} & aRb \\ (\exists x) : aRx . xRb \\ (\exists x, y) : aRx . xRy, yRb \\ & \dots\dots \end{aligned}$$

El término general de una serie de formas sólo se puede expresar por medio de una variable, pues el concepto “término de esta serie de formas” es un concepto *formal*. (En esto no se fijaron Frege y Russell; el modo como ellos quieren expresar las proposiciones generales, como la recién mencionada, es erróneo; contiene un círculo vicioso).

Podemos determinar un término general de una serie de formas dando su primer término y la forma general de la operación que produce el siguiente término de la proposición precedente.

XXXVII) *La imposibilidad de contar formas lógicas*

4.1274 La cuestión acerca de la existencia de un concepto formal es un sinsentido, pues ninguna proposición puede ser una respuesta para semejante pregunta.

(Tampoco se puede preguntar, por ejemplo, ‘¿Hay proposiciones inanalizables de la forma sujeto-predicado?’).

4.128 Las formas lógicas son *anuméricas*.

Porque no hay en lógica números privilegiados y porque no hay ningún monismo o dualismo filosóficos, etc.

XXXVIII) *Las proposiciones se pueden analizar*

4.2 El sentido de una proposición es su concordancia o no concordancia con las posibilidades de existencia y no existencia del hecho simple.

4.21 Las proposiciones más simples, las proposiciones elementales, afirman la existencia de hechos simples.

4.211 Una marca de una proposición elemental es que ninguna proposición elemental puede entrar en contradicción con ella.

4.22 Una proposición elemental se compone de nombres. Es una combinación, una concatenación de nombres.

4.221 Es evidente que tenemos que llegar, en el análisis de las proposiciones, hasta proposiciones elementales, las cuales se componen de nombres en combinación inmediata.

Aquí se plantea la cuestión de cómo se realiza dicha conexión proposicional.

4.2211 Inclusive si el mundo fuera infinitamente complejo, de manera que cada hecho se compusiera de infinitamente muchos hechos simples y que cada hecho simple se compusiera de infinitamente muchos objetos, de todos modos tendría que haber objetos y hechos simples.

4.23 Un nombre entra en una proposición sólo en el contexto de una proposición elemental.

4.24 Los nombres son símbolos simples; los indico por medio de letras individuales (‘ x ’, ‘ y ’, ‘ z ’).

A las proposiciones elementales las escribo como funciones de nombres de la forma ‘ fx ’, ‘ $\varphi(x, y)$ ’, etc.

O también las indico por medio de las letras ‘ p ’, ‘ q ’, ‘ r ’.

XXXIX) *Definiciones e identidades*

- 4.241 Si uso dos signos con una y la misma referencia, ello lo expreso colocando entre ellos el signo ‘ = ’.
De ahí que ‘ $a = b$ ’ signifique que se puede reemplazar el signo ‘ a ’ por el signo ‘ b ’.
Si por medio de una ecuación introduzco un nuevo signo ‘ b ’ para estipular que debe sustituir a un signo a ya conocido, escribo la ecuación - definición - (como Russell) en la forma ‘ $a = b$ def.’. Una definición es una regla para signos.
- 4.242 Así, pues, expresiones de la forma ‘ $a = b$ ’ son únicamente mecanismos representacionales; no dicen nada acerca de las referencias de los signos ‘ a ’ y ‘ b ’.
- 4.243 ¿Podríamos acaso comprender dos nombres sin saber si designan una misma cosa o dos cosas diferentes? - ¿Podríamos comprender una proposición en que entraran dos nombres sin saber si éstos refieren a lo mismo o a algo diferente?
Si conozco la referencia de una palabra inglesa y la de la palabra alemana correspondiente, no es posible entonces que no sepa que ambas tienen la misma referencia; es imposible que no pueda traducir la una por la otra.
Expresiones como ‘ $a = a$ ’, y las que se derivan de ellas, no son ni proposiciones elementales ni signos con sentido. (Esto lo haremos ver más abajo).

XL) *Combinaciones de posibilidades de verdad atómicas y sus expresiones en tablas de verdad*

- 4.25 Si la proposición elemental es verdadera, el hecho simple existe; si la proposición elemental es falsa, el hecho simple no existe.
- 4.26 La lista de todas las proposiciones elementales verdaderas describe el mundo completamente. El mundo queda completamente descrito con la lista de todas las proposiciones elementales más la indicación de cuáles son verdaderas y cuáles falsas.
- 4.27 En relación con la existencia y no existencia de n hechos simples hay

$$K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v} \text{ posibilidades}$$

Todas las combinaciones de hechos simples pueden existir y las demás no existir.

- 4.28 A estas combinaciones corresponden las mismas posibilidades de verdad - y falsedad - que a n proposiciones elementales.
- 4.3 Las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales significan las posibilidades de existencia y no existencia de los hechos simples.
- 4.31 Podemos representar las posibilidades de verdad mediante esquemas de la siguiente clase ('V' significa 'verdadero', 'F' significa 'falso'. La serie de las 'V' y de 'F' bajo la serie de las proposiciones elementales significa, en un simbolismo fácilmente comprensible, sus posibilidades de verdad):

p	q	r
V	V	V
F	V	V
V	F	V
V	V	F
F	F	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

p	q
V	V
F	V
V	F
F	F

P
V
F

XLI) *Las proposiciones como funciones de verdad de las proposiciones elementales*

- 4.4 Las proposiciones son la expresión de acuerdo y desacuerdo con las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales.
- 4.41 Las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales son las condiciones de verdad y falsedad de las proposiciones.
- 4.411 Resulta de inmediato plausible el que la introducción de las proposiciones elementales para la comprensión de todas las demás proposiciones sea fundamental. En efecto, la comprensión de una proposición general depende *palpablemente* de la comprensión de las proposiciones elementales.
- 4.42 Respecto a la concordancia y no concordancia de una proposición con las posibilidades de verdad de n proposiciones elementales hay

$$\sum_{K=0}^{K_n} \binom{K_n}{K} = L_n \text{ posibilidades}$$

- 4.32 Podríamos expresar la concordancia con las posibilidades de verdad correlacionando con ellas, en el esquema, el signo ‘V’ (verdadero).
La ausencia de este signo significa la no concordancia.
- 4.431 La expresión de concordancia y no concordancia con las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales expresa las condiciones de verdad de una proposición.
Una proposición es la expresión de sus condiciones de verdad.
(Frege tuvo razón al usarlas como punto de partida en su explicación de los signos de su notación conceptual. Sólo es falsa la explicación por parte de Frege del concepto de verdad: si “Lo Verdadero” y “Lo Falso” fueran realmente objetos y argumentos en $\sim p$, etc., entonces la determinación fregeana del sentido de $\sim p$ no la dejaría enteramente determinada).

XLII) *Las tablas de verdad como signos proposicionales; no hay objetos lógicos; aserción*

- 4.44 El signo que resulta de la correlación del signo ‘V’ con las posibilidades de verdad es un signo proposicional.
- 4.441 Es claro que al complejo de los signos ‘F’ y ‘V’ no corresponde ningún objeto (o complejo de objetos), así como nada corresponde a las líneas verticales y horizontales o a los paréntesis. - No hay “objetos lógicos”.
Algo análogo vale, naturalmente, para todos los signos que expresan lo que los esquemas ‘V’ y ‘F’.
- 4.442 Así, por ejemplo, el siguiente es un signo proposicional:

p	q	
V	V	V
F	V	V
V	F	
F	F	V

(Lógicamente, el signo de aserción de Frege, ‘ \vdash ’, carece por completo de significado; sólo indica en Frege (y en Russell) que estos autores consideran verdaderas las proposiciones a las que se antepone este signo.

‘ \vdash ’ es un rasgo de la proposición tanto como el número de la proposición. No es posible que una proposición pueda expresar de sí misma que es verdadera).

Si la consecuencia de las posibilidades de verdad en el esquema está determinada de una vez por todas por una regla de correlación, entonces la la última columna por sí sola ya es una expresión de las condiciones de

verdad. Si escribimos esta columna como una serie, el signo proposicional será

$$'(VV - V) (p, q)'$$

o, más explícitamente,

$$'(VVFV) (p, q)'$$

El número de lugares en los paréntesis de la izquierda está determinado por el número de términos en los de la derecha).

XLIII) *Tautologías y contradicciones como casos límite de funciones de verdad*

4.45 Para n proposiciones elementales hay L_n grupos posibles de condiciones de verdad.

Los grupos de condiciones de verdad que se obtienen de las posibilidades de verdad de cualquier número de proposiciones elementales pueden ordenarse en una serie.

4.46 Entre los grupos posibles de condiciones de verdad hay dos casos extremos.

En uno de ellos la proposición es verdadera para todas las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales. Decimos que las condiciones de verdad son *tautológicas*.

En el otro, la proposición es falsa para todas las posibilidades de verdad: las condiciones de verdad son *contradictorias*.

En el primer caso llamamos a la proposición una tautología; en el segundo una contradicción.

4.461 Una proposición muestra lo que dice, una tautología y una contradicción muestran que no dicen nada.

Una tautología no tiene condiciones de verdad, puesto que carece de condiciones de verdad, en tanto que una contradicción no es verdadera bajo ninguna condición.

Contradicciones y tautologías carecen de sentido.

(Como un punto del cual parten dos flechas en direcciones opuestas).

(Yo no sé nada, por ejemplo, acerca del tiempo si sé que llueve o no llueve).

4.4611 Tautologías y contradicciones, sin embargo, no son sinsentidos; pertenecen al simbolismo, así como el '0' es parte del simbolismo de la aritmética.

4.462 Las tautologías y las contradicciones no son retratos de la realidad. No presentan ninguna situación posible. En efecto, una permite *toda* situación posible, la otra *ninguna*. En una tautología las condiciones de concordancia con el mundo - las relaciones de representación - se cancelan mutuamente,

- 4.463 por lo que no está en ninguna relación de representación sobre la realidad. Las condiciones de verdad determinan el terreno que la proposición deja abierto a los hechos.
 (La proposición, el retrato, el modelo son, en sentido negativo, como un cuerpo sólido que restringe el movimiento libre de los otros cuerpos; en sentido positivo, como el espacio limitado por una sustancia sólida y en el cual el cuerpo tiene un lugar).
 Una tautología le deja a la realidad el todo del - infinito - espacio lógico; una contradicción llena el todo del espacio lógico y no le deja a la realidad ni un punto. Ninguna de las dos puede, pues, determinar de ningún modo la realidad.
- 4.464 La verdad de las tautologías es cierta, la de las proposiciones, posible, la de las contradicciones, imposible.
 (Cierto, posible, imposible: aquí tenemos una indicación de la gradación que requerimos en la teoría de la probabilidad).
- 4,465 El producto lógico de una tautología y una proposición dice lo mismo que la proposición. Así, pues, dicho producto es idéntico a la proposición. Pues no se puede alterar la esencia del símbolo sin alterar su sentido.
- 4.466 A una determinada combinación lógica de signos corresponde una determinada combinación lógica de sus referencias; a *cualquier* combinación *arbitraria* corresponden solamente signos inconexos.
 O sea, proposiciones que son verdaderas para toda situación no pueden en absoluto ser combinaciones de signos, pues de lo contrario sólo podrían corresponderles determinadas combinaciones de objetos.
 (Y a lo que no es ninguna combinación lógica *no* le corresponde *ninguna* combinación de objetos).
 Las tautologías y las contradicciones son los casos límite de las combinaciones de signos, esto es, su disolución.
- 4.4661 Ciertamente, los signos se combinan también unos con otros en las tautologías y las contradicciones, es decir, mantienen alguna relación entre sí, pero esta relación carece de referencia, es inesencial al *símbolo*.

