

Formalización y Legislación

Axel Arturo Barceló Aspeitia
Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM
abarcelo@filosoficas.unam.mx

I. INTRODUCCIÓN

La importancia de la transparencia para dar legitimidad a las acciones públicas y democratizar sus instituciones es innegable. Dentro del modelo de democracia representativa, la transparencia es clave para fortalecer la confianza ciudadana en sus representantes; favorecer el consentimiento de la sociedad en las decisiones y acciones de gobierno; generar una sociedad más y mejor informada, y repercutir en el ejercicio de un voto más responsable.¹ Dentro de un modelo de democracia participativa directa, que será el que asumiremos en el presente ensayo, la transparencia contribuye a facilitar el acceso directo de los ciudadanos a la toma de decisiones legislativas al interior de las instituciones públicas.

En el discurso político reciente de nuestro país, este doble papel de la transparencia ha sido refrendado una y otra vez. Para citar solo un par de ejemplos recientes, en los trabajos de la Segunda Semana Nacional de la Transparencia del IFAI (2005), los ponentes acentuaron una y otra vez los papeles legitimador y democratizador de la transparencia.² A sólo unos días de diferencia, Daniel Zovato G., Director del Observatorio Electoral Latinoamericano señaló a las “reglas explícitas para la competencia [entre] las principales razones que explican el impulso en pro de mayores niveles de democracia.”³ Los estudios filosóficos sobre la ciencia, sin embargo, no han puesto la misma atención a esta doble función, legitimadora y democrática, de las reglas explícitas. El modesto objetivo de este breve ensayo es empezar a introducir estas nociones al análisis de las representaciones científicas, especialmente en matemáticas. Mi hipótesis es que la representación formal de las reglas que gobiernan las prácticas científicas juega un papel similar de legitimación y democratización de la ciencia. Reconocer esta similitud (entre algunas prácticas científicas y la legislación pública en

1. Así concibe la función de la transparencia el gobierno federal mexicano actual. Véase, por ejemplo, la caracterización de transparencia en el portal de ProMexico, URL = <http://promexico.gob.mx/wb/Promexico/transparencia_y_rendicion_de_cuentas>, la cual he copiado casi verbatim.

2. Tan solo los encabezados de uno de sus documentos (IFAI/034/05), el IFAI sintetiza estas dos funciones de la transparencia: “Prioritario transparentar al gobierno para balancear la relación entre estado y sociedad” y “La transparencia da legitimidad”. Las versiones estenográficas de todas las presentaciones de las mesas de la Semana Nacional de Transparencia 2005, pueden ser consultadas en la página de Internet del Instituto: URL = <www.ifai.org.mx>.

3. “La Reforma Político-Electoral en América Latina. Evolución, Situación Actual y Tendencias 1978-2000.” URL = <<http://www.observatorioelectoral.org/biblioteca/?bookID=3&page=3>>

general) servirá para esclarecer el papel de las representaciones formales en la matemática y el resto de las ciencias.⁴

Para lograr mi objetivo, empezaré por caracterizar lo que llamaré “prácticas científicas de representación”, es decir, prácticas cuyo objetivo explícito es la construcción de sistemas de representación, poniendo especial énfasis en distinguirlas de otras prácticas científicas en las que las re-presentaciones también juegan un papel central.⁵ De entre las prácticas de representación, me concentraré en aquellas cuyo objetivo es la representación explícita de reglas asociadas a una práctica. Dentro de éstas, me interesa distinguir entre aquellas cuyo objetivo es el modelado de las reglas de una prácticas y aquellas cuyo objetivo es la legislación de las reglas que deberá seguir la práctica mismas. Sostendré que este segundo tipos de prácticas y las representaciones que producen juegan un importante papel legitimador y democratizador al interior de la ciencia.

Mi análisis empezará con una breve explicación del importante papel que jugó la búsqueda de reglas explícitas en la conformación de la objetividad científica a finales del siglo XIX y principios del XX. A continuación, presentaré a la formalización como uno de los mecanismos de representación que la matemática adoptó para fundamentar su carácter científico, bajo el nuevo paradigma de objetividad. De esta manera, la legislación mediante la formalización de reglas adquirió un papel fundamental en la legitimación de resultados matemáticos. Sin embargo, dado que éste no es el único papel de la formalización en la matemática, será necesario distinguir entre formalizaciones internas (que son legislativas) y externas (que producen modelos formales). Como ejemplo de formalización legislativa, presentaré la axiomatización de la teoría de conjuntos de Ernest Zermelo y la contrastaré brevemente con la axiomatización de la geometría de David Hilbert (que es un modelo formal). Pese a que el par de ejemplos que he decidido usar para ilustrar mis ideas provienen de la matemática moderna, espero presentar dichas ideas con la suficiente generalidad como para que su aplicación a otros ejemplos históricos en el resto de la ciencia sea más o menos evidente.

II. PRACTICAS CIENTÍFICAS Y REPRESENTACION

Sin lugar a dudas, el concepto de práctica científica ocupa un lugar central en los estudios de la ciencia actuales. Si bien no existe una definición clara de dicho concepto en la literatura, ni

⁴. Por supuesto, es importante distinguir entre las razones para la existencia de las reglas y las razones para hacer explícitas dichas reglas. En este ensayo, no hablaré de las muchas y complejas razones por las cuales nuestras practicas comunitarias son regidas por reglas, sino solamente de un par de razones que nos han llevado a hacerlas explícitas: aquellas relacionadas con la legitimación y democratización del quehacer científico.

⁵. Mi interés central por lo que he llamado “prácticas de representación” es porque el conocimiento científico que se produce y reproduce a su interior es analítico y, por lo tanto, a priori. De ahí que comprender el papel del conocimiento a priori en ciencia requiera poner especial atención a este tipo de prácticas. Sin embargo, no desarrollaré esta idea aquí.

una caracterización precisa de cómo se constituyen o identifican, poco a poco ha ido emergiendo una imagen clara del tipo de función que juegan en la ciencia. Sin pretender ser exhaustivos, se pueden identificar fácilmente por lo menos seis tipos de funciones atribuidas a la prácticas humanas: culturales, semánticas, normativas, cognitivas, pragmáticas y ontológicas.⁶

Culturalmente, las prácticas, como actividades reguladas y compartidas, dan identidad a las comunidades que las practican. Es un fenómeno antropológico ampliamente documentado el que los grupos culturales afirman su identidad de grupo a través de prácticas comunales. Tanto al interior del grupo, como mecanismo de reconocimiento entre sus miembros, como a su exterior afirmando su distancia con respecto a ‘los demás’, los grupos culturales se identifican por compartir ciertas prácticas comunes. Un grupo social es tal, precisamente porque sus miembros hacen ciertas cosas de la misma manera, diferente a como la hacen los demás. Además, las prácticas también dotan de significado a signos y símbolos. Es un hecho semántico conocido el que la coordinación social en prácticas es esencial para la convención de significados (como ha detallado, por ejemplo, David Lewis (1969), además de todos los filósofos del así-llamado “giro pragmático”.) Además de este rol semántico, las prácticas también son importantes fuentes de normatividad en gran variedad de campos evaluativos. No solamente son fuente de normas morales, estéticas, etcétera, sino también de normas lógicas y epistemológicas. En un sentido amplio, las prácticas dictan ciertos compromisos a sus practicantes. En su función pragmática, las prácticas también son articuladoras de agencia colectiva. Es a través de las prácticas que las comunidades emergen como agentes colectivos. Finalmente, también es ampliamente reconocido el profundo papel ontológico que juegan las prácticas como estructuradoras de maneras de concebir el mundo, en lo que durante algún tiempo se llamaron “esquemas conceptuales”.