XLIV) *La forma proposicional general*

- 4.5 Parece ahora posible dar la forma proposicional más general, es decir, una descripción de las proposiciones de *cualquier* sistema de signos, de modo que todo sentido posible pueda expresarse mediante un símbolo que satisfaga la descripción y que todo símbolo que satisfaga la descripción pueda expresar un sentido si las referencias de los nombres fueron elegidas adecuadamente.
 Es claro que por medio de la descripción de la forma proposicional más general puede describirse *únicamente* lo que es esencial - pues de otro modo no sería la forma más general.

Que hay una forma proposicional general lo prueba el hecho de que no puede haber ninguna proposición cuya forma no se haya podido prever (es decir, construir). La forma general de las proposiciones es: las cosas son de tal y tal modo.

- 4.51 Supóngase que se me dan *todas* las proposiciones elementales. Entonces se puede simplemente plantear la pregunta de qué proposiciones puedo yo construir con ellas. Y esas son *todas* las proposiciones y *así* se les delimita.
- 4.52 Las proposiciones son todo aquello que se sigue de la totalidad de las proposiciones elementales (y, naturalmente, de que sean la *totalidad* de *todas* ellas). (En cierto sentido, se podría decir que *todas* las proposiciones son generalizaciones de proposiciones elementales).
- 4.53 La forma proposicional general es una variable.
- 5 Una proposición es una función de verdad de proposiciones elementales.
(Una proposición elemental es una función de verdad de sí misma).
- 5.01 Las proposiciones elementales son los argumentos de verdad de las proposiciones.

XLV) *La distinción entre 'argumento' e 'índice'*

- 5.02 Es fácil confundir los argumentos de funciones con los índice de nombres. Yo reconozco, tanto por el argumento como por el índice, el significado del signo que los contiene.
- Por ejemplo, en el '+_c' de Russell, 'c' es un índice, el cual indica que el signo completo es el signo de adición para los números cardinales. Pero esta designación depende de un acuerdo arbitrario y se puede también elegir un signo simple en vez de '+_c'. Empero, en '~p' 'p' no es ningún índice, sino un argumento: *no se puede* comprender el sentido de '~p' si previamente no se ha entendido el sentido de 'p'. (En el nombre 'Julio Cesar', 'Julio' es un índice. El índice es siempre una parte de la descripción de un objeto, a cuyo nombre lo ligamos. Por ejemplo, *el Cesar* de la familia de los Julios).
- Si no estoy en un error, la confusión de argumento con índice yace en la raíz de la teoría de Frege sobre el significado de las proposiciones y de las funciones. Para Frege, las proposiciones de la lógica eran nombres y sus argumentos los índices de dichos nombres.

XLVI) *La relación de consecuencia*

- 5.1 Las funciones de verdad se pueden ordenar en series.
Este es el fundamento de la teoría de la probabilidad.
- 5.101 Las funciones de verdad del número que sea de proposiciones elementales pueden escribirse en un esquema de la siguiente clase:

V V V V	(p,q)	Tautología	(Si p, entonces p; y si q, entonces q) ($p \supset p \cdot q \supset q$).
F V V V	(p,q)	En palabras:	No conjuntamente p y q ($\sim (p \cdot q)$)
V F V V	(p,q)	”	Si q, entonces p ($q \supset p$)
V V F V	(p,q)	”	Si p, entonces q ($p \supset q$)
V V V F	(p,q)	”	$p \circ q \cdot (p \vee q)$
F F V V	(p,q)	”	No q ($\sim q$)
F V F V	(p,q)	”	No p ($\sim p$)
F V V F	(p,q)	”	$p \circ q$, no ambas ($p \cdot \sim q : \vee : q \cdot \sim p$)
V F F V	(p,q)	”	Si p, entonces q; y si q, entonces p ($p \equiv q$)
V F V F	(p,q)	”	p
V V F F	(p,q)	”	q
F F F V	(p,q)	”	Ni p ni q. ($\sim p \cdot \sim q \circ (p q)$)
F F V F	(p,q)	”	p y no q. ($p \cdot \sim q$)
F V F F	(p,q)	”	q y no p. ($q \cdot \sim p$)
V F F F	(p,q)	”	p y q. ($p \cdot q$)
F F F F	(p,q)	Contradicción	(p y no p; y q y no q) ($p \cdot \sim p \cdot q \cdot \sim q$)

Deseo llamar *fundamentos de verdad* de una proposición a las posibilidades de verdad de sus argumentos de verdad que la confirman.

5.11 Si todos los fundamentos de verdad que son comunes a un número de proposiciones son también los fundamentos de verdad de una determinada proposición, entonces decimos que la verdad de esta proposición se sigue de la verdad de esas proposiciones.

5.12 En particular, la verdad de una proposición ‘p’ se sigue de la verdad de otra proposición ‘q’ si todos los fundamentos de verdad de la segunda son los fundamentos de verdad de la primera.

5.121 Los fundamentos de verdad de una están contenidos en los de la otra; p se sigue de q.

5.122 Si ‘p’ se sigue de ‘q’, entonces el sentido de ‘p’ está contenido en el de ‘q’.

5.123 Si un dios crea un mundo en el cual ciertas proposiciones son verdaderas, crea al mismo tiempo un mundo en el que quedan determinadas todas las proposiciones que se siguen de ellas. Y, asimismo, él no podría crear ningún mundo en el que la proposición ‘p’ fuera verdadera sin crear todos sus objetos.

5.124 Una proposición afirma toda proposición que se siga de ella.

5.1241 ‘p · q’ es una de las proposiciones que afirman ‘p’ y al mismo tiempo una de las proposiciones que afirman ‘q’.

Dos proposiciones se contraponen si no hay ninguna proposición con sentido que afirme ambas.

Toda proposición que contradice a otra la niega.

5.13 Que la verdad de una proposición se sigue de la verdad de otra es algo que la estructura de las proposiciones nos hace ver.

- 5.131 Si la verdad de una proposición se sigue de la verdad de otra, ello se expresa a través de las relaciones que mantienen entre sí las formas de las proposiciones; y no es necesario establecer estas relaciones combinándolas en una sola proposición, ya que estas relaciones son internas y existen como resultado de la existencia de esas proposiciones.
- 5.1311 Si inferimos ‘ q ’ de ‘ $p \vee q$ ’ y ‘ $\sim p$ ’, la relación entre las formas proposicionales de ‘ $p \vee q$ ’ y ‘ $\sim p$ ’ queda aquí oculta por el modo de designación. Pero si, por ejemplo, en lugar de ‘ $p \vee q$ ’ escribimos ‘ $p | q \cdot | \cdot p | q$ ’ y en lugar de ‘ $\sim p$ ’ ‘ $p | p$ ’ ($p | q = \text{ni } p \text{ ni } q$), entonces la conexión interna se vuelve evidente.
(Que de $(x)fx$ se puede inferir fa muestra que en el símbolo ‘ $(x)fx$ ’ también está presente la generalidad.)
- 5.132 Si p se sigue de q , entonces puedo inferir p de q ; deducir p de q .
La clase de inferencia se extrae únicamente de las dos proposiciones.
Sólo ellas pueden justificar la inferencia.
Las ‘reglas de inferencia’ que - según Frege y Russell - deberían justificar las deducciones carecen de sentido y son superfluas.
- 5.133 Toda deducción se efectúa *a priori*.
- 5.134 De una proposición elemental no se puede inferir ninguna otra.

XLVII) *No hay nexos causales*

- 5.135 De ninguna manera se puede inferir de la existencia de una situación la existencia de otra completamente diferente.
- 5.136 No hay ningún nexo causal que justifique semejante inferencia.
- 5.1361 No *podemos* inferir acontecimientos futuros a partir de los presentes.
La creencia en el nexo causal es *superstición*.
- 5.1362 La libertad de la voluntad consiste en que no podemos conocer ahora las acciones futuras. Sólo podríamos conocerlas si la causalidad fuera una necesidad *interna*, como la de deducción lógica. - La conexión entre el conocimiento y lo conocido es de necesidad lógica.
(‘A sabe que p acontece’ carece de sentido si ‘ p ’ es una tautología).

XLVIII) *Tautologías y contradicciones no “dicen” nada*

- 5.1363 Así como del hecho de que una proposición nos resulte evidente no *se sigue* que sea verdadera, así tampoco el que sea evidente es una justificación de nuestra creencia en su verdad.
- 5.14 Si una proposición se sigue de otra, la segunda dice más que la primera, la primera menos que la segunda.
- 5.141 Si p se sigue de q y q se sigue de p , entonces son una y la misma proposición.
- 5.142 Una tautología se sigue de cualquier proposición: no dice nada.

- 5.143 Una contradicción es lo que tienen en común proposiciones que *ninguna* proposición tiene en común con otras. Una tautología es lo que tienen en común todas las proposiciones que no tienen entre sí nada en común.
 Las contradicciones, por así decirlo, se desvanecen fuera de todas las proposiciones; las tautologías, dentro.
 Las contradicciones son el límite externo de las proposiciones. Las tautologías su núcleo insustancial.

XLIX) Probabilidad

- 5.15 Si V_r es el número de los fundamentos de verdad de la proposición r y ' V_{rs} ' el número de aquellos fundamentos de verdad de la proposición s que son al mismo tiempo fundamentos de verdad de r , entonces llamamos a la relación $V_{rs} : V_r$ el grado de *probabilidad* que la proposición r da a la proposición s .
- 5.151 En un esquema semejante al de 5.101, sea V_r el número de las 'V' en la proposición r y sea V_{rs} el número de las 'V' en la proposición s que están en la misma columna que los 'V' de la proposición r . La proposición r le da entonces a la proposición s la probabilidad $V_{rs} : V_r$.
- 5.1511 No hay ningún objeto especial específico de las proposiciones de probabilidad.
- 5.152 A las proposiciones que no tienen en común ningún argumento de verdad las llamamos independientes entre sí.
 Dos proposiciones elementales se dan una a la otra la probabilidad $\frac{1}{2}$.
 Si p se sigue de q , la proposición q le da a la proposición p la probabilidad 1. La certeza de la inferencia lógica es un caso límite de la probabilidad.
 (Aplicación a las tautologías y contradicciones).
- 5.153 Una proposición no es en sí misma ni probable ni improbable. Un evento sucede o no sucede: no hay término medio.
- 5.154 En una urna hay la misma cantidad de canicas blancas y negras (y no hay de otro color). Yo extraigo una canica tras otra y las vuelvo a poner en la urna. Así, mediante este experimento, puedo establecer que los números de canicas negras y blancas extraídas se aproximan según prosigue la extracción.
Esto no es ningún factum matemático.
 Si ahora digo que es igualmente probable que extraiga una canica blanca que una negra, ello significa que todas las circunstancias que me son conocidas (incluyendo las leyes de la naturaleza admitidas hipotéticamente) no me dan *más* probabilidad de que ocurra un evento que de que ocurra el otro. Eso significa - como se puede fácilmente comprender por la explicación anterior - que se da para cada uno de esos eventos la probabilidad $\frac{1}{2}$.

- Lo que gracias al experimento confirmo es que el que ocurran los dos eventos es independiente de las circunstancias que no conozco más de cerca.
- 5.155 La unidad de las proposiciones de probabilidad es: las circunstancias - de las que no tengo conocimiento suplementario - dan a la ocurrencia de un evento determinado tal y cual grado de probabilidad.
- 5.156 De ahí que la probabilidad sea una generalización. Esto comporta una descripción general de una forma proposicional.
- Usamos la probabilidad sólo por la falta de certeza.- Inclusive si no conocemos exhaustivamente un hecho, de todos modos sabemos *algo* acerca de su forma.
- (Una proposición puede efectivamente ser un retrato incompleto de una situación, pero es siempre *un* retrato completo).
- Las proposiciones de probabilidad son una especie de extracto de otras proposiciones.

L) *Las operaciones como expresando relaciones internas*

- 5.2 Las estructuras de las proposiciones mantienen entre sí relaciones internas.
- 5.21 Nosotros podemos poner de relieve en nuestros modos de expresión estas relaciones internas, representando una proposición como el resultado de una operación que la genera a partir de otras proposiciones (las bases de la operación).
- 5.22 Una operación es la expresión de una relación entre las estructuras de su resultado y de sus bases.
- 5.23 Una operación es aquello que hay que hacer con una proposición para obtener otra de ella.
- 5.231 Y ello naturalmente depende de sus propiedades formales, de la semejanza interna de sus formas.
- 5.232 Una relación interna que ordena una serie es equivalente a la operación por la cual un término surge de otro.
- 5.233 Una operación puede efectuarse cuando una proposición surge de otra de un modo lógicamente significativo, es decir, cuando comienza la construcción lógica de la proposición.
- 5.234 Las funciones de verdad de las proposiciones elementales son resultados de operaciones que tienen a las proposiciones elementales como bases. (Llamo a estas operaciones ‘operaciones de verdad’).
- 5.2341 El sentido de una función de verdad de p es una función del sentido de p .
- La negación, la suma lógica, la multiplicación lógica, etc., etc., son operaciones. (La negación invierte el sentido de las proposiciones).
- 5.24 Una operación se muestra en una variable; muestra cómo podemos pasar de una forma proposicional a otra.

La operación da expresión a las diferencias de formas. (Y lo que las bases y los resultados de la operación tienen en común son justamente las bases).

- 5.241 Una operación no caracteriza ninguna forma, sino sólo las diferencias de formas.
- 5.242 La misma operación que genera 'q' de 'p' genera 'r' de 'q' y así sucesivamente. Esto sólo puede expresarse si 'p', 'q', 'r', etc., son variables, que dan expresión de modo general a ciertas relaciones formales.
- 5.25 El que se efectúe una operación no caracteriza el sentido de una proposición.
Una operación no dice nada, sino únicamente su resultado, y ello depende de las bases de la operación.
(No deben confundirse operación y función).
- 5.251 Una función no puede ser su propio argumento, pero el resultado de una operación sí puede ser su propia base.
- 5.252 Es sólo por medio de este procedimiento que es posible la transición de un término a otro en una serie de formas (de tipo a tipo en la jerarquía de Russell y Whitehead). (Russell y Whitehead no admitían la posibilidad de este procedimiento, pero lo usaban permanentemente).
- 5.2521 A la aplicación repetida de una operación a su propio resultado la llamo su 'aplicación sucesiva' ('O'O'O'a' es el resultado de la triple aplicación sucesiva de 'O ξ' a 'a').
En un sentido semejante hablo yo de la aplicación sucesiva de *múltiples* operaciones a un número de proposiciones.
- 5.2522 Escribo el término general de una serie de formas $a, O'a, O'O'a, \dots$ así: '[a, x, O' x]. Esta expresión entre corchetes es una variable. El primer término de la expresión entre corchetes es el inicio de la serie de formas, el segundo la forma de un término cualquiera de la serie y el tercero la forma de aquel término de la serie que sigue inmediatamente de x.
- 5.2523 El concepto de aplicación sucesiva de una operación es equivalente al concepto de 'y así sucesivamente'.
- 5.253 Una operación puede invertir el efecto de otra. Las operaciones pueden anularse unas a otras.
- 5.254 Las operaciones pueden desaparecer (por ejemplo, la negación en ' $\sim\sim p$ ': $\sim\sim p = p$).

LI) *Las proposiciones como resultando de operaciones de verdad efectuadas sobre proposiciones elementales*

- 5.3 Todas las proposiciones son resultado de operaciones de verdad efectuadas sobre proposiciones elementales.

Una operación de verdad es el modo como con proposiciones elementales se produce una función de verdad.

Por la esencia de las operaciones de verdad, del mismo modo como de las proposiciones elementales surgen sus funciones de verdad, de las funciones de verdad surge otra nueva.

Toda operación de verdad crea de las funciones de verdad de proposiciones elementales otra función de verdad de proposiciones elementales, esto es, una proposición. El resultado de cada operación de verdad efectuada sobre los resultados de operaciones de verdad con proposiciones elementales es también resultado de *una* operación de verdad con proposiciones elementales.

Toda proposición es el resultado de operaciones de verdad efectuadas con proposiciones elementales.

- 5.31 El esquema en 4.31 tiene también un significado aunque ‘ p ’, ‘ q ’, ‘ r ’, etc., no sean proposiciones elementales. Y es fácil ver que el signo proposicional en 4.442, expresa una función de verdad de proposiciones elementales inclusive si ‘ p ’ y ‘ q ’ son funciones de verdad de proposiciones elementales.
- 5.32 Todas las funciones de verdad son el resultado de aplicaciones sucesivas de un número finito de operaciones de verdad efectuadas sobre proposiciones elementales.

LII) *No hay objetos lógicos; negación*

- 5.4 Aquí se pone de manifiesto que no hay “objetos lógicos”, “constantes lógicas” (en el sentido de Frege y Russell).
- 5.41 Así, pues, todos los resultados de operaciones de verdad sobre funciones de verdad que sean una y la misma función de verdad de proposiciones elementales, son idénticos.
- 5.42 Es evidente que, en el sentido de derecha e izquierda, etc., \vee , \supset , etc., no son relaciones.

La posibilidad de interdefinición de los signos primitivos de Frege y Russell por sí sola muestra que no son en absoluto signos primitivos y mucho menos que designan relaciones.

Y es obvio que el ‘ \supset ’, al que definimos mediante ‘ \sim ’ y ‘ \vee ’, es idéntico a aquel con el cual, junto con ‘ \sim ’, definimos ‘ \vee ’, que es idéntico al primer ‘ \vee ’, y así sucesivamente.

- 5.43 Que de un hecho p debería seguirse una cantidad infinita de *otros*, a saber, $\sim \sim p$, $\sim \sim \sim p$, etc., es apenas creíble. Y no es menos sorprendente que el número infinito de las proposiciones de la lógica (de las matemáticas) se siga de media docena de “leyes fundamentales”.
- 5.44 Todas las proposiciones de la lógica dicen lo mismo, a saber, nada.
Las funciones de verdad no son funciones materiales.
Si, por ejemplo, se puede producir una afirmación por repetidas

negaciones, ¿Está - en algún sentido - contenida la negación en la afirmación? ¿Acaso $\sim \sim p$ niega $\sim p$ o más bien afirma p ? ¿O ambas cosas?

La proposición ' $\sim \sim p$ ' no versa sobre la negación como sobre un objeto, sino que la posibilidad de la negación en la afirmación está ya prejuzgada.

Y si hubiera un objeto llamado ' \sim ', entonces ' $\sim \sim p$ ' tendría que decir algo diferente a ' p '. Pues entonces una proposición versaría sobre ' \sim ' y la otra no.

5.441 Esta desaparición de las constantes lógicas aparentes también ocurre si ' $\sim (\exists x) . \sim f x$ ' dice lo mismo que ' $(x) . f x$ ' o si ' $(\exists x) . f x . x = a$ ' dice lo mismo que ' $f a$ '.

5.442 Si se da una proposición, *con ella* ya también están dados los resultados de todas las operaciones de verdad que la tienen a ella como base.

LIII) *Las nociones primitivas de la lógica*

5.45 Si hay signos primitivos en lógica, una lógica correcta tiene que aclarar sus respectivas posiciones y justificar su existencia. La construcción de la lógica *a partir de* sus signos primitivos tiene que quedar clara.

5.451 Si la lógica tiene conceptos fundamentales, éstos tienen que ser independientes unos de otros. Si se introduce un concepto fundamental, tiene también que introducirse en toda combinación en la que aparezca. De ahí que no se pueda introducirlo primero para *una* combinación y luego volver a introducirlo para otras. Por ejemplo, si se introduce la negación, tenemos de inmediato que comprenderla tanto en proposiciones de la forma ' $\sim p$ ' como en proposiciones como ' $\sim (p \vee q)$ ', ' $(\exists x) . \sim f x$ ', y demás. No debemos introducirla primero para *una* clase de casos y luego para otra, pues sería dudoso cuándo en ambos casos sería su significado el mismo y no habría ninguna razón para que en ambos casos se combinaran los signos del mismo modo.

(En pocas palabras, lo que Frege (*Grundgesetze der Arithmetik*) sostenía acerca de la introducción de signos por medio de definiciones vale, *mutatis mutandis*, para la introducción de signos primitivos).

5.452 La introducción de un nuevo mecanismo en el simbolismo de la lógica tiene que ser siempre un evento pletórico de consecuencias. En lógica no se puede introducir ningún nuevo mecanismo entre paréntesis o al margen - por así decirlo, distraídamente.

(Así, en *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead encontramos definiciones y leyes fundamentales en palabras. ¿Por qué aquí de repente palabras? Esto requeriría una justificación. Ésta falta y tiene que faltar, porque el procedimiento es de hecho ilícito).

Pero si la introducción de un nuevo mecanismo en un lugar resulta imprescindible, se tiene de inmediato que preguntar: ¿dónde se tiene que

aplicar *siempre* dicho mecanismo? Su posición en la lógica tiene que ser clara.

LIV) *La naturaleza de la lógica*

- 5.453 Para la lógica, todos los números tienen que poder ser justificables.
O, mejor aún: tiene que resultar evidente que en lógica no hay números.
No hay números privilegiados.
- 5.454 En lógica no hay ninguna yuxtaposición, no puede darse ninguna clasificación.
En lógica no puede darse algo más general y algo más especial.
- 5.4541 Las soluciones de los problemas lógicos tienen que ser simples, puesto que ellas establecen los estándares de simplicidad.
Los hombres siempre han tenido el presentimiento de que tenía que darse un universo de cuestiones cuyas respuestas - *a priori* - estuvieran simétricamente unidas en una construcción acabada y regulada.
Un universo en el que valiera la proposición: *simplex sigillum veri*.

LV) *Los signos lógicos como puntuaciones*

- 5.46 Si se introducen correctamente los signos lógicos, se introduce también con ellos el sentido de todas sus combinaciones; no sólo ' $p \vee q$ ', sino también ' $\sim(p \vee \sim q)$ ', etc., etc. Con esto se habría introducido también el efecto de todas las posibles combinaciones de paréntesis. Y así se pondría en claro que los auténticos signos primitivos generales no son ' $(p \vee q)$ ', ' $(\exists x) . fx$ ', etc., sino la forma más general de su combinación.
- 5.461 Muy significativo es el hecho, aparentemente sin importancia, de que las pseudo-relaciones lógicas, como \vee y \supset - en contraposición a las genuinas relaciones - necesiten paréntesis.
El empleo de paréntesis con estos signos aparentemente primitivos realmente indica que no son los auténticos signos primitivos. Y desde luego que nadie creerá que los paréntesis tienen un significado autónomo.
- 5.4611 Los signos para las operaciones lógicas son signos de puntuación.