También es indudable que las representaciones juegan un papel importante en muchas de estas funciones. Signos y símbolos no solamente adquieren significado y carga ontológica al interior de las prácticas, sino que también sirven de elementos de cohesión alrededor de los cuales se articulan las comunidades. Baste pensar en los lenguajes nacionales o símbolos patrios, por no hablar de las jergas técnicas en ciencia, para evidenciar el importante papel de ciertas representaciones en la conformación de la identidad cultural de las comunidades. Igualmente, también se ha dicho mucho que los esquemas ontológicos o conceptuales de una práctica se encuentran fijados en las reglas gramaticales de uso de sus representaciones. En fin, las representaciones reflejan la complejidad de funciones de las prácticas en las que se inscriben.

⁶. Qué tan adecuados son estos términos puede ser controversial. Tan sólo espero que la tipificación de funciones sea clara.

Sin embargo, es claro que hay ciertas prácticas en las cuales las representaciones no solamente juegan un papel coordinador, sino que son su objetivo o resultado. Es decir, hay prácticas cuyo objetivo es elaborar, instruir y regular el uso de representaciones. Aprender un lenguaje, elaborar una gramática, escribir una novela o dibujar un mapa son todas prácticas de este tipo. Las llamaré “prácticas de representación”.

Todo lo dicho anteriormente sobre prácticas en general se aplica de manera directa a las prácticas científicas. Las prácticas científicas también juegan roles normativos, culturales, ontológicos, pragmáticos, etc. dentro de la ciencia; y al igual que el resto de las prácticas humanas, también usan representaciones para cumplir dichas funciones. De esta manera, podemos hablar de las prácticas científicas de representación como un tipo particular de práctica científica cuyo objetivo es la elaboración, instrucción y regulación del uso de representaciones científicas. La existencia e importancia de este tipo de prácticas científicas ha sido ampliamente reconocida y estudiada. En años recientes, se ha multiplicado el número de estudios dedicados a prácticas científicas de representación como la construcción de modelos, la elaboración de libros de texto, el uso de instrumentos, etc. Entre las múltiples y heterogéneas prácticas de representación que existen en la ciencia, en este breve ensayo me concentraré solamente en las prácticas de representación formal. Sin embargo, trataré de sacar conclusiones más generales sobre el papel de la representación en ciencia.⁷

III. FORMALIZACIÓN

La formalización, como la de la lógica matemática en el siglo XX, son ejemplos paradigmáticos de representaciones científicas. Son paradigmáticos en tanto son el tipo de representación científica más estudiado en la filosofía de la ciencia de los últimos siglos. Sin embargo, el estudio de otro tipo de representaciones científicas ha adquirido una nueva prominencia en los estudios de la ciencia más recientes. Mientras que algunos de estos nuevos estudios han tratado de extender los modelos surgidos del estudio de las representaciones formales a otros tipos de representaciones (por ejemplo, Jon Barwise 1997, Johan van Benthem 1996, 2003 y estructuralistas como Díez y Frigg 2006), muchos otros han acentuado las importantes diferencias entre las representaciones formales y otro tipo de representaciones científicas (Cf. Klein 2001 y Grosholz 2007). En algún sentido, el presente análisis se alinea claramente dentro del primer campo, pues creo que aún hay importantes similitudes entre las representaciones formales y las no formales (imágenes, especímenes, etc.) que no han sido suficientemente reconocidas.

Para alcanzar mi objetivo – mostrar el papel legitimador y democratizador de las representaciones formales, debo aclarar la manera en que voy a hablar de representaciones

⁷ Comúnmente, estas prácticas científicas de representación se dividen en experimentales y teóricas, aunque en matemáticas la misma distinción suele hacerse en términos de prácticas constructivas y demostrativas.

formales. Afortunadamente para mí, existe ya una definición canónica de “sistema formal” y de ella se desprende fácilmente una especificación general de lo que es un sistema formal de representación. Un sistema formal es aquel en que es posible especificar sintácticamente (es decir, independientemente de cualquier interpretación o aplicación y de manera recursiva), el vocabulario básico (los componentes básicos de las representaciones) y las representaciones admisibles (o bien formadas). Comúnmente, dentro de estas representaciones bien formadas se privilegia un subconjunto designado (de teoremas) que también se puede especificar de manera sintáctica y recursiva. Además se desea que los sistemas formales sean idealmente completos y consistentes: es decir, que toda representación bien formada tenga alguna aplicación o interpretación posible, y viceversa, toda aplicación o interpretación posible sea representable.⁸

El lenguaje de símbolos de la aritmética básica⁹ en sistema decimal, por ejemplo, es un caso claro de sistema formal completo y consistente. Tiene un vocabulario finito bien definido que incluye a los dígitos, los símbolos de las operaciones y relaciones aritméticas – suma, resta, multiplicación, igualdad, etc. – y símbolos auxiliares como los paréntesis. Además, aún sin saber lo que son los números o sus operaciones aritméticas, uno puede aprender a distinguir las ecuaciones bien formadas como “ $((7+25)-10)=0$ ” de las mal formadas como “ $45-((7=2^3)0$ ”. Finalmente, existen métodos de cálculo que nos permiten decidir si una ecuación (bien formada) es verdadera o falsa. Por estas razones, este sistema de expresiones es llamado formal y sus expresiones son llamadas “fórmulas”.

Así definidos, es claro que existen pocos sistemas formales fuera de la lógica y la matemática (y aún dentro de estas dos disciplinas, coexisten con otros tipos de representaciones). Es más conveniente pensar, por lo tanto, en la formalidad no tanto como una cualidad de cierto tipo de representaciones científicas sino como uno de sus ideales regulativos, es decir, como un objetivo que rara vez se cumple de hecho, pero que de cualquier manera rige muchas de las prácticas de representación en ciencia (Stinchcombe 2001). Como tal, la formalidad articula dos ideales regulativos más generales: la explicitud (es decir, la representación clara, manifiesta y accesible para cualquiera) y la pureza (es decir, sin elementos externos a los conceptos que constituyen la práctica misma). Al igual que la

⁸. Además de este sentido amplio de consistencia y completud de un sistema de representaciones, comúnmente se incluye un sentido restringido de consistencia y completud relativo a las representaciones designadas o teoremas. Sin embargo, prefiero la formulación más amplia, pues se aplica también a sistemas que no incluyen representaciones designadas.