LVI) *La forma general de una proposición*

- 5.47 Es claro que todo lo que se pueda en absoluto decir *de antemano* sobre la forma de todas las proposiciones se puede decir *de un solo golpe*.
Pues todas las proposiciones lógicas están ya contenidas en las proposiciones elementales. Pues '*fa*' dice lo mismo que ' $(\exists x) . fx . x = a$ '.
Donde hay composición hay argumento y función y donde éstos están ya están todas las constantes lógicas.

Podría decirse que la única constante lógica es aquella que todas las proposiciones, dependiendo de su naturaleza, tienen en común unas con otras.

Pero ésta es la forma general de la proposición.

- 5.471 La forma general de la proposición es la esencia de las proposiciones.
5.4711 Dar la esencia de las proposiciones significa dar la esencia de toda descripción, y por ende la esencia del mundo.
5.472 La descripción de la forma general de la proposición es la descripción del único y singular signo primitivo general de la lógica.

LVII) *La autonomía de la lógica; auto-evidencia; cómo surge el sinsentido*

- 5.473 La lógica tiene que cuidarse a sí misma.

Un signo *posible* tiene también que poder designar. Todo lo que es posible en lógica también está permitido. ('Sócrates es idéntico' no significa nada, puesto que no hay ninguna propiedad llamada 'idéntico'). La proposición es un sinsentido pero no porque el símbolo sea en sí mismo ilícito, sino porque no establecimos previamente ninguna convención al respecto.

- 5.4731 Es porque el lenguaje mismo impide todo error lógico que la evidencia, de la que tanto hablaba Russell, se vuelve dispensable en lógica.- El que la lógica sea *a priori* consiste en que no se *puede* pensar ilógicamente.

- 5.4732 No podemos dotar a un signo de un sentido inadecuado.

- 5.47321 Naturalmente, el principio de Ockham no es ninguna regla arbitraria ni tampoco una regla justificada por su éxito práctico; dice simplemente que signos *innecesarios* de un sistema no denotan nada.

Los signos que cumplen *un* mismo fin son lógicamente equivalentes; signos que no cumplen *ningún* fin carecen lógicamente de significado.

- 5.4733 Frege dice: toda proposición legítimamente construida tiene que tener un sentido; y yo digo: toda proposición posible ya está legítimamente construida y si no tiene ningún sentido, ello sólo puede deberse a que no se le confirió una *referencia* a alguno de sus componentes.

(Inclusive si creemos que sí lo hicimos).

De ahí que 'Sócrates es idéntico' no diga nada, puesto que no le hemos conferido *ninguna* referencia a la palabra 'idéntico' en tanto que *adjetivo*. Porque cuando aparece como signo de identidad, entonces simboliza de un modo completamente diferente - la relación designadora es otra - por lo que el símbolo es totalmente diferente en cada caso; es sólo por casualidad que ambos símbolos tienen en común el signo.

LVIII) *Relatividad de las operaciones lógicas primitivas*

- 5.474 El número de las operaciones fundamentales necesarias depende *únicamente* de nuestra notación.
- 5.575 Es cuestión de construir un sistema de signos con un número determinado de dimensiones - con una determinada multiplicidad matemática.
- 5.476 Es claro que no se trata aquí de un *número de conceptos fundamentales* que se tenga que designar, sino de la expresión de una regla.

LIX) *La doble negación como la operación lógica básica*

- 5.5 Toda función de verdad es un resultado de aplicaciones sucesivas de la operación (----- V) (ξ , ...) a las proposiciones elementales.
Esta operación niega todas las proposiciones que están entre los paréntesis de la derecha y la llamo la 'negación de estas proposiciones'.
- 5.501 Cuando la expresión entre paréntesis tiene como términos proposiciones – y el orden de los términos que están entre paréntesis es indiferente – lo indico por medio de un signo de la forma ' (ξ) '. ' (ξ) ' es una variable cuyos valores son los términos que están entre paréntesis y la línea sobre la variable indica que ésta representa todos sus valores en los paréntesis.
(Así, pues, si ξ tiene 3 valores, P, Q, R , entonces $(\xi) = (P, Q, R)$.
Los valores de la variable deben estipularse.
La estipulación es la descripción de las proposiciones representadas por la variable.
Cómo se efectúe la descripción de los términos de las expresiones entre paréntesis no es algo esencial.
Podemos distinguir tres clases de descripciones: 1) La enumeración directa. En este caso podemos simplemente poner en lugar de la variable sus valores constantes. 2) La indicación de una función fx , cuyos valores para todos los valores de la x son las proposiciones por describir. 3) La indicación de una ley formal de acuerdo con la cual se construye cada proposición. En este caso, los términos de las expresiones entre paréntesis son todos términos de una serie de formas.
- 5.502 Por consiguiente, en vez de ' (ξ, \dots) ' escribo ' $N(\xi)$ '. ' $N(\xi)$ ' es la negación de todos los valores de la variable proposicional ξ .
- 5.503 Es evidente que es fácilmente expresable cómo con esta operación se pueden construir proposiciones y cómo mediante ella no deban construirse es algo que también tiene que encontrar una expresión exacta.
- 5.51 Si ξ tuviera sólo un valor, entonces $N(\xi) = \sim p$ (no p); si tuviera dos, entonces $N(\xi) = \sim p . \sim q$ (ni p ni q).
- 5.511 ¿Cómo puede la omniabarcadora lógica - que refleja el mundo - servirse de garabatos y manipulaciones tan especiales? Sólo porque todos ellos se conectan entre sí en una red infinitamente fina, en el gran espejo.

LX) Aspectos esenciales de una notación lógica ilustrados con el caso de la negación

5.512 ‘ $\sim p$ ’ es verdadera si ‘ p ’ es falsa. De ahí que en la proposición verdadera ‘ $\sim p$ ’, ‘ p ’ sea una proposición falsa. ¿Y cómo puede la raya ‘ \sim ’ hacer que concuerde con la realidad?

Pero lo que en ‘ $\sim p$ ’ niega no es ‘ \sim ’, sino aquello que tienen en común todos los signos de esta notación que niegan ‘ p ’.

O sea, la regla común según la cual se construyen ‘ $\sim p$ ’, ‘ $\sim\sim\sim p$ ’, ‘ $\sim p \vee \sim p$ ’, ‘ $\sim p \cdot \sim p$ ’, etc., etc. (*ad infinitum*). Y esto que es común es lo que la negación refleja.

5.513 Se puede decir: eso que es común a todos los símbolos que afirman tanto p como q es la proposición ‘ $p \cdot q$ ’. Eso que es común a todos los símbolos que afirman ‘ $p \vee q$ ’ es la proposición ‘ $p \vee q$ ’.

Y, asimismo, se puede decir: dos proposiciones se contraponen mutuamente cuando no tienen nada en común; y, también: toda proposición tiene sólo una negativa, pues no hay más que una proposición que yazga completamente fuera de ella.

Así, también en la notación de Russell queda de manifiesto que ‘ $q : p \vee \sim p$ ’ dice lo mismo que ‘ q ’, que ‘ $p \vee \sim p$ ’ no dice nada.

5.514 Una vez que se fija una notación, habrá en ella una regla de acuerdo con la cual se construyen todas las proposiciones que niegan p , una regla de acuerdo con la cual se construyen todas las proposiciones que afirman p o q , y así sucesivamente. Estas reglas son equivalentes a los símbolos y en ellas se refleja sus sentido.

5.515 En nuestros símbolos tiene que mostrarse que lo que está conectado por ‘ \vee ’, ‘ \cdot ’, etc., tienen que ser proposiciones.

Y esto es lo que pasa, pues los símbolos ‘ p ’ y ‘ q ’ presuponen ‘ \vee ’, ‘ \sim ’, etc. Si el signo ‘ p ’ en ‘ $p \vee q$ ’ no está en lugar de ningún signo complejo, entonces no puede tener un sentido por sí solo, pues entonces los signos ‘ $p \vee \sim p$ ’, ‘ $p \cdot p$ ’, etc., que tienen el mismo sentido que ‘ p ’, no podrían tener ningún sentido. Pero si ‘ $p \vee p$ ’ no tiene ningún sentido, entonces tampoco podrá tener ningún sentido ‘ $p \vee q$ ’.

5.5151 ¿Se tiene acaso que construir el signo de una proposición negativa con el signo de la positiva? ¿Por qué no habría de poder expresarse la proposición negativa por medio de un hecho negativo? (Por ejemplo: si a no está en ninguna relación determinada con b , esto podría expresar que aRb no acontece).

Pero también aquí la proposición negativa está indirectamente construida a través de la positiva.

Una *proposición* positiva tiene que presuponer la existencia de la *proposición* negativa, y a la inversa.

LXI) Generalidad

5.52 Si los valores de ξ son todos los valores de una función $f x$ para todos los valores de x , entonces $N(\xi) = \sim (\exists x) . f x$.

5.521 Yo separo el concepto *todo* de las funciones de verdad.

Frege y Russell introdujeron la generalidad en conexión con el producto lógico o la suma lógica. Eso hace difícil comprender las proposiciones ' $(\exists x) . f x$ ' y ' $(x) f x$ ', en las que ambas ideas están inmersas.

5.522 La peculiaridad del signo de generalidad es, en primer lugar, que remite a un prototipo lógico y, en segundo lugar, que realza las constantes.

5.523 El signo de generalidad aparece como argumento.

5.524 Si están dados los objetos, con ellos están ya dados también *todos* los objetos.

Si están dadas las proposiciones elementales, con ellas están ya dadas también *todas* las proposiciones elementales.

5.525 Es incorrecto - como lo hace Russell - traducir la proposición ' $(\exists x) . f x$ ' como ' $f x$ es posible'.

La certeza, la posibilidad y la imposibilidad de una situación no se expresan por medio de proposiciones, sino por el que una expresión sea una tautología, una proposición con sentido o una contradicción.

El precedente al cual siempre se puede apelar tiene ya que estar en el símbolo mismo.

LXII) Descripción del mundo por medio de proposiciones completamente generales

5.526 Se puede describir exhaustivamente el mundo mediante proposiciones completamente generalizadas, es decir, sin que previamente se hayan coordinado nombres con objetos determinados.

Así, para llegar al modo usual de expresarse, se tiene simplemente que decir, después de la expresión 'hay un y sólo un x tal que ...': y este x es a .

5.5261 Como cualquier otra proposición, una proposición completamente generalizada es compuesta. (Esto se muestra en que en ' $(\exists x, \varphi) . \varphi x$ ', tenemos que mencionar por separado a ' φ ' y a ' x '. Ambos están de modo independiente en una diferente relación de designación con el mundo, como en el caso de las proposiciones no generalizadas.

Una característica de un símbolo compuesto es que tiene algo en común con *otros* símbolos.

5.5262 La verdad o la falsedad de *cada* proposición efectivamente altera algo en el armazón general del mundo. Y el margen que le deja a ese armazón la totalidad de las proposiciones elementales es precisamente el que delimitan las proposiciones completamente generales.

(Si una proposición elemental es verdadera, entonces por lo mismo es verdadera una proposición elemental *más*).

LXIII) *Identidad*

- 5.53 Expreso la identidad de un objeto por medio de la identidad de un signo y no con la ayuda de un signo de identidad. La diferencia de objetos la expreso a través de la diferencia de signos.
- 5.5301 Es obvio que la identidad no es ninguna relación entre dos objetos. Esto se aclara si se considera, por ejemplo, la proposición ' $(x) f x \supset x = a$ '. Lo que esta proposición dice es simplemente que *únicamente a* satisface la función f y no que *sólo* aquellas cosas que tienen una cierta relación con a satisfacen la función f .
Desde luego que podría entonces decirse que *sólo a* mantiene dicha relación con a , pero para expresar esto necesitaríamos el propio signo de identidad.
- 5.5302 La definición que Russell da de '=' no es adecuada, puesto que de acuerdo con ella no se puede decir que dos objetos tienen todas sus propiedades en común. (Inclusive si esta proposición no es nunca correcta, de todos modos tiene *sentido*).
- 5.5303 A grandes rasgos: decir de *dos* cosas que son idénticas es un sinsentido y decir de *una* cosa que es idéntica a sí misma no es decir nada.
- 5.531 Yo no escribo ' $f(a, b) \cdot a = b$ ', sino ' $f(a, a)$ ' (o ' $f(b, b)$ '). Y no ' $f(a, b) \cdot \sim a = b$ ', sino ' $f(a, b)$ '.
- 5.532 Y, análogamente: no ' $(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot x = y$ ', sino ' $(\exists x) \cdot f(x, x)$ '; y no: ' $(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot \sim x = y$ ', sino ' $(\exists x, y) \cdot f(x, y)$ '.
(Así, en lugar del ' $(\exists x, y) \cdot f(x, y)$ ' de Russell: ' $(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot \vee (\exists x) \cdot f(x, x)$ ').
Así, en lugar de ' $(x) \cdot f x \supset x = a$ ', escribimos, por ejemplo, ' $(\exists x) \cdot f x \supset f a : \sim (\exists x, y) \cdot f x \cdot f y$ '. Y la proposición 'sólo un x satisface $f()$ ', se lee: ' $(\exists x) \cdot f x : \sim (\exists x, y) \cdot f x \cdot f y$ '.
- 5.533 Por consiguiente, el signo de identidad no es ningún elemento esencial de la notación conceptual.
- 5.534 Vemos ahora que, en una notación conceptual correcta, pseudo-proposiciones como ' $a = a$ ', ' $a = b \cdot b = c \supset a = c$ ', ' $(x) \cdot x = x$ ', ' $(\exists x) \cdot x = a$ ', etc., no pueden ni siquiera escribirse.

LXIV) *El axioma de infinitud; proposiciones acerca del número de objetos en el universo*

- 5.535 Esto también da cuenta de todos los problemas conectados con tales pseudo-proposiciones.

Aquí están resueltos ya todos los problemas del “Axiom of Infinity” de Russell.

Lo que el axioma de infinitud pretende decir se expresaría en el lenguaje a través de infinitamente muchos nombres con denotaciones diferentes.

5.5351 Hay ciertos casos en los que uno está tentado de usar expresiones de la forma ‘ $a = a$ ’ o ‘ $p \supset p$ ’ u otros semejantes. Y así precisamente sucede cuando se habla de prototipos: proposición, cosa, etc. En los *Principles of Mathematics*, Russell transcribió el sinsentido ‘ p es una proposición’ por medio de los símbolos ‘ $p \supset p$ ’ y lo puso como hipótesis delante de ciertas proposiciones para que sus lugares de argumento sólo lo pudieran ocupar proposiciones.

(Es un sinsentido colocar la hipótesis ‘ $p \supset p$ ’ delante de una proposición para asegurar que sus argumentos serán de la forma correcta, porque si una hipótesis tiene como argumento una no-proposición, entonces no es falsa sino un sinsentido, y porque la proposición misma se vuelve un sinsentido si tiene argumentos de una especie inadecuada, por lo que ella sola se protege de argumentos inadecuados tan bien o tan mal como por la hipótesis carente de sentido que para este fin se le anexó).

5.5352 Asimismo, se ha querido expresar ‘no hay ninguna *cosa*’ por medio de ‘ $\sim (\exists x) . x = x$ ’. Pero inclusive si esta proposición fuera verdadera, ¿no sería verdadera si, efectivamente, ‘hubiera cosas’, pero que no fueran idénticas a sí mismas?

LXV) *Apariciones ostensiblemente no extensionales de proposiciones (expresiones de creencia, juicio, etc.)*

5.54 En la forma proposicional general una proposición entra en otra únicamente como base de operaciones de verdad.

5.541 A primera vista, parece que una proposición podría entrar en otra de otro modo.

En especial, en ciertas formas proposicionales de la psicología, como ‘ A cree que p acontece’ o ‘ A piensa p ’, etc.

Consideradas superficialmente, parece aquí que la proposición p está en una especie de relación con el objeto A .

(Y en la teoría del conocimiento moderna (Russell, Moore, etc.) estas proposiciones así han sido concebidas).

5.542 Pero es claro, sin embargo, que ‘ A cree que p ’, ‘ A piensa p ’, ‘ A dice p ’, son de la forma ‘ p dice p ’. Y aquí se trata no de la coordinación de un hecho con un objeto, sino de la coordinación de hechos a través de la coordinación de sus objetos.

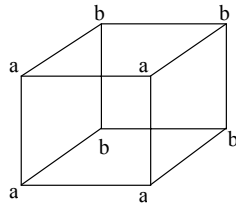
5.5421 Esto muestra también que el alma - el sujeto, etc. - como se le concibe en la superficial psicología contemporánea es un absurdo.

En efecto, un alma compuesta ya no sería un alma.

5.5422 La explicación correcta de la forma de la proposición ‘A juzga p ’ tiene que mostrar que es imposible juzgar un sinsentido. (La teoría de Russell no cumple esta condición).

5.5423 Percibir un complejo significa percibir que sus partes se conectan entre sí de tal y cual modo.

Esto quizá también explique que la figura



pueda ser vista como cubo de dos modos; y todos los fenómenos semejantes. Pues en realidad vemos dos hechos diferentes.

(Si primero me fijo en los ángulos a y sólo de reojo en los b , a parece estar delante y b detrás, y a la inversa).

LXVI) *Las formas de las proposiciones elementales; la lógica y su ‘aplicación’*

5.55 Debemos responder *a priori* a la cuestión de todas las formas posibles de las proposiciones elementales.

Una proposición elemental se compone de nombres. Puesto que no podemos proporcionar el número de nombres que tienen referencias diferentes, tampoco podemos proporcionar la composición de las proposiciones elementales.

5.551 Nuestro principio fundamental es que toda cuestión que la lógica pueda resolver tiene que poder resolverse sin más.

(Y si nos vemos en la posición de tener que contemplar el mundo para dar respuesta a un problema así, ello mostraría que estamos siguiendo un camino fundamentalmente errado).

5.552 La “experiencia” que necesitamos para comprender la lógica no es la de que tal o tal cosa sucede, sino la de que algo *es*: pero eso no es *ninguna* experiencia.

La lógica es *anterior* a cualquier experiencia - que algo es *así*. Es anterior al *cómo*, no al *qué*.

5.5521 Y si no fuera así ¿cómo podríamos aplicar la lógica? Podría decirse: si hubiera una lógica, aunque no hubiera también un mundo ¿cómo podría haber una lógica dado que hay un mundo?

- 5.553 Russell solía decir que hay relaciones simples entre diferentes números de cosas (individuos). Pero ¿entre cuáles números? ¿Y cómo se decidiría eso? ¿Por la experiencia?
(No hay números privilegiados)
- 5.554 El que se señalaran formas especiales sería algo totalmente arbitrario.
- 5.5541 El que me viera en la situación de tener que designar algo con el signo de una relación de 27 términos, por ejemplo, es algo que se debería poder determinar *a priori*.
- 5.5542 Pero ¿podríamos siquiera plantearnos semejante pregunta? ¿Podríamos establecer una forma de signo y no saber si algo podría corresponderle?
¿Tiene algún sentido la pregunta: ¿qué tiene que *haber* para que algo acontezca??
- 5.555 Es claro que tenemos un concepto de proposición elemental, independientemente de su forma lógica particular.
Pero donde se pueden construir símbolos gracias a un sistema, lo que es lógicamente importante es dicho sistema y no los símbolos individuales.
Y ¿cómo es posible que en lógica me ocupe yo de formas que puedo inventar?; debo más bien ocuparme de aquello que hace posible que las invente.
- 5.556 No se puede dar una jerarquía de formas de las proposiciones elementales. Sólo se puede prever aquello que nosotros mismos construimos.
- 5.5561 La realidad empírica está limitada por la totalidad de los objetos. El límite se vuelve a mostrar en la totalidad de las proposiciones elementales.
Las jerarquías son y deben ser independientes de la realidad.
- 5.5562 Si por razones puramente lógicas sabemos que tiene que haber proposiciones elementales, esto lo tiene que saber cualquiera que comprenda proposiciones en su forma no analizada.
- 5.5563 De hecho así como están, todas las proposiciones de nuestro lenguaje usual están, desde un punto de vista lógico, totalmente en orden. Lo más simple de todo lo que podamos indicar aquí no es algo que se parezca a la verdad, sino la verdad total misma.
(Nuestros problemas no son abstractos, sino quizá los más concretos que haya).
- 5.557 La *aplicación* de la lógica decide qué proposiciones elementales hay.
La lógica no puede anticipar aquello que pertenece a su aplicación.
Esto es claro: la lógica no puede chocar con su aplicación.
La lógica, no obstante, tiene que estar en contacto con su aplicación.
De ahí que la lógica y su aplicación no se sobrepongan una a la otra.
- 5.5571 Si no puedo indicar *a priori* cuáles son las proposiciones elementales, pretender indicarlas tiene que conducir a un obvio sinsentido.

LXVII) *Los límites del lenguaje*

5.6 *Los límites de mi lenguaje* denotan los límites de mi mundo.

5.61 La lógica permea el mundo; los límites del mundo son también sus límites.

En lógica, nosotros no podemos decir: en el mundo hay esto y aquello, aquello otro no.

Ello parecería presuponer que nosotros excluimos ciertas posibilidades y eso no puede acontecer, pues de lo contrario la lógica tendría que rebasar los límites del mundo; pues sólo así podría contemplar los límites desde el otro lado.

Lo que no podemos pensar, no lo podemos pensar; y tampoco podemos *decir* lo que no podemos pensar.

LXVIII) *Solipsismo; el sujeto metafísico*

5.62 Esta observación da la clave para decidir la cuestión de cuánta verdad hay en el solipsismo.

Pues lo que el solipsismo *quiere decir* es totalmente correcto, sólo que no se puede *decir*, sino que se muestra.

Que el mundo es *mi* mundo se muestra en que los límites *del* lenguaje (del único lenguaje que comprendo) denotan los límites de *mi* mundo.

5.621 Mundo y vida son una y la misma cosa.

5.63 Yo soy mi mundo. (El microcosmos).

5.631 No hay tal cosa como el sujeto pensante y que tiene representaciones.

Si yo escribiera un libro intitulado '*El mundo como yo lo encuentro*', tendría que dar cuenta en él de mi cuerpo y decir qué partes de él obedecen a mi voluntad y cuáles no, etc. Este sería un método para aislar al sujeto o, mejor aún, para mostrar que en un sentido importante no hay sujeto, pues sólo de él *no* podría hablarse en ese libro.-

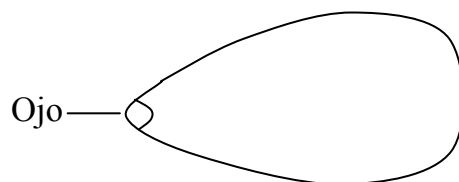
5.632 El sujeto no pertenece al mundo, sino que es un límite del mundo.