⁹. Es decir, de ecuaciones y desigualdades básicas, no de primer orden (es decir, sin variables ni cuantificadores). Por el teorema de Gödel sabemos que la aritmética de primer orden es incompleta. En el lenguaje de la aritmética que uso como ejemplo es posible expresar, por ejemplo que el producto de cinco por diecisiete es mayor que el cuadrado de ocho, pero no que no hay ningún número (natural) menor que cero. Para ello es necesario un lenguaje de primer orden, el cual, a su vez, también tiene limitaciones. No se puede formular el principio de inducción, por ejemplo. Y así sucesivamente, podemos tener formalizaciones cada vez más expresivas dentro de la aritmética, pero siempre limitadas.

formalidad, la explicitud y la pureza sirven como ideales que la mayoría de las veces se cumplen solamente hasta cierto grado, dadas las restricciones y necesidades en las que se inscriben las prácticas de representación.¹⁰

Concebida como ideal regulativo, la formalidad empieza a aparecer como un fenómeno mas general de lo que pareciera a primera vista. Cada vez que se trata de representar las reglas de una práctica o un proceso de una manera explícita y pura, estamos frente a un tipo de formalización.¹¹ De esta manera, podemos ver prácticas de formalización en varios sectores de la ciencia (y la vida en general), no solamente en la lógica y la matemática. Compárese, por ejemplo, una clase de español a nivel primaria con una clase de sintaxis formal en el departamento de matemáticas de alguna universidad. Me parece claro que la diferencia es más de grado que de tipo: en ambos casos lo que se enseña son las reglas gramaticales de un lenguaje. Solo difieren en la especificidad y explicitud con el cual dichas reglas se formulan. Uno puede aprender muy bien las reglas de uso de un lenguaje sin necesidad de contar con una representación de ellas. Presumiblemente, gran parte de nuestro lenguaje materno lo aprendemos así: sin la mediación de reglas explícitamente formuladas. Sin embargo, la gran mayoría de las representaciones que usamos, tanto en ciencia como fuera de ella, las aprendemos con el auxilio de algún tipo de representación explícita de sus reglas gramaticales. El aprendizaje de un segundo idioma, al igual que el aprendizaje del uso de un instrumento de laboratorio, comúnmente requiere la formulación explícita de sus reglas de uso. Sin embargo, en pocos casos necesitamos formalizar dichas reglas explícitas.

En la siguiente sección, desarrollo un poco más la motivación detrás de la adopción de la formalidad como un ideal regulativo en ciencia. En particular, quiero señalar como la dimensión de explicitud implícita en toda formalización responde a lo que Lorraine Daston ha llamado la objetividad comunitaria y la objetividad mecánica de la ciencia.

IV. EXPLICITEZ Y OBJETIVIDAD

En la filosofía moderna, el conocimiento [episteme] comúnmente se contrapone a la mera opinión [doxa], así como la verdad a la falsedad y lo objetivo a lo subjetivo. Si bien la gran mayoría de los trabajos de epistemología contemporánea ponen el acento en la diferencia entre opinión verdadera y conocimiento – la elusiva justificación epistémica –, pocos estudios han avanzado en el análisis de los conceptos de verdad y objetividad. Una excepción significativa es el trabajo de Lorraine Daston, cuyo análisis del concepto de objetividad se basa en su contraste con el de verdad.

¹⁰. En este ensayo, me concentraré en el carácter explícito de las representaciones formales, dejando a un lado la pureza para otra ocasión.

¹¹. No me parece un abuso, por lo tanto, hablar de cualquier práctica de este tipo, es decir, cualquier práctica representacional guiada por el ideal de la formalidad como una “formalización”. Así es como se usa el término “formal”, por ejemplo, en sociología y teoría del derecho (Stinchcombe 2001)

Para Daston, hay muchos tipos de falsedades: mentiras, errores, ficciones, fantasías, confusiones, trampas, trucos, inexactitudes, ambigüedades, ornamentos, extravagancias, fallas, etc. La búsqueda de la verdad, por lo tanto, tiene un aspecto negativo: el de evitar y desenmascarar este tipo de falsedades y revelar la verdad detrás de ellas, detrás del desorden de la apariencia. Según la reconstrucción histórica de Daston, durante mucho tiempo, el objetivo de la ciencia fue develar la verdad, natural, oculta y subyacente; lo que involucraba un trabajo activo de ordenación (del desorden), selección (de lo realmente esencial y arquetípico, y eliminación de lo singular y accidental), simplificación (de lo complejo) y descripción (idealizada), que requería (además de extraordinarias capacidades perceptuales y de memoria) del juicio experto del científico.

No fue sino hasta mediados y finales del siglo XIX que un nuevo objetivo, o virtud epistemológica, surgió dentro del quehacer científico: la objetividad.¹² En este caso, el nuevo enemigo del conocimiento ya no era la falsedad, sino la subjetividad: las idiosincrasias y perspectivas propias del sujeto. La realidad, los hechos a los que la ciencia debía ser fiel, se concebían como independiente de los sujetos, su momento histórico, etc. Para obtener esta objetividad, el científico debió aprender a tomar distancia de su objeto, a neutralizarse, silenciarse, tratando de emular un punto-de-vista-de-Dios. Tratando de minimizar la posible injerencia del sujeto, se idealizó la mecanización de los procesos de descubrimiento, justificación y difusión del conocimiento científico. Para evitar las posibles distorsiones que la subjetividad del científico pudiera ejercer sobre el contenido de la ciencia, se buscaron mecanismos para hacer el quehacer científico público y comunal. De esta manera, la autoridad de la ciencia pasó de ser la autoridad de los grandes científicos (naturalistas), a la autoridad de una ciencia impersonal y de conocimientos canónicos (canonizados en los libros de texto).