5.633 ¿Dónde en el mundo puede señalarse un sujeto metafísico?

Tu dirás que aquí pasa exactamente lo mismo que con el ojo y el campo visual. Pero en realidad tu *no* ves el ojo.

Y nada *en el campo visual* permite inferir que es visto por un ojo.

5.6331 Pues el campo visual no es de esta forma:



- 5.634 Esto se conecta con la idea de que ninguna parte de nuestra experiencia es *a priori*.
 Todo lo que vemos podría ser diferente.
 También todo lo que podemos describir podría ser diferente.
 Las cosas no están sometidas a ningún orden *a priori*.
- 5.64 Aquí se ve cómo el solipsismo, estrictamente desarrollado, coincide con el realismo puro. El Yo del solipsismo se reduce a un punto inextenso y queda la realidad en coordinación con él.
- 5.641 Hay realmente un sentido en el que se puede hablar en filosofía de un Yo de un modo no psicológico.
 Es porque “el mundo es mi mundo” que el yo hace su aparición en la filosofía.
 El Yo filosófico no es el ser humano, ni el cuerpo humano ni tampoco el alma humana, de la cual se ocupa la psicología, sino el sujeto metafísico, el límite del mundo, no una parte de él.

LXIX) *La forma general de una función de verdad*

- 6 La forma general de las funciones de verdad es:
 $[p, \xi, N(\xi)]$.
 Esta es la forma general de la proposición.
- 6.001 Esto no dice otra cosa sino que toda proposición es el resultado de aplicaciones sucesivas de la operación $N'(\xi)$ a las proposiciones elementales.

LXX) *Números*

- 6.002 Dada la forma general, de acuerdo con la cual se construyen las proposiciones, se da con ella también la forma general de acuerdo con la cual se puede obtener una proposición a través de una operación.
- 6.01 La forma general de la operación $\Omega'(\eta)$ es, pues:
 $[\xi, N(\xi)]'(\eta) (= [\eta, \xi, N, (\xi)])$
 Esta es la forma más general de transición de una proposición a otra.
- 6.02 Y de *esta* manera llegamos a los números. Yo defino:

$$x = \Omega^0 \cdot x \text{ Def. y}$$

$$\Omega' \Omega^{v'} \cdot x = \Omega^{v'+1} x \text{ Def.}$$

De acuerdo con estas reglas, escribimos también la serie

$$x, \Omega' x, \Omega' \Omega' x, \Omega' \Omega' \Omega' x, \dots$$

así: $\Omega^0 \cdot x, \Omega^{0+1} \cdot x, \Omega^{0+1+1} \cdot x, \Omega^{0+1+1+1} \cdot x, \dots$

Así, en lugar de $[x, \xi, \Omega^x \xi]$, escribo:
 $[\Omega^0 x, \Omega^1 x, \Omega^{v+1} x]$.

Y defino:

$0 + 1 = 1$ Def.
 $0 + 1 + 1 = 2$ Def.
 $0 + 1 + 1 + 1 = 3$ Def.
(y así sucesivamente).

- 6.021 Un número es el exponente de una operación.
6.022 El concepto de número no es sino aquello que tienen en común todos los números, la forma general del número.
El concepto de número es la variable para números.
Y el concepto de igualdad numérica es la forma general de todas las igualdades numéricas particulares.
6.03 La forma general de los números enteros es:
 $[0, \xi, \xi + 1]$
6.031 La teoría de las clases es completamente superflua en matemáticas
Esto está conectado con la idea de que la generalidad que necesitamos en matemáticas no es generalidad *contingente*.

LXXI) *Las verdades de la lógica como tautologías; la naturaleza de la proposición lógica*

- 6.1 Las proposiciones de la lógica son tautologías
6.11 Las proposiciones de la lógica no dicen nada. (Son las proposiciones analíticas).
6.111 Teorías que hagan que las proposiciones de la lógica parezcan tener un contenido son siempre falsas. Se puede, por ejemplo, creer, que las palabras 'verdadero' y 'falso' designan dos propiedades entre otras y, así, aparecería como un hecho misterioso el que toda proposición poseyera una de estas propiedades. Esto ya no parece ser tan obvio, no más evidente que la proposición 'todas las rosas son amarillas o rojas', aunque ésta fuera verdadera. Así, pues, aquella proposición se vuelve una proposición con todas las características de una proposición de las ciencias naturales y esta es una señal segura de que se le concibió equivocadamente.
6.112 La explicación correcta de las proposiciones de la lógica tiene que conferirles un lugar especial entre todas las proposiciones.
6.113 La nota característica de las proposiciones de la lógica es que se puede reconocer sólo por el símbolo que son verdaderas y este hecho contiene en sí mismo el todo de la filosofía de la lógica. Y es también uno de los hechos más importantes el que la verdad o la falsedad de las proposiciones que no

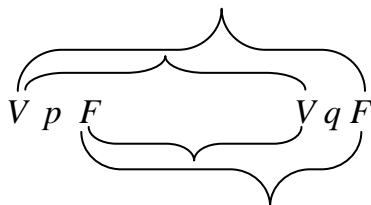
pertenecen a la lógica no se pueda reconocer sólo en las proposiciones.

LXXII) *Las tautologías revelan las propiedades formales del universo*

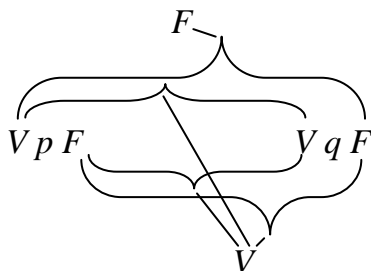
- 6.12 El que las proposiciones de la lógica sean tautologías *muestra* las propiedades formales - lógicas - del lenguaje, del mundo.
 Que *así* combinadas sus partes componentes produzcan una tautología caracteriza la lógica de sus componentes.
 Para que, combinadas de determinada manera, las proposiciones generen una tautología, tienen que tener determinadas propiedades estructurales. Que *así* combinadas generen una tautología muestra también que efectivamente poseen dichas propiedades estructurales.
- 6.1202 El que, por ejemplo, las proposiciones ' p ' y ' $\sim p$ ' en la combinación ' $\sim (p \cdot \sim p)$ ' den lugar a una tautología muestra que se contradicen entre sí. Que las proposiciones ' $p \supset q$ ', ' p ' y ' q ', combinadas entre sí en la forma ' $(p \supset q) \cdot (p) : (q)$ ' den lugar a una tautología muestra que q se sigue de p y $p \supset q$. Que ' $(x) \cdot fx : \supset fa$ ' muestra que ' fa ' se sigue de ' $(x) \cdot fx$ ', etc., etc.
- 6.1202 Es claro que para la obtención de este mismo fin se podrían usar contradicciones en lugar de tautologías.

LXXIII) *Cálculo de tautologías; las proposiciones lógicas son prescindibles*

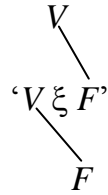
- 6.1203 Para reconocer una tautología como tal en los casos en los que no aparece el signo de generalidad, se puede usar el siguiente método intuitivo: en lugar de ' p ', ' q ', ' r ', etc., escribo ' VpF ', ' VqF ', ' VrF ', etc. Expreso las combinaciones de verdad por medio de los paréntesis. Por ejemplo:



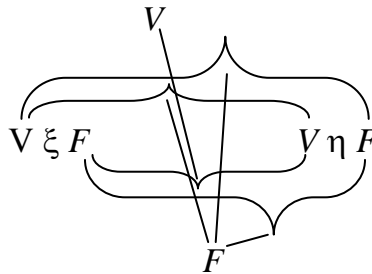
y expreso la correlación de la verdad o la falsedad de toda la proposición con las combinaciones de verdad de los argumentos de verdad por medio de líneas, del siguiente modo:



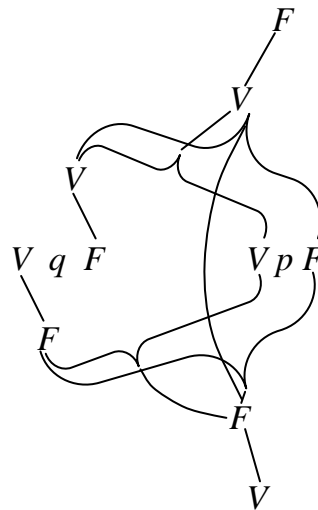
Este signo, por ejemplo, representaría la proposición $p \supset q$. Ahora quiero, por ejemplo, investigar la proposición $\sim (p \cdot \sim p)$ (El principio de no contradicción) y determinar si es una tautología. La forma ' $\sim \xi$ ' se escribe en nuestra notación



La forma ' $\xi \cdot \eta$ ' se escribe así:



De ahí que la proposición $\sim (p \cdot \sim p)$ se presente así:



Si en lugar de ' q ' ponemos ' p ' y examinamos la combinación de las V y F más externas con las más internas, resultará que la verdad de la proposición completa está en coordinación con *todas* las combinaciones de verdad de sus argumentos, en tanto que su falsedad no lo está con ninguna de las combinaciones de verdad.

6.121

Las proposiciones de la lógica demuestran las propiedades lógicas de las proposiciones combinándolas en proposiciones que no dicen nada.

A este método se le puede llamar el ‘método cero’. En las proposiciones de la lógica, las proposiciones encuentran su equilibrio y su estado de equilibrio indica entonces cómo lógicamente se tienen que construir estas proposiciones.

- 6.122 De esto resulta que también podemos pasarnos de las proposiciones de la lógica, puesto que en una notación adecuada podemos reconocer las propiedades formales de las proposiciones por una mera inspección.
- 6.1221 Por ejemplo, si dos proposiciones, ‘ p ’ y ‘ q ’, generan una tautología en la combinación ‘ $p \supset q$ ’, entonces es claro que ‘ q ’ se sigue de ‘ p ’.

Que, por ejemplo, ‘ q ’ se siga de ‘ $p \supset q . p$ ’ lo vemos en las dos proposiciones en cuestión, pero lo podríamos mostrar también *así*: combinándolas en ‘ $p \supset q . p : q$ ’ y mostrando entonces que es una tautología.

LXXIV) *Las proposiciones lógicas son a priori*

- 6.1222 Esto echa luz sobre la cuestión de por qué las proposiciones de la lógica no pueden ser confirmadas por la experiencia, así como tampoco puede la experiencia contradecirlas. No sólo tienen las proposiciones de la lógica que ser irrefutables por cualquier experiencia posible, sino que tampoco son confirmables en la experiencia.
- 6.1223 Ahora se aclara por qué a menudo se siente que somos nosotros quienes tenemos que ‘*postular*’ las ‘verdades de la lógica’: podemos, efectivamente, postularlas en la medida en que podemos postular una notación adecuada.
- 6.1224 Y se aclara también por qué se ha llamado a la lógica la ‘teoría de las formas y de la inferencia’.
- 6.123 Es claro que las leyes de la lógica no pueden a su vez someterse a las leyes lógicas.
- (No hay, como Russell sostenía, un principio particular de no contradicción para cada “tipo”, sino que uno basta, puesto que no se aplica a sí mismo).

LXXV) *Lógica y validez esencial; el axioma de reducibilidad*

- 6.1231 La peculiaridad de las proposiciones de la lógica no es su validez general. Ser general significa tan sólo que casualmente vale para todas las cosas. Una proposición no generalizada puede ser tan tautológica como una generalizada.
- 6.1232 Se podría llamar a la validez general de la lógica validez ‘esencial’, en contraposición a la validez accidental, como por ejemplo la de la proposición ‘todos los hombres son mortales’. Proposiciones como el “axioma de reducibilidad” de Russell no son proposiciones de la lógica, y esto explica nuestro sentimiento de que, inclusive si fueran verdaderas, sólo

- podrían serlo por una feliz casualidad.
- 6.1233 Se puede pensar en un mundo en el que el axioma de reducibilidad no fuera válido. Pero es claro que la lógica no tiene nada que ver con la cuestión de si nuestro mundo es realmente así o no.

LXXVI) *La lógica presenta el armazón del mundo; no hay sorpresas en lógica*

- 6.124 Las proposiciones de la lógica describen el armazón del mundo o, mejor aún, lo presentan. No “versan” sobre nada. Presuponen que los nombres tienen referencia y las proposiciones elementales sentido; y esta es su conexión con el mundo. Es claro que el que ciertas combinaciones de símbolos - cuyas esencias tienen un determinado carácter - sean tautologías tiene que indicar algo acerca del mundo. Aquí está el punto decisivo. Dijimos que en los símbolos que empleamos unas cosas son arbitrarias y otras no. En lógica expresan únicamente éstas últimas. Esto significa, sin embargo, que en lógica *nosotros* no expresamos por medio de signos lo que queremos, sino que en lógica habla por sí misma la esencia de los signos naturalmente necesarios: si nosotros conocemos la sintaxis lógica de cualquier lenguaje de signos, entonces todas las proposiciones de la lógica están ya dadas.
- 6.125 Es posible, y lo es inclusive en la vieja concepción de la lógica, dar de antemano una descripción de todas las proposiciones “verdaderas” de la lógica.
- 6.1251 Es por ello que en lógica *nunca* puede haber sorpresas.

LXXVII) *Pruebas en lógica*

- 6.126 Se puede calcular si una proposición pertenece a la lógica calculando las propiedades lógicas del *símbolo*.
- Y esto es lo que hacemos cuando “probamos” una proposición de la lógica. Pues, sin ocuparnos del sentido y de la referencia, construimos la proposición de la lógica a partir de otras, en concordancia con meras *reglas de signos*.
- La prueba de una proposición de la lógica consiste en que se le puede obtener a partir de otras proposiciones de la lógica a través de aplicaciones sucesivas de ciertas operaciones que siempre generan a partir de las primeras proposiciones nuevas tautologías. (Pues de una tautología sólo *se sigue* otra tautología).
- Naturalmente, este modo de mostrar que sus proposiciones son tautológicas no es esencial a la lógica, puesto que ya las proposiciones con las cuales comienza la prueba tienen que mostrar sin prueba alguna que son tautologías.

- 6.1261 En lógica, proceso y resultado son equivalentes. (De ahí que no haya sorpresas).
- 6.1262 En lógica, una prueba no es más que un recurso mecánico para facilitar el reconocimiento de las tautologías, cuando éstas son complicadas.
- 6.1263 Sería realmente sorprendente el que, a partir de otras, se pudiera probar *lógicamente tanto* una proposición con sentido *como* una proposición de la lógica. Es claro de entrada que una prueba lógica de una proposición con sentido y una prueba *en* lógica tienen que ser dos cosas completamente diferentes.
- 6.1264 Una proposición con sentido dice algo y su prueba muestra que ello es así; en lógica, toda proposición es la forma de una prueba.
Expuesta en signos, toda proposición de la lógica es un *modus ponens*. (Y el *modus ponens* no puede expresarse por medio de una proposición).
- 6.1265 Siempre se podrá concebir la lógica de modo que toda proposición sea una prueba de sí misma.
- 6.127 Todas las proposiciones de la lógica son del mismo rango. Entre ellas no hay unas que sean principios fundamentales y otras proposiciones derivadas.
Toda tautología muestra ella misma que es una tautología.
- 6.1271 Es claro que el número de “leyes fundamentales de la lógica” es arbitrario, pues se puede derivar la lógica de un principio fundamental, simplemente construyendo, por ejemplo, el producto lógico de las leyes fundamentales de Frege. (Frege quizá diría que esta ley fundamental no es obviamente evidente. En verdad es sorprendente que un pensador tan exacto como Frege haya apelado al grado de claridad como un criterio para las proposiciones de la lógica).
- 6.13 La lógica no es una doctrina, sino una imagen reflejada del mundo.
La lógica es trascendental.

LXXVIII) *La naturaleza de las matemáticas; las proposiciones matemáticas como ecuaciones*

- 6.2 Las matemáticas son un método lógico.
Las proposiciones de las matemáticas son ecuaciones y, por ende, pseudo-proposiciones.
- 6.21 Las proposiciones de las matemáticas no expresan pensamientos.
- 6.211 En la vida no es nunca una proposición matemática lo que necesitamos. Más bien, empleamos proposiciones matemáticas *únicamente* para inferir de proposiciones que no pertenecen a las matemáticas otras que, de igual modo, tampoco pertenecen a las matemáticas.
(En filosofía, la pregunta ‘¿para qué se emplea con propiedad tal palabra, tal proposición?’ siempre conduce a resultados valiosos).

- 6.22 La lógica del mundo, que las proposiciones de la lógica muestran en las tautologías, la muestran las matemáticas en las ecuaciones.
- 6.23 Si dos expresiones están unidas por el signo de igualdad, ello significa que son sustituibles una por la otra. Pero en ese caso, ambas expresiones tienen que mostrarlo por ellas mismas.
El que dos expresiones sean sustituibles una por otra caracteriza su forma lógica.
- 6.231 Es una propiedad de la afirmación que pueda ser concebida como doble negación.
Es una propiedad de '1 + 1 + 1 + 1' que se le pueda concebir como '(1 + 1) + (1 + 1)'.
- 6.232 Frege dice que las dos expresiones tienen la misma referencia, pero diferentes sentidos.
Lo esencial en una ecuación, empero, consiste en que ésta no es necesaria para mostrar que las dos expresiones a las que liga el signo de igualdad tienen la misma referencia, pues esto puede verse por las expresiones mismas.
- 6.2321 Y que las proposiciones de las matemáticas sean demostrables no significa sino que su corrección es reconocible sin para ello tenga que compararse lo que expresan con los hechos para determinar su corrección.
- 6.2322 La identidad de referencia de dos expresiones no se puede *aseverar*, ya que para poder afirmar algo sobre su referencia tengo que conocer la referencia y si conozco la referencia entonces sé si las expresiones significan lo mismo o algo diferente.
- 6.2323 Una ecuación tan sólo caracteriza el punto de vista desde el cual considero a ambas expresiones, a saber, el punto de vista de su identidad referencial.

LXXIX) *El método matemático*

- 6.233 A la cuestión de si se necesita la intuición para resolver los problemas de las matemáticas se tiene que responder que en este caso el lenguaje mismo suministra la intuición necesaria.
- 6.2331 El proceso de *calcular* proporciona precisamente dicha intuición.
Calcular no es hacer un experimento.
- 6.234 Las matemáticas son un método de la lógica.
- 6.2341 Lo esencial del método matemático es que trabaja con ecuaciones. De este método depende, en efecto, que toda proposición matemática sea comprensible en sí misma.
- 6.24 El método de las matemáticas por el cual ésta genera sus ecuaciones es el método de sustitución. Pues una ecuación expresa la substitutividad de dos expresiones y, a partir de un número de ecuaciones, nosotros transitamos hacia nuevas ecuaciones substituyendo, en concordancia con las ecuaciones, unas expresiones por otras.

6.241 Así, la prueba de la proposición '2 + 2 = 4' corre como sigue:

$$\begin{aligned}
 (\Omega^v)^u x &= \Omega^{v \times \mu} x \text{ Def.,} \\
 \Omega^{2 \times 2} x &= (\Omega^2)^2 x = (\Omega^2)^{1+1} x \\
 &= \Omega^2 \Omega^2 x = \Omega^{1+1} \Omega^{1+1} x = (\Omega)' (\Omega)' \Omega' x \\
 &= \Omega' \Omega' \Omega' \Omega' x = \Omega^{1+1+1+1} x = \Omega^4 x.
 \end{aligned}$$

LXXX) *La ciencia y lo a priori; inducción, causación*

6.3 La exploración en lógica significa la exploración de *toda legalidad*.

Y fuera de la lógica todo es contingente.

6.31 De ninguna manera la así llamada 'ley de inducción' puede ser una ley lógica, pues es evidentemente una proposición con sentido.- Por lo que no puede ser una ley *a priori*.

6.32 La ley de causalidad no es ninguna ley, sino que es más bien la forma de una ley.

6.321 'Ley de causalidad' es el nombre de una especie. Y así como en la mecánica hay, digamos, leyes del mínimo - como la ley del menor esfuerzo - así en física hay leyes de causalidad, leyes de forma causal.

6.3211 Se ha, en efecto, intuido que tiene que haber una 'ley de acción mínima', incluso antes de saber exactamente cómo formularla. (Aquí, como siempre, lo que es cierto *a priori* resulta ser algo puramente lógico).

6.33 Nosotros no *creemos a priori* es una ley de conservación, sino que *conocemos a priori* la posibilidad de una forma lógica.

6.34 Todas las proposiciones como el Principio de Razón Suficiente, el de continuidad en la naturaleza, el del mínimo esfuerzo en la naturaleza, etc., todas ellas son intuiciones *a priori* concernientes a las formas posibles que podrían revestir las proposiciones de la ciencia.

LXXXI) *La naturaleza de las teorías científicas, ilustrada con el caso de la mecánica*

6.341 La mecánica newtoniana, por ejemplo, impone a la descripción del mundo una forma unificada. Imaginemos una superficie blanca con manchas negras irregulares. Decimos entonces que sea cual sea la figura que resulte, podré siempre, y tanto como quiera, aproximarme a su descripción, si cubro la superficie con una red reticular suficientemente fina y diciendo de cada cuadro si es blanco o negro. Le habré así impuesto a la descripción de la superficie una forma unificada. Esta forma es opcional, pues yo habría podido obtener el mismo resultado usando una red de malla triangular o hexagonal. Podría suceder que la descripción efectuada por medio de la red de malla triangular fuera más simple; eso significaría que con una red de mallas triangulares más grandes podríamos describir con mayor exactitud la superficie que con una de cuadros más fina, o al revés, y así sucesivamente.

A las diferentes redes corresponden diversos sistemas de descripción del mundo. La mecánica determina una forma de descripción del mundo al decir que todas las proposiciones que entran en la descripción del mundo tienen que obtenerse de un modo dado de un número dado de proposiciones - los axiomas de la mecánica. Proporciona así los ladrillos para la construcción del edificio de la ciencia y dice: cualquier edificio que se quiera erigir se tendrá siempre que construir con estos y nada más que con estos ladrillos.

(Así como con el sistema numérico se tiene que poder escribir cualquier número, con el sistema de la mecánica se tiene que poder escribir cualquier proposición de la física que uno quiera).