En los estudios de la ciencia contemporáneos, diversas posiciones político-epistemológicas han criticado el paso de un régimen de la verdad a uno de la objetividad. Para algunos, la mecanización del método científico ha resultado en una deshumanización de la ciencia. La exclusión del sujeto del quehacer científico ha significado, para estos autores, una pérdida muy costosa. Mención especial dentro de este rubro merecen las epistemologías feministas quienes ven en el ascenso del ideal de objetividad en ciencia un mecanismo de exclusión de lo femenino en el quehacer científico. Es digno de mención, señalan estas feministas, que las antiguas virtudes asociadas al régimen de la verdad, y excluidas dentro del nuevo paradigma de objetividad, sean virtudes tradicionalmente asociadas a lo femenino (la intuición, la experiencia, el cuerpo, etc.), mientras que las virtudes del nuevo paradigma sean asociadas a lo masculino (la firmeza, la neutralidad, el distanciamiento, etc.) (Code 1991, Anderson 2007, Witt 2006). Igualmente, la canonización de conocimientos básicos dentro de

¹². Si bien la búsqueda por la objetividad no desplazo completamente la búsqueda de la verdad, sí definió el sentido moderno de “conocimiento científico”.

cada disciplina también ha sido criticada por privilegiar el conocimiento metropolitano, en contra del conocimiento local o periférico (Gorbach & Beltrán 2008, Roddey & Traweek 2000, Harding 1998,).

Por el otro lado, el valor político esencial esgrimido a favor de la objetividad en ciencia es la democratización del acceso a la ciencia como actividad y como cuerpo de conocimientos.¹³ para los defensores del ideal de objetividad en ciencia, la mecanización del quehacer científico significa también la eliminación de barreras de acceso al conocimiento científico. En el marco de este ideal de objetividad democrática, la búsqueda de reglas explícitas tiene como objetivo trasladar la legitimidad del conocimiento científico del individuo – el experto –, a la comunidad (Stinchcombe 2001).

En el caso de las matemáticas, la importancia que se le dio a la formalización a finales del siglo XIX, es decir, la búsqueda de un lenguaje lógico-formal puro y un método de demostración riguroso, de reglas y axiomas auto-evidentes, refleja también la búsqueda de una objetividad mecánica, tal y como la caracteriza Daston. No por nada, formalización y mecanización surgen como sinónimos en los fundamentos de la matemática entre los siglos XIX y XX. Uno de los objetivos centrales de la formalización era obtener un método de demostración que eliminara la necesidad de un genio o intuición matemática y dejará a los hechos hablar por sí mismos. Esto es lo que Bill Hart (1990) ha llamado el ideal semántico del racionalismo de esa época: la búsqueda de un sistema de representación “lo suficientemente fuerte para sostenerse por sí mismo: ... impersonal, no ambiguo e indiferente al contexto...” (p. 199. Mi traducción).¹⁴

¹³. Reitero que el sentido de democracia relevante en este punto es el de democracia participativa. Como veremos en la siguiente sección, el hacer explícitas las reglas de una práctica, facilita el acceso y la libre participación en la misma. Este libre acceso y participación de los ciudadanos resulta en una democratización de la toma de decisiones, tanto en instituciones públicas como en ciencia.

¹⁴. Además, lo que ahora llamamos realismo en filosofía de las matemáticas surge precisamente de la adopción del ideal de objetividad, de las ciencias naturales, para la matemática. Pese a que el estudio de Daston – y estudios similares de Galison (con Daston 2007), Douglas (2004), et. al. – se centran en las ciencias descriptivas naturales, una transformación similar se propuso dentro de las matemáticas. Mas allá de la revelación del verdadero orden y la simplicidad subyacente en el aparente desorden y complejidad de la naturaleza, el realismo proponía concebir al quehacer matemático como la descripción objetiva de hechos reales. Al leer los textos fundacionales de filósofos como Frege y Husserl, o matemáticos como Weierstrauss y Dedekind, por mencionar solamente algunos, se puede ver claramente la promulgación de un nuevo paradigma de investigación en matemáticas fundamentado en la independencia de los hechos matemáticos y la neutralización de la subjetividad del matemático. En matemáticas, al igual que el resto de las ciencias profesionalizadas a mediados y finales del siglo XIX, dejó de ser suficiente develar verdades, para ser necesario mostrar también su objetividad. De ahí la necesidad de buscar un fundamento para las matemáticas: no por que se dudará de sus verdades (o, por lo menos, no de la gran mayoría de ellas), sino por que era necesario demostrar su objetividad, es decir, su independencia – lo que en matemáticas se llamo su “pureza” – (de intuiciones subjetivas, aplicaciones, etc.). Un análisis mas detallado del platonismo y el formalismo como persiguiendo diferentes dimensiones de la objetividad matemática se encuentra en (Barceló, a aparecer).

En el resto de este ensayo, desarrollaré de manera más amplia el sentido en el que la formalización contribuye a la búsqueda de un ideal mecánico y comunitario en la producción y reproducción del conocimiento científico. Pero antes, necesito precisar que no toda formalización tiene como objetivo coadyuvar al carácter objetivo del conocimiento científico. Por ello, en la siguiente sección diré un poco sobre los diferentes objetivos que la formalización científica puede perseguir. Pondré especial énfasis en la importante diferencia que hay entre formalizar las reglas de una práctica para que los practicantes mismos usen esa formalización en su ejercicio de la práctica, y formalizar las reglas de una práctica para que la entiendan o estudien otros. En este ensayo solamente me interesa explorar el papel legitimador y democratizador de el primer tipo de formalizaciones, porque son ellas las que mas claramente encajan en el diagnóstico de Daston recién esbozado. Por lo tanto, no espero que mis conclusiones se apliquen a cualquier tipo de formalización científica. Mi tesis no es que el objetivo de toda formalización es la legitimación democrática del conocimiento científico (resultante de la práctica formalizada). Sostengo, más bien, que éste es uno de los objetivos que han perseguido algunas formalizaciones (y no otras). Por eso, al final de este ensayo mencionaré un par de formalizaciones matemáticas famosas, sólo una de las cuales encaja en mi diagnóstico.

V. LOS OBJETIVOS DE LA FORMALIZACIÓN

Tras hacer un análisis histórico de la lógica formal moderna, Matti Eklund (1996) resalta tres grandes tipos de consideraciones que se han tomado en cuenta para “preferir” – su término – un sistema formal sobre otro: (i) Pragmáticos, (ii) de Fidelidad Relativa y (iii) Filosóficas.¹⁵ Los criterios identificados por Eklund pueden extenderse de la lógica formal a de otras formalizaciones. En general, a la hora de elegir entre diferentes formalizaciones, los científicos comúnmente buscan un balance entre (a) consideraciones pragmáticas sobre la facilidad de manejo del sistema formal, (b) consideraciones sobre qué tan fielmente representa la formalización al fenómeno y (c) sus propias pre-concepciones sobre cual es la forma del fenómeno. Para ciertos objetivos, una formalización puede preferirse sobre otra, por que se piensa que “investigación más fructífera puede realizarse dentro de dicho sistema” (Eklund 1996,149). Igualmente, tanto John MacFarlane (2000) como Ignacio Jané (1993) han señalado casos en los que el objetivo de aislar cierto aspecto de la práctica matemática ha llevado a ciertos lógicos a preferir sistemas formales que mejor resaltan el aspecto en cuestión. Consideraciones pragmáticas también han llevado a ciertos lógicos a trabajar con formalizaciones que se han vuelto estándar en su comunidad o que simplemente son las que