6.342 Y ahora vemos las posiciones que guardan entre sí la lógica y la mecánica. (Se podría disponer de una red de figuras diferentes, por ejemplo, triángulos y hexágonos). Que una figura como la mencionada más arriba se pueda describir gracias a una red de una forma dada no dice *nada* acerca de la figura. (Pues ello vale para todas las figuras como esa). Lo que, sin embargo, caracteriza a la figura es que se le pueda describir *por completo* mediante una cierta red de una *determinada* finura.

Así, pues, el que a través de la mecánica newtoniana se pueda describir el mundo no dice nada acerca de él, pero lo que sí dice algo es que se le pueda describir así como de hecho se le describe; y también dice algo sobre el mundo el que se le pueda describir en forma más simple por medio de una mecánica que por medio de otra.

6.343 La mecánica es un intento por construir, de acuerdo con un único plan, todas las proposiciones *verdaderas* que se requieren en la descripción del mundo.

6.3431 De todos modos, a través de todo su aparato lógico las leyes de la física hablan de los objetos del mundo.

6.3432 No deberíamos olvidar que la descripción del mundo por medio de la mecánica es siempre completamente general. En ella no se habla nunca, por ejemplo, de puntos materiales *determinados*, sino siempre de puntos materiales *cualesquiera*.

6.35 Aunque en nuestra figura las manchas son figuras geométricas, es evidente que la geometría no puede decir nada sobre su forma y posición factuales. La red, sin embargo, es *puramente* geométrica y todas sus propiedades pueden darse *a priori*.

Leyes como el principio de razón suficiente, etc., versan sobre la red, no sobre lo que la red describe.

LXXXII) Causación; el paso del tiempo; incongruencia de las contrapartes

6.36 Si hubiera un ley de causalidad, podría correr como sigue: 'hay leyes de la naturaleza'. Pero eso no se puede decir: se muestra.

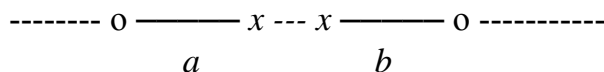
6.361 En terminología de Hertz, se podría decir: sólo son *pensables* conexiones *legaliformes*.

6.3611 No podemos comparar ningún proceso con el ‘paso del tiempo’ - no hay tal cosa - sino sólo con algún otro proceso (como el funcionamiento de un cronómetro).

De ahí que la descripción de procesos temporales sólo sea posible si recurrimos a otro proceso.

Esto es totalmente análogo para el espacio. Cuando, por ejemplo, se dice de dos acontecimientos que se excluyen mutuamente que no pueden ocurrir porque no hay *ninguna causa* que haga que ocurra uno y no el otro, lo que pasa en realidad es que no se puede describir uno de los dos acontecimientos a menos de que se encuentre una cierta asimetría. Y *si* se encuentra una asimetría así, podemos considerarla como la causa de que uno de los acontecimientos se produzca y el otro no.

6.3211 El problema de la Kant acerca de la mano derecha y la mano izquierda - de que no se puede hacer que coincidan - surge inclusive en un plano, aunque claro está en un espacio unidimensional, en el que dos figuras congruentes *a* y *b* no pueden coincidir a menos de que se les saque de ese espacio.



La mano derecha y la mano izquierda son de hecho totalmente congruentes. Y el que no se pueda hacerlas coincidir no tiene nada que ver con ello.

Se podría poner el guante derecho en la mano izquierda, si se le pudiera voltear en un espacio de cuatro dimensiones.

6.362 Lo que se puede describir también puede ocurrir y lo que la ley de causalidad excluyera ni siquiera podría describirse.

LXXXIII) *La inducción y las leyes de la naturaleza*

6.363 El procedimiento de inducción consiste en que asumimos la ley *más simple* que se pueda hacer concordar con nuestra experiencia.

6.3631 De ahí que este procedimiento no tenga ninguna fundamentación lógica, sino tan sólo una psicológica.

Es claro que no hay ningún fundamento para creer que el caso más simple realmente sucederá.

6.36311 Que el sol aparecerá mañana es una hipótesis, lo cual significa que no *sabemos* si aparecerá.

6.37 No es en absoluto forzoso que algo suceda porque otra cosa haya sucedido. La única necesidad que hay es la necesidad *lógica*.

6.371 En la raíz de toda la concepción moderna del mundo está la ilusión de que

las así llamadas ‘leyes de la naturaleza’ son las explicaciones de los fenómenos naturales.

6.372 Así, en la actualidad la gente se detiene ante las leyes de la naturaleza como en la Antigüedad se detenía ante Dios y el destino.

Y en ambos casos tienen y no tienen razón. Con todo, en la Antigüedad se era más claro, en la medida en que se admitía un límite nítido, en tanto que en el nuevo sistema se quiere dar la impresión de que *todo* está explicado.

LXXXIV) *La independencia del mundo frente a mi voluntad*

6.373 El mundo es independiente de mi voluntad.

6.374 Inclusive si sucediera todo lo que deseamos, ello sólo sería, por así decirlo, una concesión del destino, pues no hay ninguna conexión *lógica* entre la voluntad y el mundo que pudiera garantizarlo, ni podríamos nosotros siquiera querer esta supuesta conexión física.

LXXXV) *La incompatibilidad de los colores*

6.375 Así como sólo hay necesidad *lógica*, así también sólo hay imposibilidad *lógica*.

6.3751 Por ejemplo, que dos colores se encuentren simultáneamente en un lugar del campo visual es imposible, esto es, lógicamente imposible, pues lo excluye la estructura lógica del color.

Pensemos en cómo se presenta esta contradicción en física - más o menos como sigue: una partícula no puede tener dos velocidades al mismo tiempo, es decir, no puede estar en dos sitios al mismo tiempo; o sea, partículas en diferentes lugares al mismo tiempo no pueden ser idénticas.

(Es claro que el producto lógico de dos proposiciones elementales no puede ser ni una tautología ni una contradicción. La afirmación de que un punto en el campo visual tiene dos colores diferentes al mismo tiempo es una contradicción).

LXXXVI) *El mundo es sin valor*

6.4 Todas las proposiciones son del mismo valor.

6.41 El sentido del mundo debe caer fuera del mundo. En el mundo todo es como es y todo sucede como sucede; *en él* no hay ningún valor - y si lo hubiera no tendría ningún valor.

Si hay un valor que tenga valor, tiene entonces que yacer fuera de todo lo que acontece y de todo ser así o asá. Pues todo lo que acontece y es así o asá es contingente.

Lo que lo hace no contingente no puede encontrarse *en* el mundo, pues de otro modo sería a su vez contingente.

Tiene que encontrarse fuera del mundo.

LXXXVII) *Ética; premio y castigo; la voluntad*

- 6.42 Es por ello que no puede haber proposiciones de ética.
Las proposiciones no pueden expresar lo más alto.
- 6.421 Es claro que la ética no puede formularse.
La ética es trascendental.
(Ética y estética son una y la misma cosa)
- 6.422 El primer pensamiento ante la enunciación de una ley ética de la forma 'Debes ...' es: ¿y qué si no lo hago? Sin embargo, es claro que la ética no tiene nada que ver con el castigo o el premio en el sentido usual. De ahí que la cuestión respecto a las *consecuencias* de una acción tenga que ser irrelevante. - Por lo menos, estas consecuencias no pueden ser acontecimientos. Pues tiene que haber algo correcto en el planteamiento de la pregunta. Desde luego que tiene que haber un premio ético y un castigo ético de alguna clase, pero éstos deben hallarse en la acción misma.
(Y también esto es claro: el premio tiene que ser algo agradable y el castigo algo desagradable).
- 6.423 De la voluntad en tanto que sujeto de lo ético no se puede hablar.
Y la voluntad como fenómeno sólo es de interés para la psicología.
- 6.43 Si la voluntad, buena o mala, modifica el mundo, sólo puede modificar los límites del mundo, no los hechos, no lo que puede expresarse por medio del lenguaje.
Dicho brevemente, el mundo tiene que convertirse por completo en otro. Tiene que, por así decirlo, ensancharse o encogerse como un todo.
El mundo del hombre feliz es distinto del mundo del hombre infeliz.

LXXXVIII) *Muerte e inmortalidad*

- 6.431 Así, pues, con la muerte el mundo no cambia, sino que termina.
- 6.4311 La muerte no es ningún acontecimiento de la vida. La muerte no se vive.
Si por eternidad se entiende no duración temporal infinita sino atemporalidad, entonces vive eternamente quien vive en el presente.
Nuestra vida es tan interminable como nuestro campo visual es carente de límites.
- 6.4312 La inmortalidad temporal del alma humana, es decir, su eterno sobrevivir después de la muerte, no sólo no está de ningún modo garantizada, sino que dicha suposición ni en principio nos proporciona lo que por medio de ella siempre se ha deseado conseguir. ¿Se resuelve acaso algún enigma porque yo sobreviva eternamente? La solución del enigma de la vida en el espacio y

en el tiempo yace *fuera* del espacio y el tiempo.
(Los problemas por resolver aquí no son los de la ciencia natural).

LXXXIX) *Lo místico*

- 6.432 *Cómo* sea el mundo es completamente indiferente para lo más alto.
Dios no se revela *en* el mundo.
- 6.4321 Los hechos contribuyen todos sólo al planteamiento del problema, no a la solución.
- 6.44 No *cómo* es el mundo, sino *que* el mundo es, eso es lo místico.
- 6.45 La visión del mundo *sub specie aeterni* es su contemplación como un todo - limitado. Sentir el mundo como un todo limitado es lo místico.
- 6.5 Para una respuesta que no se puede formular, tampoco se puede formular ninguna pregunta.
No hay *enigmas*.
Si se puede plantear una pregunta, también se *puede* responder.
- 6.51 El escepticismo *no* es irrefutable, sino que obviamente es un sinsentido, pues pretende dudar allí donde no se puede dudar.
Pues dudas sólo pueden existir allí donde hay preguntas; preguntas sólo donde hay respuestas y éstas únicamente donde se *puede decir* algo.
- 6.52 Nosotros sentimos que inclusive si todas las *posibles* cuestiones científicas quedaran respondidas, nuestro problema de la vida no habría sido ni siquiera tocado. Desde luego que no queda ya ninguna nueva pregunta y precisamente esa es la respuesta.
- 6.521 La solución del problema de la vida se vislumbra en el desvanecimiento del problema.
(¿No es esta la razón por la que los hombres a quienes, después de una larga duda, se les aclaró el sentido de la vida, no pudieron después decir en qué consistía este sentido?)
- 6.522 Hay, en verdad, lo que no se puede poner en palabras. Ello *se muestra*; es lo místico.

XC) *El método correcto en filosofía; cómo debe comprenderse el Tractatus*

- 6.53 El método correcto en filosofía sería propiamente este: no decir nada salvo aquello que se puede decir, esto es, las proposiciones de las ciencias naturales - algo, por consiguiente, que no tiene nada que ver con la filosofía; y siempre que alguien quisiera decir algo metafísico, señalarle que ciertos signos de sus proposiciones carecen por completo de referencia. Este método sería para él insatisfactorio - no sentiría que le estamos enseñando filosofía - pero *éste* sería el único estrictamente correcto.
- 6.54 Mis proposiciones son elucidatorias de este modo: quien me comprende termina por reconocer que son sinsentidos, si las usó para, a través de ellas,

salir de ellas. (Por así decirlo, tiene que tirar la escalera después de haber subido por ella).

Tiene que superar estas proposiciones y entonces ve el mundo correctamente.

7

Sobre aquello de lo que no se puede hablar se debe guardar silencio.