¹⁵. Eklund no afirma que estos sean los únicos tipos de consideraciones que jugaron un papel en la selección, por parte de diferentes filósofos y matemáticos, de diferentes formalizaciones lógicas para desarrollar su trabajo durante el siglo XX. Igualmente, yo mantendré la precaución de reconocer que otro tipo de consideraciones pueden existir, aunque me concentre en estos tres.

adquirieron durante su formación académica. Hartos textos de lógica y matemáticas suelen usar la frase “como es costumbre” o alguna similar a la hora de introducir ciertas formalizaciones.¹⁶ En otros casos, puede considerarse que una formalización captura de manera más fiel aquello que representa. En el caso de la lógica matemática, señala Elklund,

Un sistema lógico que capture de manera más fiel las maneras de razonar que se usan dentro de las matemáticas y que cuente con suficientes recursos para capturar los conceptos que supuestamente son los mejor entendidos de la matemática clásica sería preferible, bajo dichas consideraciones, sobre una lógica que no tenga dichas características, pues sería, se piensa, más útil para el estudio de (los fundamentos) de las matemáticas. [Cf. Corcoran 1973, especialmente pp. 34 y Shapiro 1991, capítulo V.] Dado que conceptos como el de finitud, buen-orden, buena-fundación, etc. – que se presupone se entienden bien en matemáticas – pueden caracterizarse dentro de la lógica de segundo orden, pero no dentro de la lógica de primer orden, la lógica de segundo orden es favorecida por consideraciones de este tipo. (Elklund 150. Mi propia traducción.)

Finalmente, consideraciones filosóficas sobre la verdadera forma del fenómeno bajo consideración pueden jugar un papel determinante en la elección de una formalización. Consideraciones ontológicas sobre cuáles son los verdaderos objetos de la lógica, por ejemplo, impulsaron a Quine a desarrollar sus sistema de Nuevos Fundamentos (1937). Más recientemente, consideraciones filosóficas similares han llevado a filósofos como Jon Barwise a proponer nuevas formalizaciones de viejos sistemas.

Es un lugar común decir que la lógica matemática significa algo distinto para un matemático que para un filósofo. Pero ¿qué hay detrás de esta aparente verdad de Perogrullo? En su estudio, Elklund distingue entre consideraciones matemáticas y filosóficas. Sin embargo, la distinción es más fundamental de lo que Elklund parece advertir. Tanto al filósofo (de las matemáticas) como al matemático (interesado en los fundamentos de su disciplina) les interesa contar con una representación explícita de las reglas que subyacen al razonamiento matemático. Sin embargo, sus objetivos son distintos y, por lo tanto, lo que buscan en una lógica matemática es también distinto. El filósofo de las matemáticas se sirve de la lógica formal como un modelo de “las maneras de razonar empleadas en matemáticas” (Elklund 1996, 150). En tanto modelo científico, esta formalización le permite al filósofo estudiar el razonamiento matemático de manera abstracta y más manejable. El matemático, en contraste, busca en la lógica matemática una expresión clara y explícita de las reglas que ha de seguir su propio razonamiento qua razonamiento matemático. Para el matemático, la lógica formal ha servido para definir de manera más estricta los requisitos de rigor de la prueba matemática. Desde esta perspectiva, podemos distinguir lo que significa la lógica matemática para el lógico o filósofo de las matemáticas – un modelo del razonamiento

¹⁶. Por ejemplo, Tomasz Bigai, (2001), “Field’s Program: A Defense”, *Justification, Truth and Belief*. <http://www.jtb-forum.pl>, p.3.

matemático –, de lo que significa para el matemático – una representación explícita de las reglas de demostración que previamente habían sido más o menos implícitas.

Ahora bien, ambos usos de la lógica matemática conllevan consideraciones pragmáticas. Un filósofo de las matemáticas puede preferir un sistema lógico sobre otro porque le permite investigar mejor cierto aspecto del razonamiento matemático que le interesa. Puede, por ejemplo, preferir la lógica de primer orden sobre la de segundo por que le permite identificar mejor los compromisos ontológicos. Un matemático, a su vez, puede preferir la teoría de conjuntos para estructurar sus teorías dentro del canon demostrativo de su práctica. Además, ambos usos han estado íntimamente entrelazados a lo largo de la historia de la lógica formal y no es fácil separarlos, más que de manera analítica.

Lo dicho hasta hora sobre la lógica matemática puede extenderse en general a cualquier formalización científica. Para los filósofos o estudiosos de la ciencia, la formalización de una práctica puede servir para facilitar su comprensión o estudio. Para los propios científicos, también puede servir para facilitar su práctica científica. Wittgenstein ha sido tal vez el filósofo que más atención ha puesto a esta segunda función de las reglas explícitas, aunque más recientemente Robert Brandom (1994) haya vuelto a poner de relieve la importancia de este tipo de representaciones. Sin embargo, algo que no enfatizan de manera suficiente ambos autores es como el paso de una práctica de reglas implícitas a uno de reglas explícitas contribuye a que la práctica se vuelva más abierta, democrática y, por lo tanto, más objetiva en sus resultados.

De esta manera, podemos reconocer dos objetivos de la representación explícita de reglas. Representamos reglas para estudiar las prácticas de las que son reglas y también para ayudarnos a participar en dichas prácticas. Podemos entonces hacer una distinción entre formalizaciones internas, y formalizaciones externas. Las primeras buscan legislar, mientras que las segundas buscan modelar. Una comunidad que hace explícitas o formaliza las reglas de (alguna de) sus prácticas esta haciendo un acto legislativo de representación. Como es claro en el caso de la lógica matemática, este uso de la formalización se hace desde dentro de la práctica misma. Lo realizan los mismos practicantes (o un selecto grupo de constituyentes legislativos, cf. Stinchcombe 2001). El uso de reglas formales para modelar prácticas, en contraste, se hace desde fuera de la práctica cuyas reglas se busca hacer explícitas. De ahí que llame a este tipo de formalizaciones “externas”. Dado que su objetivo no es legislar la práctica que se modela, el científico que modela formalmente una práctica no requiere ningún tipo de autoridad dentro de dicha práctica (aunque, por supuesto, requiera cierta autoridad al interior de la ciencia para la cual crea el modelo).

VI. ZERMELO Y LA FORMALIZACIÓN DE LA TEORIA DE CONJUNTOS

Existen varias razones por las cuales una comunidad o institución querrá hacer explícitas las reglas de sus costumbres o prácticas. Según Margaret Bevens (1960, v), por ejemplo, la

aristocracia francesa previa a la Revolución escribía sus reglas de etiqueta para asegurarse que no se cometieran errores en las ceremonias cortesanas. Aun hoy en día, se escriben libros de etiqueta como guías de ayuda para la resolución de conflictos (por ejemplo, McDonough Ervin & Lesley 2001, xvi). Reglamentos y guías se publican día a día sobre los más diversos temas y con los más diversos objetivos. En una primera aproximación, la representación explícita interna o legislación busca hacer más eficiente la práctica cuyas reglas explícitas. Diferentes prácticas perseguirán diferentes objetivos y, por lo tanto, especificaran de diferente manera lo que las hace más eficientes.

Íntimamente relacionado con su papel democratizador, las reglas explícitas también ayudan a mostrar la legitimidad o validez de acciones al interior de prácticas. En otras palabras, uno de los fines que se persiguen al hacer explícitas las reglas de una práctica es facilitar el apelar a ellas para justificar acciones concretas. Este recurso es muy valioso cuando se cuestiona la validez de un acto dentro una práctica informal. La famosa formalización de la teoría de conjuntos de Ernest Zermelo es un ejemplo matemático claro en el que el objetivo de la formalización de los axiomas de la teoría de conjuntos (es decir, la representación explícita de las reglas constitutivas de la práctica de demostrar resultados en teoría de conjuntos) tenía como objetivo justificar una acción concreta particular – la demostración del teorema del buen orden – cuya validez se había puesto en duda.

La historia de la formalización de Zermelo ha sido contada una y mil veces, pero no sobra hacerlo una vez más aquí.¹⁷ El teorema del buen orden que dio pie a la axiomatización de la teoría de conjuntos de Zermelo fue uno de los problemas presentados por David Hilbert en su celebre participación en el Congreso Internacional de Matemáticas de 1900. Este teorema era importante, entre otras cosas, porque daba un paso sustancial hacia la resolución del problema del continuo Cantoriano. Recordemos que el teorema del buen orden dice que todo conjunto tiene por lo menos un buen orden (es decir, puede ordenarse de tal manera que todo subconjunto no vacío cuente con un elemento menor o igual que los demás) y que el problema del continuo es encontrar la cardinalidad del conjunto de los números reales.

En 1904, Zermelo presentó una prueba de que existe un buen orden para cualquier conjunto. Dicha prueba le trajo fama y un puesto de profesor en la Universidad de Göttingen. Sin embargo, también provocó la suspicacia de muchos matemáticos, quienes cuestionaron la validez de su prueba. Mas notoriamente, cuestionaron su uso de lo que en 1908 Zermelo mismo llamará el “Axioma de Elección” (Axiom der Auswahl) es decir, el axioma de que para todo conjunto de conjuntos no vacíos y sin elementos en común, su unión contiene un subconjunto con exactamente un elemento en común con cualquier conjunto en el conjunto original. Ahora sabemos que el teorema probado por Zermelo y el Axioma de Elección son

17. José Ferreirós (2007) y Akihiro Kanamori (1996) ofrecen versiones mas detalladas de esta misma historia.

equivalentes, de tal manera que la única manera de probar el teorema del buen orden es usando dicho axioma. Sin embargo, durante los años que sucedieron a la prueba de Zermelo, matemáticos prominentes en Alemania, Francia, Italia e Inglaterra discutieron acaloradamente sobre el Axioma de Elección y su aceptabilidad (Moore 1982).

En respuesta explícita a sus críticos, Zermelo publicó una segunda prueba en 1908, donde defendía su uso del Axioma de Elección, mostrando entre otras cosas, que otras pruebas ya reconocidas también lo usaban, aunque de manera implícita. En ese mismo año, además, presentó una axiomatización de la teoría de conjuntos en cuyo marco, no solo muestra que el teorema del buen orden se puede probar sin mayor dificultad, sino que se bloquean las paradojas conocidas y se puede desarrollar la teoría de cardinales y ordinales (Ferreirós 2007). Pese a que su axiomatización no era completamente simbólica (en lugar de cuantificadores, usaba expresiones del lenguaje natural como “existe” y “para todo”), debe considerarse como una formalización, porque hace por primera vez máximamente explícitas las reglas de la teoría de conjuntos.

Pero, al igual que con el trabajo de Cantor, [la axiomatización de Zermelo de 1908] no era una mera estructura frívola, sino una respuesta a presión proveniente de un nuevo contexto matemático. En este caso, no era por la formulación y solución a un problema como el del continuo, sino para clarificar una prueba. El motivo central de Zermelo para axiomatizar la teoría de conjuntos fue apuntalar su Teorema del buen Orden haciendo explícitas sus supuestos existenciales. (Kanamori 10-11. Traducción Mía)

La axiomatización de 1908 no detuvo el debate alrededor del Axioma de Elección. Por el contrario, le dio una herramienta poderosa para guiar la discusión. Gracias a la formalización de Zermelo, se logró demostrar, entre otras cosas, que el Axioma de Elección era equivalente al Lema de Zorn, que era independiente del resto de los axiomas de la teoría, y que era una pieza fundamental para la demostración de otros resultados importantes. De esta manera, los axiomas de la teoría se fueron refinando hasta llegar a la versión canónica que conocemos actualmente (basada en el trabajo de Fraenkel y Skolem en 1922). Este proceso de legislación al interior de la teoría de conjuntos involucro a matemáticos de la talla de Gödel, Von Neumann y Bernays, y revolucionó por completo la relación entre prueba y existencia en matemáticas.

VII. LA FORMALIZACION DE ZERMELO COMO PRACTICA LEGISLATIVA

Este ejemplo ilustra perfectamente como la formalización legislativa puede jugar un papel central en la legitimación de acciones al interior de la práctica matemática. Sin embargo, es importante señalar que dicha legitimidad no emana directamente de la formalización, sino que sólo es facilitada por ella. Demostrar es mucho más que formalizar. La formalización simplemente es un elemento, en la mayoría de las veces innecesario, que puede ayudar a la justificación de un resultado matemático. La historia de las matemáticas está llena de

ejemplos de resultados, incluso resultados importantes e innovadores, en cuya validación la formalización no ha jugado un papel determinante. Aún en nuestro días, la aceptación de una prueba antecede por mucho a su formalización y en la mayoría de los casos, la formalización (si es que se realiza) no añade nada a la justificación del resultado. Como señala W. P. Thurston (1994), los matemáticos pueden, y de hecho llenan huecos, corrigen errores y añaden detalles a pruebas ya existentes cuando es necesario. Sin embargo, la razón por la cual los teoremas matemáticos terminan siendo sólidos y confiables no proviene directamente de la verificación de argumentos formales, sino del trabajo continuo de análisis cuidadoso y crítico de los conceptos matemáticos.

Tan solo en casos extraordinarios, como el de Zermelo, la formalización juega un papel importante en la validación de resultados matemáticos. En él, la validez de su prueba del Teorema del Buen Orden había sido puesta en duda y fue ésta la razón que lo llevó a formalizar los axiomas de la Teoría de Conjuntos. Sin embargo, su axiomatización no validó directamente su teorema (formalizar no es lo mismo que probar), sino que solamente hizo explícitas las reglas bajo las cuales se había realizado dicha prueba. La axiomatización de Zermelo dio pie a un complejo proceso legislativo en el que se jugaba, no solo la validez del Teorema del Buen Orden y la prueba de Zermelo, sino toda una manera de hacer un tipo de matemática. En este proceso, los matemáticos cuestionaron y activaron otros mecanismos legislativos para adoptar y transformar la formalización de Zermelo en una legislación legítima. Este proceso desembocó eventualmente en la adopción generalizada (y canonización en libros de texto) de la axiomatización de Zermelo (en la versión revisada por Fraenkel y Skolem) para la teoría de Conjuntos; pero no fue la formalización de Zermelo la que legitimó la (práctica de probar teoremas en) Teoría de Conjuntos, sino este largo proceso legislativo comunal. La formalización, por lo tanto, aunque jugó un papel legitimador fundamental, no fue suficiente. **Explicitar las reglas de una práctica epistémica no es suficiente para fundamentar su objetividad. Lo que sucede en una formalización va más allá de la mera publicación explícita de las reglas de una práctica. Lo que se abre es un proceso de cuestionamiento público y abierto de dichas reglas. Es este proceso completo al que llamo “legislación” y es él en el que descansa la legitimidad de las prácticas científicas.**¹⁸

La publicación explícita de las reglas y axiomas que había usado Zermelo para su prueba fueron un episodio fundamental en el proceso de legitimar una práctica que ya estaba en pie. Ya existía la teoría de conjuntos, y ya se probaban teoremas en ella. Lo que Zermelo hizo, dio pie a un proceso comunal de legitimación abierto, público y formal, es decir, un proceso que satisfacía los ideales de objetividad delineados por Daston. La formalización de

18. De otra manera, podemos estar actuando sistemáticamente de manera errónea, y la formalización no haría otra cosa sino institucionalizar dichos errores.

Zermelo, por lo tanto, jugó un papel fundamental en la legitimación de la teoría de conjuntos como práctica matemática objetiva, es decir, democrática y no-subjetiva.

Para justificar mi uso de la palabra “legislativo” para hablar formalizaciones como la de Zermelo, permítaseme hacer una comparación con un caso reciente de legislación en México. Hacia mediados de los noventa, nuevas prácticas de oferta y decisión de licitaciones de compraventa se habían convertido en costumbres y sólo después se legislaron (en la Ley General de Adquisiciones y Servicios) para que el estado pudiera justificar su preferencia de cierto tipo de ofertas sobre otras. En ambos casos (tanto en el de Zermelo como el de la Ley General de Adquisiciones y Servicios), la legislación funcionó como mecanismo de justificación a-posteriori de una acción o serie de acciones que ya se habían realizado dentro de una práctica regida por reglas implícitas. Otro efecto de hacer explícitas dichas reglas en ambos casos fué además, hacer la práctica más accesible a cualquier nuevo usuario que no conociera las costumbres de dicha práctica. A través de la Ley General de Adquisiciones y Servicios, cualquier proveedor o prestador de servicios puede ahora participar en un nivel de competencia más justo en licitaciones con el estado. Igualmente, a partir de la formulación explícita de los axiomas de la teoría de conjuntos, cualquier matemático puede ahora aprender a reconocer y elaborar demostraciones al interior de dicha teoría. En este sentido, uno de los objetivos de la legislación es hacer las reglas del juego explícitas (en lo que comúnmente se llama “allanar el campo de juego”). Sin reglas explícitas sería muy difícil integrarse a una práctica compleja. De ahí que la explicitación de las reglas que rigen una práctica facilite el acceso de nuevos actores.¹⁹

Contrastemos ahora la formalización de la teoría de conjuntos de Zermelo (su axiomatización) con el papel que jugaba la axiomatización dentro del así-llamado proyecto formalista de David Hilbert. Mientras que la primera era una representación explícita legislativa, es decir una práctica de representación interna, la segunda era una representación científica; Lo que Hilbert buscaba en su axiomatización de la geometría no era legitimar

¹⁹. El hablar de ‘publicar’ en vez de simplemente ‘explicitar’ las reglas de cierta práctica pone de relieve el carácter público que adquieren las reglas explícitas. Si bien ‘hacer público’ y ‘hacer explícito’ no son sinónimos, es difícil pensar en una legislación efectiva que no requiera cierta publicidad, aunque sea relativa (pensemos en grupos herméticos, por ejemplo). En otras palabras, tanto publicidad como explicitación persiguen el mismo fin: hacer accesible (por lo menos en principio) a los miembros de una comunidad, las reglas de sus prácticas. En sociedades democráticas, se espera que el acceso a las leyes y reglamentos sea universal entre los ciudadanos. Ya Kant había tomado la publicidad como un principio trascendental de justicia, escribiendo: “Todas las acciones que afectan los derechos de otros seres humanos son incorrectas si su máxima no es compatible con el hecho de que se hagan públicas. (Kant 1991, 126, cf. Bobbio 1989. Una perspectiva contemporánea sobre los problemas teóricos y prácticos sobre las leyes secretas se encuentra en Kutz 2009). De ahí que la alfabetización sea también un imperativo democrático. Para que la publicación sea efectiva, el código en el que se publican debe también hacerse público y accesible a todos. William D. Hart ya ha señalado la íntima concepción pública del ideal de formalizaciones como la de Frege, al escribir “la claridad en Frege es un ideal de ciencia pública, donde la publicidad es una dimensión de la claridad” (Hart 1990, 201, traducción mía).

ningún resultado cuya validez o legitimidad se hubiera puesto en duda. Aunque hay resultados originales en la obra de Hilbert, el objetivo general de su proyecto de axiomatización no era el de justificar dichos resultados, sino el de analizar los fundamentos mismos de la práctica de la demostración geométrica misma. No es por casualidad que se dice que el proyecto Hilbertiano es meta-matemático, mientras que el trabajo de axiomatización de Zermelo es eminentemente matemático.

VIII. CONCLUSIONES

El caso de Zermelo ilustra claramente un fenómeno que va mucho más allá de los fundamentos de las matemáticas: la formalización de reglas explícitas puede jugar un papel fundamental en la legitimación y democratización de las prácticas científicas. En este ensayo he querido mostrar cómo ciertos casos de formalización han jugado un papel fundamental en la constitución de la objetividad de cierto conocimiento científico. Si mi diagnóstico es correcto, podemos afirmar que una de las razones por las cuales formalizamos las reglas de nuestras prácticas científicas es para facilitar el acceso a más actores y, de esta manera, legitimar los resultados de dichas prácticas como conocimiento científico objetivo. En conclusión, cualquier práctica que busque ser abierta y democrática, cuenta con un instrumento poderoso en la formalización. Confío en que este trabajo sirva de motivación para reconocer la importancia de las representaciones formales para liberar el acceso democrático a la ciencia.

REFERENCIAS:

- Anderson, Elizabeth, (2007), "Feminist Epistemology and Philosophy of Science", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2007 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL=<<http://plato.stanford.edu/archives/spr2007/entries/feminism-epistemology/>>.
- Barceló, Axel, (a aparecer), "Internalism and Externalism in the Foundations of Mathematics", en Andrew Arana y Carlos Álvarez (eds.), *Analytic Philosophy and the Foundations of Mathematics*, Palgrave/Macmillan, Nueva York.
- Barwise, Jon y Jerry Seligman, (1997), *Information Flow: The Logic of Distributed Systems*, Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science No.44, Cambridge University Press.
- Bevans, Margaret et. al., (1960), *The McCall's Book of Everyday Etiquette*, McCall's, New York.
- Bigai, Tomasz, (2001), "Field's Program: A Defense", *Justification, Truth and Belief*, URL = <www.jtb-forum.pl/jtb/papers/tb_fpad.pdf>.
- Bobbio, Norberto, (1989), *Democracy and Dictatorship*, Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Brandom, Robert B., (1994), *Making it Explicit: Reasoning, Representing, and Discursive*

- Commitment, Harvard University Press.
- Code, Lorraine, (1991), *What Can She Know? Feminist Theory and the Construction of Knowledge*. Ithaca: Cornell University Press.
- Corcoran, John, (1973), "A Mathematical Model of Aristotle's Syllogistic." *Archiv für Geschichte der Philosophie* 55, 191-219.
- Daston, Lorraine, (2001), "Objectivity vs Truth", *Daímon, Revista de Filosofía*, 24, 11-21.
(1992), "Objectivity and the Escape from perspective", *Social Studies of Science*, vol. 22, pp. 597-618.
- Díez, José y Roman Frigg, (eds.), (2006), "Scientific Representation", sección monográfica de la revista *Theoria*, vol. 21/1, No. 55, pp. 1-86.
- Douglas, Heather, (2004), "The Irreducible Complexity of Objectivity", *Synthese*, 138 (3), pp. 453-473.
- Elklund, Matti, (1996), "On How Logic Became First-Order", *Nordic Journal of Philosophical Logic*, 1, 147-67.
- Ferreirós, José, (2007), "The Early Development of Set Theory", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2007 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum2007/entries/settheory-early/>.
- Galison, Peter y Lorraine Daston, (2007), *Objectivity*, New York: Zone Books.
- Gorbach, Frida y Carlos López Beltrán (eds.), (2008), *Saberes locales : ensayos sobre historia de la ciencia en América Latina*, Zamora, Michoacán : El Colegio de Michoacán.
- Grosholz, Emily R., (2007), *Representation and Productive Ambiguity in Mathematics and the Sciences*, Oxford University Press.
- Harding, Sandra, (1998), "A Role for Postcolonial Histories of Science in Theories of Knowledge?" en *Is Science Multicultural? Postcolonialisms, Feminisms, and Epistemologies*, Bloomington and Indianapolis: Indiana University Press, pp. 1 - 22.
- Hart, William D., (1990), "Clarity", en Bell, D. and Cooper, N., (eds.), *The Analytic Tradition*, Oxford: Blackwell, pp. 197-222.
- Jané, Ignacio, (1993), "A Critical Appraisal of Second-Order Logic", *History and Philosophy of Logic* 14, 67-86
- Kanamori, Akihiro, (1996), "The mathematical development of set theory from Cantor to Cohen", *Bulletin of Symbolic Logic* 2 (1), pp. 1-71.
- Kant, Immanuel, (1991), "Perpetual Peace: A Philosophical Sketch", en *Kant: Political Writings*, ed. Hans Reiss, Cambridge University Press, 93-130.
- Klein, Ursula (ed.), (2001), *Tools and Modes of Representation in the Laboratory Sciences*. Boston Studies in the Philosophy of Science, 222. Dordrecht, Boston and London: Kluwer Academic Publishers.
- Kutz, Christopher, (2009), "Secret Law and the Value of Publicity", *Ratio Juris* 22(2), 197-

- Lewis, David, (1969), *Convention*, Cambridge: Harvard University Press.
- MacFarland, John, (2000), *What does it mean to say that logic is formal?*, PhD Dissertation, University of Pittsburgh.
URL = <<http://philosophy.berkeley.edu/macfarlane/Diss.pdf>>.
- McDonough Ervin & Lesley, (2001), *Things You Need to Be Told*, Berkley Trade.
- Moore, G.H., (1982), *Zermelo's Axiom of Choice*, Berlin: Springer-Verlag.
- Quine, W. V. O., (1937), "New Foundations for Mathematical Logic", *American Mathematical Monthly* 44, 70-80.
- Rayo, Agustín, (2004), "Formalización y Lenguaje Ordinario", en Raúl Orayen y Alberto Moretti (eds.), *Enciclopedia Iberomaércana de Filosofía vol. 27: Filosofía de la Lógica*, Ed. Trotta, Madrid, 17-42.
- Reid, Roddey y Sharon Traweek (eds.), (2000), *Doing Science and Culture*, London y Nueva York: Routledge.
- Shapiro, Stewart, (2001), *Foundations without Foundationalism: A Case for Second-Order Logic*, Oxford University Press.
- Stinchcombe, Arthur L., (2001), *When Formality Works: Authority and Abstraction in Law and Organizations*. The University of Chicago Press.
- Thurston, W. P., (1994), "On Proof and Progress in Mathematics", *Bulletin of the American Mathematical Society*, 30, 161-177
- Van Benthem, Johan, (2003), "A Note on Modelling Theories", en R. Festa, A. Aliseda & J. Peijnenburg, (eds.), *Confirmation, Empirical Progress and Truth Approximation. Essays in Debate with Theo Kuipers*, Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities, Rodopi Amsterdam, 2005, 403-419.
- (1996), "Inference, Methodology and Semantics", en P. Bystrov & V. Sadofsky, (eds.), *Philosophical Logic and Logical Philosophy, Essays in Honour of Vladimir Smirnov*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 63-82.
- Witt, Charlotte, (2006), "Feminist History of Philosophy", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2006 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/win2006/entries/feminism-femhist/>>.
- Zermelo, Ernst, (1908), "Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I", *Mathematische Annalen* 65: 261-281, traducción al inglés en Heijenoort, Jean van (1967), *Investigations in the foundations of set theory, From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Source Books in the History of the Sciences, Harvard Univ. Press, pp. 199-215.